Neu abgefaßte
Methode
die
Geometrie
von sich selbst zu erlernen,
Erster Band;
durch
vielen Fleiß und Mühe aus denen besten
Autoribus zusammengetragen und mit ver-
schiedneu neu erfundnen Aufgaben
vermehrt,
nebst einer vollständigen nirgend anders wo zu
findenden Anweisung vom Gebrauch des so
nützlichen als nöthigen
Proportionalzirkels
versehen
und mit sehr vielen hierzu nöthigen accuraten Kupfer-
Tafeln gezieret
von einen
Liebhaber Der Architektur
vnd Mathematik
K. P. und der D. R. C. von der J. und Ingen.

Breslau 1780
bey Johann Friedrich Korn dem ältern,
im Buchladen nächst dem Königl. Oberzollamt am Markt.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Dem

Allerdurchlauchtigsten

Großmächtigsten Fürsten und Herrn

HERRN

Stanislao Augusto

Könige in Polen, Großherzog in Litthauen, Reußen, Preußen, Massuren, Samogitien, Kyowien, Vollhynien, Podolien, Podlachien, Liefland, Smolensko, Severien, Czernichowien 2c. 2c. 2c.

Meinem Allergnädigsten Könige Fürsten und Herrn.

Großer König,

Weiser, bester Fürst!

Den Schutz und die viele ja öftere Gnadensbezeugungen, welche Ew. Königl. Majestät mir, als einem Fremdlinge, seit zwölf Jahren unverdienter Weise in Dero Reiche angedeihen lassen, befiehlet

 mir,

mir, Ew. Königl. Majestät als einem Beschützer und Liebhaber aller besonders aber der mathematischen Künste und Wissenschaften, den ersten Band meiner neu abgefaßten Methode die Geometrie von sich selbst zu erlernen, zum öffentlichen Zeugniß meiner allerunterthänigsten Devotion und Dankbarkeit zu Höchst Dero Füßen auf die unterste Staffel des Polnischen Throns zu legen. Wenn meine Feder zur Zierlichkeit der Sprache und Wohlredenheit gewöhnt wäre, wie ich wünsche, so würde ich mit wahrem Vergnügen und Eifer in allerunterthänigster Schuldigkeit Ew. Königl. Majestät weltbekannte, glorwürdigste, mehr als königliche, heroische Tugenden mit lebendigen Farben abschildern, und zugleich dadurch die wahre Ursache vorstellen, welche mich, als einen Fremden, angetrieben,

dieses

dieses geringe Werk Ew. Königl. Majestät allerunterthänigst zuzueignen.

Werden Allerhöchst Dieselben diese geringen Blätter eines gnädigen Anschauens würdigen, so erhalten selbige dadurch gewiß von jedermann den Beyfall, welchen ich wünsche, und bin ich sodann vor meine mühsame Arbeit sattsam bezahlet.

Sollte ich aber nach meinem so lange als sehnlich gethanen Wunsch, so glücklich seyn können, als ein alter gedienter, erfahrner Soldat und Officier mein gewisses Stück Brod und Employ auf Lebenszeit in diesen Staaten oder bey der Armee oder sonsten wo nach meinem Stande, unter Ew. Königl. Majestät, Gott gebe, langen und glücklichen Regierung als ein Vasall zu finden, so versichere, daß niemand mit aufrich-

tigern Herzen Ew. Königl. Majestät alle ersprießliche hohe Prosperität anwünschen, noch mit treu schuldigst ergebenern Gemüthe seyn werde

Ew. Königl. Majestät

allerunterthänigst treu
gehorsamster

Ludew. David Adolph v. Moller.
Capit. Ingen.

Vorrede

Vorrede

an den nach Standesgebühr geneigten Leser.

Der geneigte Leser wird sich wundern, schon wiederum ein neues geometrisches Werk zu sehen, da doch bereits sowohl Gelehrte als Ungelehrte die Welt sattsam damit überhäufet. Allein meine Absicht ist hauptsächlich die Geometrie oder Meßkunst, als eine, allen Menschen, vom Landesfürsten an bis fast zum

geringsten Bauer herunter, so nöthige als höchst nützliche Wissenschaft und Kunst dergestalt vorzutragen, daß ein Knabe, so nur ein wenig einen offnen Kopf hat, lesen, schreiben und ein wenig rechnen kann, selbige von sich selbst soll fassen und begreifen können; ja bey Anwendung einiger Mühe, eines Lehrers in derselben ganz und gar entbehren kann.

Und da es überhaupt noch weitläuftige, schlecht angebauete, halb rohe Länder giebt, wo wenige, ja fast gar keine Menschen anzutreffen, die solche verstehen, oder auch nur den geringsten Begriff davon haben, dieses Buch besonders großen Nutzen schaffen kann, und nach meinen Gedanken auch soll, wie man in der Folge mit mehreren ersehen wird.

Die wahre Ursache aber, so mich zu dieser mühsamen Arbeit bewogen, ist auch, um dadurch den großen Schulen, wo verschiedene academische Studia getrieben werden, und vielleicht die Lehrer die Mathematik nicht aus dem Grunde verstehen, oder sich sonst nicht viel Mühe mit ihren

Schola=

Scholaren geben wollen, beyzustehen und zur Hülfe zu kommen.

Es ist wohl nicht zu leugnen, daß die armen Kinder, welche in solche Kollegia gegeben werden, aus Mangel der geschickten und fleißigen Unterweisung selten viel profitiren, als wovon ich nur ein Paar Exempel, so mir selbst begegnet, anführen will.

Da ich einige in der Ingenieurkunst zu unterweisen habe, und mit ihnen endlich so weit gekommen, daß ich mit diesen meinen Scholaren ein Paar nur ganz leichte Problemata oder Aufgaben auf dem Felde durch das Astrolabium solviren oder auflösen wollte, so bat sich ein gewisser junger Cavalier aus mit dabey zu seyn, und seine Geschicklichkeit, welche er glaubte ganz allein zu besitzen, öffentlich zu zeigen; denn er hatte nur ein Paar Tage zuvor seine Studia in einem gewissen großen Kollegio, allwo die Geometrie speculative, theoretice et practice unter vielen andern Wissenschaften mit dociret oder gelehret wird, vollendet. Aber mit was vor Verwunderung

rung sahe ich, daß er, anstatt die Grade eines schon visirten Winkels von der Linken nach der Rechten zu zählen, dessen Complementum aufschreiben wollte; ja er konnte nicht einmal begreifen, warum, wenn das Astrolabium von dem ersten nach dem zweyten Standpunkt versetzet worden, mit den unbeweglichen Diopteru die Standlinie erst wieder eingerichtet, dahin visiret werden, und eine Baque oder Meßstange auf erwähnten erstern Punkte stehen bleiben müßte.

Zweytens habe ich noch einem andern Lection in der Handzeichnung gegeben, welcher sechs Jahr in diesem Kollegio zugebracht, und dennoch nicht im Stande war, ein regulaires Quadrat oder rechtwinklichtes Viereck zu construiren, ohnerachtet er sich rühmte, dem ganzen Cursus der Geometrie von Anfang bis zu Ende beygewohnet zu haben.

Drittens habe ich noch jetzt, da ich dieses schreibe, einige in der Fortification und bürgerlichen Baukunst zu unterweisen, welche, als mit ihnen anfieng, nicht fähig

waren, von einem verjüngten Maaßstabe ein ihnen aufgegebenes Maaß abzunehmen, ohnerachtet selbige auch einige Jahre in dieser berühmten Academie in Pension gewesen waren.

Es finden sich auch Kinder von armen Eltern, oder gar Waisen, welche Begierde in der Welt etwas zu erlernen bezeigen; aber die Armuth läßet weiter nichts zu, als daß sie in kleinen Schulen, mit genauer Noth, können lesen, schreiben, und ein wenig rechnen lernen.

Es treffen sich auch dann und wann erwachsene Leute, so in einem Alter von zwanzig und mehr Jahren noch Lust zu dieser so schönen Wissenschaft bekommen, sich aber der Jahre wegen schämen, noch erst bey einem Maitre anzufangen zu lernen, wenn sie besonders schon ein Amt haben, Caracteur besitzen, oder sonsten in Diensten stehen, daß sie es also lieber unterlassen.

Man findet auch oftmals Kinder, so Lust und Fähigkeit genug zu diesem so edlen

len Studio besitzen, aber der gute alte Papa ist zu geizig, einige Ducaten daran zu wenden, dem Publico nutzbare Glieder und geschickte Männer an seinen Söhnen zu hinterlassen.

Auch treffen sich junge Edelleute, welche in ihrer zarten Jugend zu nichts als denen pedantischen Wissenschaften in denen Schulen angehalten worden; diese möchten zwar diesen so nutzbaren Theil der Mathematik gerne kennen und verstehen, könnten es auch, in Ansehung ihres Beutels, leichte dran wagen, um noch etwas davon zu erlernen: da diese aber von andern Dummköpfen, mit denen sie umgehen, abgehalten werden, überdieses den Müßiggang gewohnet, daß sie also ihre Mutterpfennige lieber beym Spiel, Wein und Mädgen verthun; der Maitre und Professor aber will alle Monate richtig bezahlet seyn, so muß es unterbleiben, und das Unnütze wird dem Nutzbarsten vorgezogen.

Noch habe vornehme Standespersonen, so wohl in Deutschland als in andern Län-

dern gekannt, welche zwar gerne Gelehrte und in der Mathesi erfahrne Leute, theils vor sich, theils anderer Ursachen wegen, um und bey sich haben, um sich derselben in allen Fällen zu bedienen; aber was hilfts, wovon soll ein solcher Mann leben? Sein Studium ist kostbar gewesen; er soll den ganzen Tag arbeiten, und wird davor fast nicht besser als der Kapellmeister, Kammerdiener und Friseur bezahlet, welche doch kaum täglich ein paar Stunden mit ihres Herrn Dienst zu thun haben; ja, einige große Herren halten fast noch mehr auf einen Jagdhund, als auf einen Gelehrten. Von allen diesen saget Rabner gar deutlich, wahr und klar, in dem 3ten Theile seiner Satiren pag. 3 bis 20. daß man einem Gelehrten nicht wenig genug geben könne, und dennoch vor das Wenige alle nur mögliche Wissenschaften und Dienste von ihm verlange.

Allen diesen habe zum Nutzen, Ersparung des monatlichen Gehalts vor einem Maitre, Uebung und Vergnügen, gegenwärtige neu abgefaßte Methode, die Geometrie von sich selbst zu erlernen, zu-

sammen getragen, aufgesetzet, und mit sehr vielen neuen, in keinem Buche zu findenden Aufgaben und Vortheilen, nebst allen denen dazu nur immer nöthigen saubern Figuren verfertiget und gezeichnet; versichernde, daß, wer sich derselben mit Aufmerksamkeit bedienen wird, wenn er nämlich schreiben kann, und die gemeine Rechenkunst in etwas verstehet, derselbe sodann den wahren Nutzen, der daraus zu ziehen, bald einsehen und spüren wird.

Ich habe dieses Buch dergestalt eingerichtet, daß das Schwerere dem Leichteren folget, und das Nachfolgende aus dem Vorhergehenden gleich leichte zu schließen und zu fassen; folglich, wer das erstere begriffen, das nachfolgende leicht capiren kann, und so gradatim bis zu Ende: daß demnach alles, gleich einer Kette, an einander hänget.

Um auch denen schwachen Köpfen so viel als möglich zu Hülfe zu kommen, oder gemeinen und Handwerksleuten dieses Unterrichtungswerk nicht schwer zu machen, habe erstens alle fremde Benennungen so

viel

viel als möglich, auch ins deutsche gesetzet; zweytens, bey der Construction oder Aufreißung der Figuren, der mathematischen alle mechanische Construction hinzugefügt; drittens, die Trigonometrie oder Dreyecksberechnung und Algebra, als etwas Kopfzerbrechendes aber auch ganz leicht zu entbehrendes, ganz und gar weggelaßen, weil man solches alles Umgang haben kann; angesehen, wir nicht den Himmel bestürmen, noch uns in die Astronomie oder Sternseherkunst mischen wollen, als wozu die Trigonometrie hauptsächlich nur gebrauchet wird: die gemeine practische Geometrie aber fast in allen Ständen und Professionen höchst nöthig ist; ja viel nöthiger, als die in denen hiesigen Schulen so pedantisch als eifrig gelehrte Philosophie, Oratorie, Poesie ꝛc. Denn jeder Handwerker würde beßere Arbeit verfertigen, mancher Tuch und Leder sich zum Nutzen beßer zuschneiden können, wenn er etwas davon verstünde; zu geschweigen, was sie denen Soldaten, Landwirthen, Müllern, Mäurern, Zimmerleuten, Tischlern, Gärtnern und fast allen übrigen Handwerkern

vor Nutzen schaffet. Sogar würde mancher, wenn er von der Geometrie etwas verstünde, eher eine Parthie Billard gewinnen, weil selbige auch sogar hierinnen ihren Nutzen und Einfluß hat.

Da ich bereits schon erwähnet, wie ein jeder durch ein wenig Nachsinnen und Fleiß aus diesem Buche die Geometrie von sich selbst zu erlernen im Stande seyn soll; so rathe ich einem jeden, so Lust zu dieser so schönen als nützlichen und Zeitvertreibenden Wissenschaft bezeuget, selbiges zu unternehmen, sich nach beyfolgenden Punkten genau zu richten, und die wenigen Kosten daran zu wenden. Als:

Erstens, sich ein gutes Reißbesteck, worinnen ein Stück- und ein Handcirkel, eine Bleyhülse, ein Reißfederknie, ein Paar gute doppelte Reißfedern, ein Transporteur oder Gradbogen, ein Parallellinial nebst einem Maaßstabe seyn muß, wie auch ein Stück Tusche, ein halb Dutzend Paar Pinsels von mittelmäßiger Größe,

einige

einige gute Bleystifte nebst etwas Farben, als: Carmin, Zinnober, Berlinerblau, distilirten Grünspan und Gummigutti anzuschaffen. Dieses alles wird nebst acht Stück darzu gehörigen kleinen gläsernen Gefäßgen zu den Farben höchstens auf fünf Ducaten zu stehen kommen. Unter dem Pappier wähle man das stärkste, weißeste und glätteste.

Zweytens, alle Regeln, bestehend aus Grund- oder Lehrsätzen, sowohl die arithmetischen als geometrischen welche in der Einleitung angeführet werden, so viel als möglich zu fassen, ja sogar auswendig zu lernen, welches man gleichfalls bey denen Signis oder Zeichen genau zu beobachten hat, und muß man selbige, um alle Weitläuftigkeiten zu vermeiden, auch selbst fertig schreiben lernen.

Drittens, bey Auflösung der Aufgaben und Aufreißung der Figuren wohl auf den Text zu sehen, und auf die Ordnung derer nach der Reihe folgenden Buchsta-

ben wohl Achtung zu geben, weil so, wie selbige im Alphabeth stehen, mit denenselben auch nach und nach verfahren werden muß.

Geschiehet dieses, so versichere ich einem jeden, daß er bey fleißiger Arbeit und ein wenig Nachdenken den Nutzen finden, mir aber das Lob wiederfahren lassen wird, daß meine Absicht und Arbeit nicht vergebens gewesen. Denn ich habe mich besonders beflissen, aus denen besten und gelehrtesten Schriftstellern die schönsten mechanischen oder handwerksmäßigen Aufgaben hauptsächlich in Ansehung der Planimetrie oder Flächenmessung betreffend, auszusuchen, wozu mir besonders Herr Penther Ozanam, Cantzler, le Clerc, Rost, Wilke, Sarganeck, Volimhauß und viele andere mehr, sehr dienlich gewesen; durch welche mechanischen Aufgaben zum zweytenmal bewiesen, daß man ohne trigonometrische Berechnungen alle nur im bürgerlichen gemeinen Leben vorkommende planimetrischen Fälle messen, vergleichen und in Richtigkeit oder Ordnung bringen könne

könne, ohne sich durch die Tabulas Sinuum den Kopf lange zu zerbrechen.

Werde ich demnach sehen, daß diese Blätter, so wie ich wünsche, geneigt aufgenommen werden: so soll mit ehestem die einem Officier nöthige Taschenbibliothek ans Licht treten, worinnen nicht allein die einem Officier vom Fähndrich bis zum Obristen nöthig zu wissende Taktik, sondern auch die Castrametation oder Lagerschlagung, nebst der Fortification passagere, das ist die Erbauung der Retranchements und Feldschanzen soll abgehandelt werden, welches aber alles desto leichter seyn wird, wenn man nämlich durch etwas Fleiß und Mühe den Grund durch gegenwärtige Geometrie geleget, und bloß mechanisch zu construiren ist. Und soll dieses Werkchen besonders allen denen sich dem Militairdienst mit Ernst widmenden armen jungen Edelleuten zum Besten erscheinen.

Indessen aber ersuche den geneigten Leser, daß wo einige Fehler, sowohl in

der Schreibart als auch Orthographie untergelaufen seyn sollten, selbige zu verzeihen, in Ansehung daß kein Pedant oder Schulfuchs, sondern ein von der Pique auf alter gedienter Soldat gegenwärtige Blätter verfasset und geschrieben.

Inhalt
des ersten Bandes.

I. Die Einleitung in die Geometrie.

II. Regeln und Grundsätze der Arithmetik oder Rechenkunst.

III. Geometrische Arithmethik und Decimalrechnung, welche in keinem Schriftsteller zu finden, nebst verschiedenen curiösen arithmetischen Vortheilen.

IV. Regeln und Grundsätze der Geometrie oder Meßkunst, nebst denen dazu gehörigen Erklärungen.

V. Defi-

V. Definitiones oder Erklärungen aller nur möglichen geometrischen Figuren.

Welcher Band zur Unterweisung der speculativen oder nachsinnenden Geometrie vor diejenigen, so selbige nur cavalierement tractiren wollen, vollkommen hinlänglich ist.

Einleitung
in die
Geometrie.

Erster Abschnitt.
Definition der Geometrie.

Erste Erklärung.

§. 1.

Die Geometrie oder Meßkunst, saget der berühmte Professor und Mathematikus Baron von Wolff in seinen Anfangsgründen der mathematischen Wissenschaften, pag. 117. in der ersten Erklärung, „ist eine Wissenschaft des Raumes, den die körperlichen Dinge nach ihrer Länge, Breite und Dicke einnehmen.„

Zweyte Erklärung.

§. 2. George Sarganeck saget in seiner Einleitung der geometrischen Tabellen pag. 1. „sie sey eine Lehre vom Erd- oder Feldmessen;“ welches aber meines Erachtens nicht hinlänglich ist, denn es werden dadurch nicht nur Längen, sondern auch Flächen und Körper betrachtet und gemessen: da aber beym Feldmessen nur Längen und Flächen vorkommen, so ist sie folglich auch mehr als eine Lehre vom Feld- oder Erdmessen.

Dritte Erklärung.

§. 3. Ich meines Orts halte dafür, daß die beste Definition, welche man von der Meßkunst geben kann, diese sey, wenn man saget: die Geometrie ist eine Wissenschaft aus einer oder etlichen bekannten Größen, und ihrer Ausdehnung eine andere zu finden, welche unbekannt ist, aber dabey doch mit denen gegebenen Größen eine gewisse Verwandschaft hat.

Vierte Erklärung.

§. 4. Oder kürzer nach meiner Art zu sprechen, die Geometrie ist eine Wissenschaft aus einigen gegebenen Größen, andere zu finden, welche man zu wissen verlangt.

Erste Anmerkung.

§. 5. Laut der dritten und vierten angeführten Erklärung, ist also die Arithmetik oder Rechenkunst ohn-

ohnstreitig der Grund der Meßkunst, ohne welche nicht leicht etwas taugliches darinnen vorzunehmen. Da ich aber nicht gesonnen ein gemeines Rechenbuch zu schreiben, sondern, wie in der Vorrede erwähnet, vermuthe, daß diejenigen, so sich meines Werks und der darinnen gezeigten leichten Anweisung bedienen wollen, die gemeine Arithmetik und etwas Bruchrechnung schon verstehen: so werde selbige nicht erwähnen; sondern habe nur noch zum Nutzen dererjenigen, welche nicht allzustark darinnen sind, einige Anweisung der geometrischen oder Decimalrechnung geben wollen, welcher die nöthigen arithmetischen Regeln und Axiomata oder Grundsätze, so durch leicht zu begreifende Exempel erläutert, nebst einigen arithmetischen Vortheilen, denen geometrischen Regeln vorgesetzet; welche nicht allein ein großes Licht darinnen geben, sondern auch die ganze Arithmetik sehr erleichtern werden.

Zweyte Anmerkung.

§. 6. Die Meßkunst gründet sich gleichfalls auf verschiedene Grundsätze und Regeln, welche nebst derselben Erklärung meiner kurzen geometrischen Arithmetik sogleich nachsetzen werde, damit beyde zugleich können erlernet werden.

Fünfte Erklärung.

§. 7. Ein Grundsatz ist ein solcher Satz, der so klar ist, daß er keines weitern Beweises bedarf; als z. E. alle graden Linien sind einander ähnlich: oder alle Radii eines Zirkels sind einander gleich ꝛc. und habe ich selbige, um Unordnung zu vermeiden, neben Regula allezeit mit einem ✳ marquiret.

Zweyter Abschnitt.
Regeln und Grundsätze der Arithmetik nebst derselben Erklärungen.

* *Regula* 1.

Eine jede Zahl oder Größe ist sich selbsten gleich.

Erklärung.

Denn viere ist viere, und also weder drey noch fünfe, das ist, weder eines weniger, noch eines mehr.

* *Regula* 2.

Wenn zwey Zahlen oder Größen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selbsten gleich.

Erklärung.

Man hätte z. E. drey Haufen Getreyde, im ersten neun Scheffel Korn, im zweyten neun Scheffel Weizen, und im dritten neun Scheffel Gersten, da nun im ersteren so viel als im zweyten, und im zweyten so viel als im dritten Haufen,

sen; folglich ist auch im ersteren so viel als im dritten.

* *Regula* 3.

Was größer ist als eine von zwey gleichen Größen, ist auch größer als die andere von ihnen.

Erklärung.

Ein Pfund ist größer oder mehr als ein halb Pfund, ein halb Pfund aber ist sechszehn Loth, folglich ist das Pfund auch mehr als sechszehn Loth.

Oder aber ein Rubel ist mehr als ein Tympff, ein Tympff ist so viel als drey Schostack, also ist der Rubel auch mehr als drey Schostack.

* *Regula* 4.

Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich, und daher auch größer als einer dieser seiner Theile.

Erklärung.

Demnach ist eine Elle so viel als zwey halbe, oder vier Viertelellen, und folglich größer als eine halbe, oder eine Viertelelle. Jngleichen ist ein Pohlnischer Gulden so viel als dreyßig Pohlnische Groschen, folglich ist dieser Gulden um neun und zwanzigmal größer als einer dieser Groschen.

* *Regula* 5.

Ein jedes Ganze ist mehr als eines seiner Theile.

Erklärung.

Also ist eine Meile größer als eine halbe, oder als eine Viertelmeile; ferner eine Hufe Landes hält dreyßig Morgen, also ist eine Hufe Landes mehr als ein Morgen.

Regula 6.

Die kleinste Zahl unter denen Ganzen ist die Eins, die größte aber kann nicht bestimmet, oder ausgesprochen, oder benennet werden.

Erklärung.

Denn man kann einem Bettler nicht weniger als ein Stück Münze reichen; der Werth derselben sey so geringe als er wolle, so ist doch die Zahl eins darinnen enthalten; wollte man aber die Münze von einander brechen, wenn sie nämlich so klein wäre, daß man sie nicht mehr wechseln könnte, so wäre die Zahl eins nicht mehr ganz, sondern nur ein Theil derselben oder ein Bruch.

Oder aber die größte Zahl kann nicht determiniret werden; denn wenn alle Menschen von Adam her noch lebten, und von der Zeit an, nebst denen heut zu Tage noch lebenden Menschen, nichts als Punkte mit einer Feder auf

etwas gemacht hätten, so kann man sich doch allezeit noch eine größere Zahl vorstellen, ja sogar diese Zahl, oder deren Summa durch Ansetzung einiger Nullen um viele Millionen vermehren.

Regula 7.

Die Eins vor sich multipliciret und dividiret nicht, das ist, sie kann weder vermehren noch vermindern.

Erklärung.

Denn einmal eins ist eins; und einmal sieben ist und bleibt sieben. Gesetzt ich hätte sieben Mann Soldaten, stelle selbige in ein Glied, so bleiben es immer sieben Mann: habe ich aber drey Glieder, und in jedem Gliede sieben Mann, so ist meine Zahl ein und zwanzig Mann, denn dreymal sieben ist ein und zwanzig.

Oder aber ich brauche zwanzig Dukaten, will solche zu vier Stück von fünf guten Freunden borgen, bekomme aber nur die vier Stück von einem guten Freunde geliehen: so habe alsdenn auch nur vier Dukaten, denn einmal vier ist viere. Hätten mir die übrigen vier Freunde aber auch jeder die verlangten vier Dukaten geliehen; so wären die zwanzig Dukaten beysammen gewesen: denn viermal fünf oder fünfmal vier ist zwanzig.

Regula 8.

Die Null multipliciret oder vermehret, wenn sie zu andern geltenden Ziffern gesetzt wird, um zehen; zwey Nullen um hundert; drey Nullen um tausend; und so weiter allezeit eine neu angesetzte Null um zehnmal mehr.

Erklärung.

Als zum Exempel 35 Cubicruthen Erde auszugraben, kostet die Ruthe 10 fl. Will ich sodann wissen wie hoch alle 35 Ruthen kommen, so darf ich nur neben der 5 eine Null auf die rechte Hand anhängen: so werde finden, daß es eine Summe von 350 fl. beträgt.

Oder aber ich hätte 24 Mann Soldaten neu mondiret, und jede kostet 100 fl. so kosten alle Mondirungen dieser 24 Mann 2400 fl.

Ferner ein Soldat bekömmt monatlich 2 Rthlr. Löhnung, wie viel kosten 1000 Mann monatlich? Antwort 2000 Rthlr.

Regula 9.

Wenn der Dividendus so groß ist als der Divisor, so kommt eine Eins heraus.

Erklärung.

Wenn sich drey Reuter in drey Beutpferde theilen sollen, so erhält ein jeder eines, weil just so viel Reuter als Beutpferde.

Regula

Regula 10.

Wenn der Divisor größer ist als der Dividendus, so ist der Quotient ein Bruch, dessen Zähler der Dividendus, der Nenner aber der Divisor ist.

Erklärung.

Es sollen sich z. E. sechs Soldaten in drey Kommisbrodte theilen, so bekommt jeder ein halbes Brodt, und zwar weil mehr Soldaten als Brodte: folglich haben solche müssen getheilet und von einander geschnitten werden; welche Theilung den Bruch verursachet.

* *Regula* 11.

Wenn man Gleiches zu Gleichen addiret oder zählet, so kommen gleiche Summen heraus: wenn man aber Gleiches zu den Größern und zu den Kleinern addiret, so ist die Summe in dem ersten Falle größer als im andern.

Erklärung.

Demnach betragen 6 und 8 Flor. 14 Flor. und 6 und 8 Dukaten 14 Dukaten, so beydes gleiche Summen sind. Zähle ich aber sechs und zwölf Flor. zusammen, so ist die Summe achtzehn Flor. folglich vier Flor. größer als vorher; addiret man sechs und drey Dukaten, so ist das Aggregat neun Dukaten und also um

fünf Dukaten kleiner oder weniger als vierzehn Dukaten.

Anmerkung.

Da wir in den folgenden Regeln vieles von graden und ungraden Zahlen zu sprechen haben werden, so ist auch nöthig selbige zu erklären.

Die graden Zahlen sind diejenigen so wenigstens allezeit paarweise aufgehen, oder sich mit der Zwey dividiren lassen, als da ist die Zwey, Viere, Sechse, Achte, Zehne rc. denn man sagt, zwey in zwey habe ich einmal, bleibt nichts, zwey in vieren zweymal, bleibt nichts rc. Die ungraden Zahlen hingegen sind alle die übrigen, nämlich, eins, drey, fünfe, sieben, neune, rc. denn diese lassen sich mit der Zwey nicht accurat theilen, sondern es bleibt allezeit eins übrig: denn zwey in drey hab ich einmal, bleibt eins; zwey in fünf hab ich zweymal, bleibt eins; rc. Da sich nun diese letzteren Zahlen nicht accurat theilen lassen, ohne daß nicht etwas übrig bleibt, welches nicht zertheilet werden muß; und dieses nennet man einen Bruch; darum heißet man diese letzteren angeführten Zahlen, als eins, drey, fünfe rc. ungrade oder surde Zahlen. Siehe hiervon obige Regula 10. und deren Erklärung.

+ *Regula* 12.

Wenn man grades zu graden addiret, so kommt eine grade Zahl heraus.

Erklärung.

Als; 26
32

58

so eine grade Zahl, und sich mit zwey aufheben oder dividiren läßet, ohne daß etwas übrig bleibt; denn 2 in 5, 2 mal bleibt 1, 2 in 18, 9 mal bleibt Null.

+ *Regu-*

+ *Regula* 13.

Addiret man aber grades zu ungraden: so sind die Summen ungrade.

Erklärung.

Als: 19 } welche 31 eine ungrade Summe
12 } ist, weil sich selbige durch keine
—— } Zahl aufheben lässet, sondern
31 } allezeit etwas übrig bleibt.

+ *Regula* 14.

Wird aber ungrades zu ungleichen gezählet, so ist das Aggregat eine grade Zahl.

Erklärung.

Demnach giebt 15 und 11 eine Summe von 26, welche Zahl sich gleichfalls mit der 2 theilen lässet.

+ *Regula* 15.

Zwey Zahlen mögen mit einander multipliciret werden wie sie wollen, so geben sie einerley Summe.

Erklärung.

Denn dreymal vier ist zwölfe, und viermal drey ist auch zwölfe. Oder dreymal fünfe, und fünfmal drey ist beydes funfzehn.

+ *Regula* 16.

Wenn man grades durch grades vervielfältiget, so bekommt man gleiche Produkte.

Erklärung.

Achtmal zwölfe giebt sechs und neunzig, so ein grades Factum, welches sich ganz leicht durch zwey, viere und achte aufheben läßet.

+ *Regula* 17.

Wenn ungrades mit graden multipliciret wird, so ist das Factum eine grade Zahl.

Erklärung.

Als sieben Schanzgräber bekommen jeder täglich zwey Flor. beträgt in Summe vierzehn Flor. als ein grades und sich mit zwey leicht theilendes Produkt.

+ *Regula* 18.

Wird aber ungleiches mit ungleichen multipliciret, so ist das Produkt gleichfalls ungleich.

Erklärung.

Man wollte z. E. ein neues Korps von eilf Kompagnien, jede Kompagnie zu 87 Köpfen aufrichten; dieses Regiment würde also 957 Mann stark werden, welches ebenfalls eine ungrade Zahl, so sich mit keiner andern Zahl aufheben lässet.

* *Regu-*

* *Regula* 19.

Wenn man gleiches von gleichen subtrahiret, so bleibt gleiches übrig.

Erklärung.

Wenn man von 60 Soldaten 30 reduciret, und von 60 Patronen 30 verschießet, so bleiben noch 30 Soldaten und 30 Patronen übrig.

* *Regula* 20.

Wenn man gleiches von dem Größern, und von dem Kleinern abziehet, so bleibet im ersten Falle mehr übrig als im andern.

Erklärung.

Wenn man von 80 Soldaten 30 kommandiret, so bleiben noch 50 Mann zum Dienst: theilet man aber von 45 Patronen 30 aus, so bleiben noch 15 auf der Kammer. Und also bleiben mehr Soldaten als Patronen.

* *Regula* 21.

Wenn gleiches von gleichen abgezogen wird, so bleibt gleiches oder ein grader Rest.

Erklärung.

Man nehme demnach 8 Kugeln von 12 Kugeln weg, so bleiben 4 Kugeln als ein grader Rest.

+ *Regula* 22.

Subtrahiret man hingegen grades von ungraden, so ist der Unterschied ungrade.

Erklärung.

Wer demnach von 17 Flor. 12 Flor. ausgiebt, behält nur noch 5 Flor. als eine ungrade Zahl übrig.

Regula 23.

Wird ungrades von ungraden weggenommen oder subtrahiret, so ist die Differenz eine grade Zahl.

Erklärung.

Gesetzt es würden von 357 Mann 93 gefangen, so bleiben 264 Mann als eine grade Zahl noch übrig.

Regula 24.

Wenn man gleiches durch gleiches dividiret, so sind die Quotienten einander gleich.

Erklärung.

Es sollen sich z. E. 9 Soldaten in 36 Patronen; und 9 Schanzgräber in 36 Flor. theilen, so bekommen erstere jeder 4 Patronen, und letztere jeder 4 Flor. Sind demnach beyde Exponenten 4 eine gleich große Zahl.

Regula 25.

Wenn man das Größere und das Kleinere durch gleiches dividiret, so ist der Quotient im erstern Falle größer als im andern.

Erklärung.

Es sollen sich z. E. 6 Kapitains in 30 Rekruten theilen, so fallen jedem Hauptmann 5 Rekruten zu. Diesen 6 Kapitains werden aber aus dem Kommissariat 12 Stück Zelter geliefert, um sich drein zu theilen, so erhält jeder 2 Zelter zu seinem Antheil, also 3 Zelter weniger als Rekruten.

Regula 26.

Wenn zwey Verhältnisse einem dritten gleich sind, so sind sie sich selbst gleich.

Erklärung.

Ich kaufe 4 Stück Reißbley vor 1 Flor. desgleichen 12 Stück vor 3 Flor. item 20 Stück vor 5 Flor. Die ersten 4 Stück à 1 Gr. von denen andern 12 Stück kostet jeder auch so viel; denn 3 mal 4 ist 12. Die letztern 20 Stück aber kosten nach Proportion eben dieses, denn 4 mal 5 ist 20, folglich kostet auch jeder von denen 20 Stück so viel als einer von denen erstern 4 Stück gekostet.

Oder aber, es verhält sich 1 zu 4, wie 3 zu 12 und wie 5 zu 20. Das ist, die 1 ist in der

der 4 viermal, so wie die 3 in der 12 und die 5 in der 20 auch viermal enthalten.

+ *Regula* 27.

Wenn von drey gegebenen Zahlen die zweyte und dritte mit einander multipliciret werden, die kommende Summe aber mit der ersten dividiret wird, so giebt der Exponent zu den drey gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl, die sich zur zweyten verhält wie die dritte zur erstern.

Erklärung und Exempel.

Als: 6 9 18
 9
6) ~~162~~ | 27 Exponent, als die
 4 vierte Proportionalzahl. Denn 9 steckt in 27 dreymal, so wie 6 in 18 auch dreymal befindlich.

+ *Regula* 28.

Wenn von drey gegebenen Zahlen die erste und zweyte mit einander multipliciret werden, das Produkt aber mit der dritten dividiret wird, so giebt der Quotient den Quartum Numerum reciproce proportionalem, zu dem sich die zweyte verhält wie die dritte zu der ersten.

Erklärung durch Exempel.

Als: 8 . 6 14
6

14) 48 | $3\frac{6}{14}$ oder $3\frac{3}{7}$; Quotus, als Quartus Numerus reciproce proportionalis, und stehet das Verhältnis folgender Gestalt: wie sich verhält 14 zu 8, also 6 zu 3 und $\frac{3}{7}$.

Anmerkung.

Der Unterschied dieser vierten Proportionalzahl von der zweyten Art, gegen der von der ersteren Art, Regula 27. ist dieser; die erste Quarta proportionalis, da sich verhält die gefundene zur zweyten, wie die dritte zur erstern. Allhier aber stecket die erste in der dritten so oft, als die gefundene in der zwoten.

+ *Regula* 29.

Wenn drey Zahlen gegen einander arithmetice proportionirt sind, so beträgt die erste und dritte doppelt so viel als die mittelste.

Erklärung durch Exempel.

Als: die Zahlen 3 6 9 stehen gegen einander arithmetice proportionirt; denn 3 und 9 facit 12, als das Duplum von 6.

+ *Regula* 30.

Wenn zwey Zahlen mit einander addiret werden, und die Summe halbiret wird, so giebt der Quotus die mittelste Proportionalzahl, da

sich denn die erste zur gefundenen verhält, wie die gefundene zur zweyten.

Erklärung durch Exempel.

Als es sey gegeben: 16 und 24
24
———
40 Diese halbiret, oder mit 2 dividiret giebt 20, als die mittelste Proportionalzahl.

Anmerkung.

Dieses dienet auch, zum Exempel einen Garten, Feld, Wiese ꝛc. einzurichten; wenn demnach Jemand einen Garten hätte, der 24 Ruthen lang und eben so breit wäre, so 40 Thlr. kostete, ein anderer Garten aber, 16 Ruthen lang und 16 breit, wäre mit 10 Thlr. bezahlt worden, wie hoch würde ein Garten kommen, welcher 20 Ruthen lang, und auch so breit wäre? Antwort, 25 Thlr. Denn 20 ist die mittelste Proportionalzahl von 16 und 24, so wie 25 die mittelste Proportionalzahl von 40 und 10 ist.

+ *Regula* 31.

Wenn drey Zahlen auf einander geometrice proportionales sind, so ist das Quadrat der mittleren, dem Aggregate gleich, so per multiplicationem der ersten und dritten mit einander entstehet.

Erklärung durch Exempel.

So ist 9 die mittlere geometrische Proportionalzahl von 3 und 27.

Denn

Denn	27	und	9
multiplicat. per	3	multipl. per	9
Productum	81	Aggregat.	81

Oder aber ein viereckigtes Feld 27 Ruthen lang und drey Ruthen breit, hat so wie ein anderes viereckigtes Feld 9 Ruthen lang, und 9 Ruthen breit, 81 Quadratruthen-Flächeninhalt, und sind also beyde gleich groß.

+ *Regula* 32.

Wenn vier Zahlen gegen einander geometrice directe proportioniret sind, geben die erste und vierte, wenn sie mit einander mutiplicire werden, so viel als die zweyte und dritte.

Erklärung durch Exempel.

Als:	2	4	8	16
			4	2

welche egale Produkte von 32 und 32 sind.

Oder aber zwey Bauern bekämen jeder ein Stück Feld zum Erbtheil; Hans hat bekommen 16 Ruthen in die Länge und 2 Ruthen in die Breite, Peter aber 8 Ruthen in die Länge und 4 Ruthen in die Breite, folglich hat jeder ein gleich großes Feld, von 32 Quadratruthen.

+ *Regula* 33.

Wenn vier Zahlen gegen einander geometrice reciproce proportioniret sind, so geben die erste und zweyte mit einander multipliciret, eben so viel als die dritte und vierte.

Erklärung durch Exempel.

Als: 8   12   6   16
         8   16
       ——   ——
        96   96 so beydes gleiche Facta sind.

Dieses Exempel ist wiederum wie Regula 28. eine Proba der verkehrten Regula de tri.

Dritter Abschnitt.

Von der geometrischen Arithmetik.

Erstens von denen geometrischen arithmetischen Zeichen.

§. 8.

Ehe ich zur Abhandlung der Arithmetik schreite, so finde noch vor nöthig, die gewöhnlichen Zeichen des geometrischen Maaßes anzuführen, und den Werth oder Größe derselben und ihre Bedeutung anzuzeigen.

(°) Bedeutet sowohl in der Fortification, als Geometrie eine Rheinländische, Decimal, oder sonst landübliche Meßruthe, als: 29(° ist so viel als 29 Ruthen.

(′) Bedeutet den zwölften Theil einer Rheinländischen, den zehnten Theil einer Decimal, und funfzehnten oder sechzehnten Theil einer landüblichen Ruthe, als: 8(′ heißet so viel als 8 Fuß oder Schuh.

(″) Marquiret den zwölften Theil eines Rheinländischen, oder den zehnten Theil eines Decimal, oder andern üblichen Fußes, als: 6(″ heißet 6 Zoll.

(‴) Dieses Zeichen bedeutet den zwölften Theil eines Rheinländischen oder den zehnten Theil eines Decimalzolles, welches Gran heißet. So ist demnach 9(‴ so viel als 9 Gran.

Anmerkung.

§. 9. Man gehet zwar bey der höhern Geometrie, Trigonometrie und Astronomie, noch viel weiter, indem man einen Gran wiederum in 10 Scrupel oder Pferdehaaresbreiten, welche man mit 4 Strichlein also (⁗) andeutet, eintheilet: und denn noch ferner einen solchen Scrupel wiederum in zehn gezweyte Scrupel oder Menschenhaaresbreiten, so mit 5 Strichlein also marquiret werden, (′′′′′) theilet. Da man aber im gemeinen Leben, als bey der Fortification und Geometrie, ja selbst in der Civilbaukunst, weiter nicht als bis in die Zolle gehet, so glaube daß es genug seyn wird, wenn in der Arithmetik zur Uebung und Ueberfluß die Grane mit berühren werde.

§. 10. Das ganze geometrische Längenmaaß verhält sich demnach also: 10 Gran oder Gerstenkornbreiten, machen einen Zoll oder eine Mannesdaumenbreite. Zehn Zoll betragen einen Fuß oder Schuh, so ohngefähr eine halbe Elle hält; zehn solche Fuß machen eine geometrische oder Decimalruthe, so ein Maaß von fünf Ellen hält. Eine landübliche Ruthe aber

ist verschieden, an theils Orten sieben, an andern sieben und eine halbe, an manchen gar acht Ellen, und noch an manchen acht Ellen, zwey Zoll lang. Da man denn beym Messen erstens mit der Decimalruthe arbeiten kann, aber hernach das Maaß genau nach der Landesruthe vergleichen und proportioniren muß.

Ferner kann man auch obiges Maaß statt der Strichlein mit kleinen Ziffern, als: $3(^{0}$ $6(^{1}$ $4(^{2}$ $9(^{3}$ oder $3(^{0}$ $6(^{\prime}$ $4(^{\prime\prime}$ $9(^{\prime\prime\prime}$ marquiren, und dieses heißet 3 Ruthen, 6 Fuß, 4 Zoll, 3 Gran.

Zweytens
von der geometrischen Numeration.

§. 11. Da in der Geometrie dreyerley Vermessungen, als Längen, Flächen und Körper vorkommen, so werden selbige auch auf dreyerley Art berechnet, folglich müssen wir derselben Art zu berechnen durchgehen.

Eine Länge oder Linie, so 12 Ruthen, 9 Fuß, 4 Zoll, 3 Gran lang ist, wird demnach also geschrieben: $12(^{0}$ $9(^{\prime}$ $4(^{\prime\prime}$ $3(^{\prime\prime\prime}$ oder aber auch $12,9,4,3(^{\prime\prime\prime}$ daß man nämlich von der Rechten zur Linken durch kleine Commata oder Strichlein so viel einzelne Zahlen abschneidet, als die letzte Zahl oder Ziffer Strichlein hat; die übrigen aber bleiben stehen, und sind Längenruthen.

§. 12. Eine Flächen- oder Quadratruthe aber ist ein Maaß, so eine Längenruthe lang, und eine Längenruthe breit ist, und nach Decimalmaaß hundert Quadratfuß in sich enthält; selbige Flächen- oder Quadratruthen bekommen zwischen der Zahl und dem Zeichen annoch dieses Signum □, als: 19 □(° 25 □(′ 71 □(″ 80 □(‴ welches also ausgesprochen wird: 19 Quadratruthen, 25 Quadratfuß, 71 Quadratzoll, 80 Quadratgran; oder aber weil eine Fläche aus zwey Vermeßungen, nämlich aus Länge und Breite bestehet, so darf man nur von der Rechten zur Linken so vielmal zwey Ziffern abschneiden, als bey der letztern Strichlein stehen, die restirenden bleiben vor die Quadratruthen übrig, als z. E. 19,25,71,80 □(³ und wird also ausgesprochen: 19 Quadratruthen, 25 Quadratfuß, 71 Quadratzoll, 80 Quadratgran.

§. 13. Eine Quadratruthe hält, wie allbereits vor kurzem erwähnet, 100 Quadratfuß, ein Quadratfuß hat 100 Quadratzoll, ein Quadratzoll aber 100 Quadratgran. Also hat eine Quadratruthe eine Million Quadratgran, weil zwey Nullen laut Regula Geometr. 8. allezeit um 100 vermehren. Als:

1 Quadratruthe hat

100 Quadratfuß, an diese 100 zwey Nullen angehänget giebt

100 00 vor die Quadratzoll, hieran wieder zwey Nullen giebt

100 00 00 vor die Quadratgran.

§. 14. Eine Cubic- oder Körperruthe ist ein Maaß, so eine Ruthe lang, eine Ruthe breit und eine Ruthe hoch ist, und zwischen der Zahl und dem Zeichen diesen Karakter □ bekommt, als z. E. 4579 □° 369 □(′ 782 □(″ 997 □(‴ welche folgendermaaßen ausgesprochen wird; als: 4579 Cubicruthen, 369 Cubicschuh, 782 Cubiczoll, 997 Cubicgran.

Eine Cubicruthe enthält tausend Cubicfuß, ein Cubicfuß tausend Cubiczoll, und ein Cubiczoll tausend Cubicgran.

§. 15. Da nun 3 Nullen laut Regula Geometriae 8. allezeit um Tausende vermehren, so hat eine Cubicruthe tausend Millionen Cubicgran in sich. Als:

1 Cubicruthe hat durch Anhängung dreyer Nullen

1000 Cubicfuß, diese durch drey neue Nullen

1000 000 Cubiczoll, und diese durch drey neue Nullen

1000 000 000 oder tausend Millionen Cubic-Gran.

§. 16. Hätte man demnach folgende Zahl als eine Länge oder Linie auszusprechen, so würde selbige, wie bereits §. 10. erwähnet, folgendermaßen geschrieben, als: 15($^{\circ}$ 3($^{\prime}$ 7($^{\prime\prime}$ 8($^{\prime\prime\prime}$; und 15 Ruthen, 3 Fuß, 7 Zoll, 8 Gran ausgesprochen, welche Zahl aber auch also gemeldetermaßen geschrieben werden kann, als: 15378(^{3} und gleichfalls auf nur erwähnte Art ausgesprochen wird.

§. 17. Bedeutete eben diese Zahl aber Flächenmaaß, so würde selbige also marquiret: 1($^{\circ}$ 53($^{\prime}$ 78($^{\prime\prime}$ und wäre demnach nur 1 □ Ruthe, 53 □ Fuß, 78 □ Zoll, welche Zoll aber auch auf nur erwähnte Art also 1,53,78 □($^{\prime\prime}$ gezeichnet werden kann.

§. 18. Wollte man aber durch eben diese Zahl Cubicmaaß anzeigen, so würden die Signa also gesetzet: 15 ⬚($^{\prime\prime}$ 378 ⬚($^{\prime\prime\prime}$ und alsdenn nur, 15 Cubiczoll 378 Cubicgran bedeuten.

Drittens
von der geometrischen Addition.

§. 19. Diese geschiehet wie bey der gemeinen Rechnung, auf folgende Art ganz leicht; wenn nämlich die zu addirenden Zahlen einerley Maaßes oder Geschlechts sind.

Als

Als z. E.

179(°	7(′	5(″	9(‴
35(°	9(′	4(″	3(‴
A. 208(°	B. 8(′	C. 8(″	D. 5(‴
10(°	1(′	7(″	6(‴
46(°	6(′	4(″	8(‴
478(°	3(° 1(′	2(′ 8(″	3(″ 1(‴

§. 20. Bey dieser Addition ist also nichts zu beobachten wie man siehet, als daß man hinten an die letzte Zahl der gefundenen Summe den Karakter der zu addirenden Zahlen setzet, und an die zweyte, welche auf dem Platze der Zehner stehet, das zuvorstehende Zeichen. Als in der Colonne sub A. stehen lauter Ruthen zu addiren, folglich bleibet das Aggregat 478 auch nur Ruthen, weil man kein größeres Längenmaaß hat. In der Colonne sub B. sind lauter Schuhe zu addiren, da nun derselben Summe 31 ist, so bleibet oder bekommt die 1 das Zeichen der Schuhe, die 3 aber das Zeichen der Ruthen, denn 31 Schuh ist 3 Ruthen 1 Schuh. In der Colonne sub C. stehen lauter Zolle, derselben Summe ist 28 Zoll; zehn Zoll ist ein Fuß, also wird die 2 vor die Fuße abgeschnitten, und die 8 behält ihr Zeichen der Zolle. Die Colonne sub D. sind lauter Gran; zehn Gran machen, wie laut §. 8. bekannt, einen Decimalzoll, also sind 31 Gran, 3 Zoll 1 Gran; es bekommt daher die 3 das Zeichen der Zolle, und die dahinterstehende 1 behält das Zeichen der Grane.

§. 21.

§. 21. Wenn aber Zahlen zu addiren sind, deren Geschlecht nicht einerley, als Ruthen, Schuh, Zoll, Gran, so werden diejenigen so des kleinsten Maaßes sind, und folglich die mehresten Strichlein, oder die größte Ziffer zu ihrem Karakter oder Zeichen haben, oben an gesetzet, die nachfolgende Ziffer aber wird links um so viel Stellen zurück gerücket, als selbige weniger Strichlein zu ihrem Karakter oder Zeichen hat.

Als z. E. $8(^{3}$ oder aber: $9(^{2}7(^{3}$

	A.		B.
	$8(^{3}$		$9(^{2}7(^{3}$
	$5(^{2}0$		$3(^{2}0$
A.	$7(^{1}0\ 0$		$2(^{1}5(^{2}7(^{3}$
	$2(^{0}0\ 0\ 0$		$3(^{1}0\ 0$ B.
Summa:	$2\ 7\ 5\ 8(^{3}$		$4(^{0}0\ 0\ 0$
			$25(^{0}0\ 0\ 0$
		Aggregat:	$29,\ 6,\ 8,\ 4(^{3}$

Anmerkung.

§. 22. Wobey aber wohl zu merken, daß man die leeren Stellen bis zum größten Karakter mit Nullen besetzen muß, wie allhier in vorstehenden zwey Exempeln sub A. und B. sattsam zu ersehen ist; doch darf selbigen, wenn man nicht will, kein Zeichen oder Karakter beygesetzet werden.

§. 23. Wenn aber nur z. E. Ruthen, Zolle und Grane zu addiren aufgegeben würden, so stünde das Exempel also:

$9(^{3}$ als:	9 Gran
$5(^{2}0$	5 Zoll
$7(^{2}0$	7 Zoll
$2(^{0}0\ 3(^{2}0$	2 Ruthen 3 Zoll
$8(^{0}00\ 6(^{3}$	8 Ruth. 6 Gran
Summa: $10\ 1\ 6\ 5(^{3}$	geben 10 Ruthen, 1 Fuß, 6 Zoll, 5 Gran.

Viertens
von der geometrischen Subtraction.

§. 24. Im Subtrahiren wird gleichfalls wie im Addiren, das größte Zeichen hinten gesetzt, ingleichen müssen auch die Ruthen unter Ruthen, die Schuh unter Schuh, Zolle unter Zolle, und Grane unter Grane gesetzet werden. Als z. E. es sollen 7 Ruthen 4 Schuh von 11 Ruthen 8 Schuh abgezogen werden, so stehet das Exempel also:

$$\begin{array}{r} 11.\ 8(' \\ 7.\ 4(' \\ \hline 4.\ 4(' \end{array}$$

Die Summe ist $44('$ oder $4^{\circ}4'$ darzu das Zeichen eines Schuhes gesetzet wird, weil alle beyde obere Posten dieses Zeichen haben, und so wird diese Summe alsdenn 4 Ruthen 4 Schuhe gelesen.

Zwotes Exempel: es sollen 14 Ruthen 6 Schuh 7 Zoll, von 30 Ruthen 4 Schuh 3 Zoll abgezogen werden, so setzet man das Exempel also:

30(°	4(′	3(″
14(°	6(′	7(″

Summa: 15(° 7(′ 6(″ welche 15 Längenruthen, 7 Längenfuß, 6 Längenzoll ausgesprochen wird.

§. 25. Da allhier der Subtrahendus in einigen Stellen größer als der Subtrahens, so wird von der links stehenden Zahl eine geborgt, welche geborgte aber alsdenn gleich vor zehne gilt, weil es Decimalzahlen sind.

Anmerkung.

§. 26. Ohngeachtet die oberste und unterste, oder zweyte Post dieses letztern Exempels, nach Ruthen, Schuhen und Zollen marquiret sind, so kann man, wenn man will, die Summe nur hinten mit dem drüber stehenden Zeichen marquiren, und ein tausend fünfhundert und sechs und siebenzig Zoll lesen, so gilt es gleichviel, denn diese betragen 15 Ruthen, 7 Schuh, 6 Zoll.

§. 27. Wenn aber von 25 Ruthen, 9 Ruthen 8 Fuß 5 Zoll 6 Gran subtrahiret werden sollen, so setzet man das Exempel also an:

25(°000
9 856(³

und fällt die Differenz 15 144(³ also aus.

Anmer-

Anmerkung.

§. 28. Bey der Addition und Subtraction ist, wenn man Rheinländisches Maaß hat, da die Ruthe 12 Fuß und der Fuß 12 Zoll hält, noch dieses zu erinnern, daß wenn man addiret, man 12 Gran, ehe man einen Zoll, und 12 Zoll, ehe man einen Fuß, und 12 Fuß, ehe man eine Ruthe hat, zusammenzählen muß.

Subtrahiret man aber die unten stehende Zahl, und der Subtrahens ist größer als der Subtrahendus, daß man also von oben borgen muß, so gilt das geborgte auch allezeit 12. als welches wohl zu merken.

Fünftens
von der geometrischen Multiplication.

§. 29. Bey dem Multipliciren werden die hinten stehenden Zeichen addiret, und zu dem Produkt neben an gesetzet, die Ruthen dürfen aber nicht just wieder unter Ruthen zu stehen kommen, sondern die Exempel werden also gesetzet, daß allemal die letzteren Ziffern recht unter einander wie in der allgemeinen Rechenkunst zu stehen kommen.

Anmerkung.

§. 30. Bey dem Quadratmaaße hat man noch folgendes zu beobachten. Als

1) Eine Quadratruthe ist eine Fläche, so zehn Schuh lang und zehn Schuh breit.

2) Ein Riemenschuh ist eine Ruthe lang und einen Fuß breit.

3) Ein

3) Ein Quadratschuh ist einen Fuß lang und eine[n] Fuß breit.

4) Ein Riemenzoll ist einen Zoll lang und einen Fu[ß] breit. Ein Quadratzoll ist einen Zoll lang un[d] einen Zoll breit.

§. 31. Im Rheinländischen Maaße is[t] alles zwölfe, was hier im Decimalmaaß[e] zehne ist.

§. 32. Wenn demnach Ruthen mit Schu[-]hen multipliciret werden, so ist das Factum Riemenschuhe.

Wenn Ruthen mit Zollen mutipliciret wer[-]den, so ist das Factum Quadratschuhe.

Wenn Ruthen mit Granen multiplicire[t] werden, so ist das Produkt Riemenzolle.

Wenn Schuhe mit Schuhen multiplicire[t] werden, so bringt das Factum Quadratschuh.

Wenn Schuhe mit Zollen multipliciret wer[-]den, so giebt das Produkt Riemenzolle.

Wenn Schuhe mit Granen multiplicire[t] werden, so bekommt man zum Produkt Qua[-]dratzolle.

Wie

§. 33. Wie das Quadratmaaß gelesen wird:

$(^{\circ}$	bedeutet	Quadratruthe.
$('$ oder $(^{1}$	— —	Riemenschuh.
$(''$ oder $(^{2}$	— —	Quadratschuh.
$('''$ oder $(^{3}$	— —	Riemenzoll.
$(''''$ oder $(^{4}$	— —	Quadratzoll.

und weiter werde nicht gehen, weil sogar diese letzteren, nämlich die Zolle, schon schwer auf dem Felde zu erkennen und zu messen.

§. 34. Es sollen anjetzo zum Exempel nach der §. 32. und 33. angewiesenen Regel 8 Ruthen 5 Schuh 3 Zoll, mit 17 Ruthen 4 Schuh multipliciret werden, so stehet das Exempel also:

			8	5	3	$(^{2}$
			1	7	4	$(^{1}$
		3	4	1	2	
	5	9	7	1		
	8	5	3			
1	4	8.	4.	2.	2	$(^{3}$

welches Produkt also gelesen wird: hundert vierzig und acht Quadratruthen, vier Riemenschuh, zwey Quadratschuh, zwey Riemenzoll.

Zur Uebung wollen wir noch ein etwas stärkeres Exempel aufsetzen, berechnen und aussprechen.

Als: 7386(³
4275(³

36930
51702
14772
29544

31.5.7.5.1.5.0(⁶ wird gelesen: 3[illegible] Quadratruthen, 5 Riemenschuhe, 7 Quadra[illegible]schuhe, 5 Riemenzolle, 1 Quadratzoll, 5 Ri[illegible]mengrane, 0 oder keinen Quadratgran.

Sechstens
von der geometrischen Division.

§. 35. Bey dem Dividiren wird das Zei[illegible]chen des Divisoris von dem Zeichen des Divi[illegible]dendi abgezogen, der Rest wird zum Quotien[illegible]ten als sein zugehöriges Zeichen gesetzet, darau[illegible] folget unumgänglich, daß das Zeichen des Di[illegible]videndi entweder größer, oder wenigstens ebe[illegible] so groß als des Divisoris Zeichen seyn muß.

Wenn nun der Dividendus am Zeichen i[illegible] einem Exempel kleiner als der Divisor vorkäme[illegible] so muß man dem Dividendo so viel Nullen am Ende zusetzen, auch wegen jeder angesetzten Nul[illegible] sein Zeichen um eines vermehren, bis das Zei[illegible]chen des Divisoris übertroffen werde.

Es sollen z. E. 19693(^{3} mit 47(^{1} dividiret werden, so stehet das Exempel also:

```
   4
   82
 19693(³ | 419(²
  4777(¹ |
   44  (²
```

Anmerkung.

§. 36. Das Untersetzen und das Dividiren an sich selbst wird gemacht wie in der allgemeinen Rechenkunst; zu Ende setzet man des Dividendi Zeichen, und unter dasselbe des Divisoris.

Wenn durchdividiret ist, so ziehet das Zeichen des Divisoris hier 1, vom Zeichen des Dividendi hier 3 ab, kommt 2, diese 2 ist das behörige Zeichen vor das Facit, welches allhier 4 Ruthen, 1 Schuh und 9 Zoll herausbringt.

§. 37. Ein anderes Exempel. Es sollen nämlich 5946(^{2} mit 143(^{2} dividiret werden; so stehet das Exempel also:

```
      8
     223
A.  5946(² | 41(⁰
    1433(² |
     14  (⁰
```

Erste Anmerkung.

Das Facit oder der Exponent bringet hier 41. Di
se müssen ein Zeichen haben: wenn man nun bey de
Zeichen saget zwey von zwey geht auf, das giebt ei
Null; diese zum Facit gesetzet, kommen oder machen de
Exponenten 41 zu Ruthen, vide Exemplum lit. A.

Zweyte Anmerkung.

§. 38. Die Division gehet nicht auf, sondern e
bleibet 83, das sind Zolle; machet sie mit 10 zu Granen
kommen 830(³, diese dividiret mit dem ersten Divisor
143(² giebt 5(¹. Als:

```
      115
B.    830(³ | 5(¹
      143(²  |
     -------
       (¹
```

Dritte Anmerkung.

§. 39. Die andere Division gehet abermals nicht au
sondern es bleiben 115 Grane übrig, diese multiplicire
wieder mit 10, kommen 1150 Scrupel, diese dividire
annoch mit dem ersten Divisore 143, bringet 8 Gran
Als:

```
        6
C.   1150(⁴ | 8(³
      143(¹  |
     -------
       (³
```

Vierte

Vierte Anmerkung.

§. 40. Was wiederum übrig bleibt, könnte gleichfalls mit 10 multipliciret werden, würde alsdenn derselbe Quotient auch Grane bringen: aber dieses ist nicht nöthig, denn unser Exempel allhier sub lit. C. von 41 Ruthen 5 Schuh 6 hundert und drey und vierzigtheil ist ohnedem zur praxi schon zu klein.

Fünfte Anmerkung.

§. 41. Wollte man der Mühe dreymal zu dividiren wie hier sub lit. A. B. und C. geschehen ist, überhobe seyn, und durch den ersten Exponenten gleich die Schuh und Zolle mit herausbringen, welches denn nicht allei die beste, geschwindeste und leichteste Art, sondern auch der Decimalrechnung eigene und große Bequemlichkeit ist, so setzet man dem Dividendo ein Paar Nullen zu, vermehret auch alsdenn sein Zeichen um zwey, so bekommt er das Zeichen viere; alsdenn dividiret man, wie schon angewiesen, so wird der Quotient mit einemmale herauskommen; s. nachstehendes Exempel sub lit. D.

```
       1
      81
     22386
D.   894800(4 | 4158(2
     143333(2 |
     1444
      11  (2
```

§. 42. Noch ein ander Exempel, da de Divisor sowohl stärker an Zahlen als am Wer the ist, dieses scheinet fast nicht möglich zu seyn durch die Division solches herauszubringen, abe in der Decimalrechnung muß solches angehen und zwar folgender Gestalt.

Man setzet dem Dividendo so viele Nul len zu, bis er dem Divisori am Werthe gleic komme, oder, welches noch besser ist, densel ben um etliche Ziffern übertreffe, bey jedwede Null die man ansetzet, muß man sich einbil den, daß das Zeichen oder der hinten stehend Karakter um eines vermehret werde. Zun Exempel, hier hat der Dividendus das Zei chen zwey; es sind ihm aber 5 Nullen ange setzet worden, darum bekommt er 7 zum Zei chen: im übrigen verfähret man gleich wie i allen vorigen zu dividirenden Exempeln.

Das Exempel wird also angesetzet:

```
  17390
 18886985
 97500000(7 | 37(5
 26304388(2 |
  263043   ----
            (5
```

§. 43

§. 43. Noch ein ander Exempel, wenn Ruthen mit Ruthen dividiret werden sollen, daß also zum Exponenten ein gleiches Signum gesetzet werden muß. Als: 18 Ruthen mit 3 Ruthen zu dividiren.

1) Setzet neben die 18 als dem Dividendo sein Zeichen, die Null.

2) Ingleichen setzet auch die 3, als des Divisoris Zeichen, unter des Dividendi Zeichen.

3) Nachdem man durchdividiret hat, so ziehet das Zeichen des Divisoris vom Zeichen des Dividendi ab, nämlich, Null von Null bleibt Null: diese letzte Null als den Rest setzet als sein Zeichen zum Quotienten, so giebt selbiger Ruthen.

Das Exempel wird also angesetzet:

18 (°	6 (°
3 (°	
(°	

Erste Anmerkung.

§. 44. Ich habe bey diesen Divisionsexempeln nicht allezeit den völligen vom Dividendo abgezogenen Rest über den Dividendum gesetzet, theils weil mehrentheils in Gedanken abgezogen, theils aber auch um dadurch den Raum der vielen über einander zu setzenden Ziffern zu ersparen. Im übrigen ist sowohl richtig dividiret als subtrahiret, ob gleich Zahlen über dem Dividendo fehlen, und habe also diese Anmerkung in der Absicht aufgesetzet, um daß, wenn man etwa diese Divisionsexempel nachrechnen wollte, und Ziffern vermisset, man nicht meyne, daß falsch gerechnet sey.

Zweyte Anmerkung.

§. 45. Vorstehende Divisionsexempel sind mit Zeichen aufgegeben, durch welcher Zeichen Hülfe auch der Werth des Quotienten erkannt worden ist, welches auch in der Decimalrechnung der beste und allgemeine Weg ist. Man hat zwar noch eine andre Methode Divisionsexempel ohne Zeichen herauszubringen; da sie aber mehr zur Kuriosität als zum Nutzen dienen, auch viele Zeit, Weitläuftigkeit und Nachdenken wegnehmen und verursachen würde, so habe selbige mit Bedacht weggelassen.

Siebentens
von verschiedenen arithmetischen Vortheilen.

§. 46. Es hat der weyland berühmte Professor und Mathematikus Herr Baron von

Wolff

Wolff in seinen Anfangsgründen der mathematischen Wissenschaften pag. 61. §. 58. Probl. 6. einer Multiplication, ohne das Einmal Eins zu können, erwähnet, welche ich hier anzuführen vor gut befunden, und ist derselben Procedur folgende.

Erste Erklärung.

„Wer nur dupliren und halbiren kann, „kann das übrige ohne Einmal Eins verrich„ten; denn man addiret das Einfache und das „Einfache, so hat man das Zweyfache. Ad„diret das Zweyfache zum Einfachen, so be„kommt man das Dreyfache. Dupliret das „Zweyfache, so hat man das Vierfache. Ad„diret das Einfache zum Vierfachen, so be„kommt man das Fünffache. Dupliret das „Dreyfache, so ist das Sechsfache gefunden. „Darzu addiret das Einfache, so bekommt „man das Siebenfache. Dupliret das Vier„fache, so hat man das Achtfache. Addiret „das Einfache zum Achtfachen, so ist das „Neunfache gefunden. Endlich dupliret das „Fünffache, so erhält man das Zehnfache, und „weiter braucht man nichts."

Erste Aufgabe.

24 mit 7 auf diese Art zu multipliciren.

1.	Das	Einfache	oder	Simplum sey demnach					- - - -	24
2.	—	Zweyfache	—	Duplum ist also					- - - - - -	48
3.	—	Dreyfache	—	Triplum folglich					- - - - -	72
4.	—	Vierfache	—	Quadrupl. durch		48	und	48	- -	96
5.	—	Fünffache	—	Quindupl.	—	96	—	24	-	120
6.	—	Sechsf.	—	Sexdupl.	—	72	—	72	-	144
7.	—	Siebenf.	—	Sepdupl.	—	144	—	24	-	168

So ist demnach 7 mal 24 in Summe 168 als das verlangte Produkt.

Zweyte

Zweyte Aufgabe.

24 mit 9 zu multipliciren.

Auflösung.

Dupliret 96 als das Vierfache, so habt ihr das Achtfache, nämlich 192: darzu addiret das Einfache, nämlich die 24, so bekommt man 216, als das verlangte Produkt von 9 mal 24.

Dritte Aufgabe.

24 mit 10 zu multipliciren.

Auflösung.

Hänge, laut Regula Arithm. 8. des zweyten Abschnittes dieser Einleitung, eine 0 an die 24, welches sodann das Produkt von 10 mal 24, nämlich 240 giebt.

Vierte Aufgabe.

24 mit 17 zu multipliciren.

Auflösung.

Duplire 192 als das Achtfache, giebt 384, vor die Summe des Sechszehnfachen: darzu addire das Einfache, so bekommst du 408, als das Produkt von 17 mal 24.

Fünf-

Fünfte Aufgabe.

24 mit 100 zu multipliciren.

Auflösung.

Da darf man nur zwey Nullen, laut
Arithm. 8. des zweyten Abschnitts, an die
hängen, so bekommt man 2400 vor da
dukt von 100 mal 24.

Erste Anmerkung.

§. 47. So wie hier gezeiget worden 24 durch
diren und Dupliren zu multipliciren, wird auch m
übrigen Zahlen verfahren, wenn man nämlich die z
tiplicirende Zahl oder den multiplicandum duplir
diret ꝛc. wie in der ersten Aufgabe angewiesen w
also wird auch mit allen übrigen Zahlen, welch
multipliciren oder vervielfältigen will, verfahren.

Zweyte Anmerkung.

§. 48. Es ist wohl nicht zu läugnen, daß *das* M
pliciren am geschwindesten durch das Einmal Eins ge
het: man muß aber solches fertig auswendig *können*,
eine Einmal-Eins-Tafel bey sich haben, um sich
lange darauf besinnen zu dürfen; aus dieser *Ursache*
ich allhier eine bequeme und noch darzu große Ein
Eins-Tafel hinzu, um denenjenigen, so *multiplic*
sollen oder wollen, und doch nicht können, die Mult
cation so viel als möglich zu erleichtern.

:ins,

Reihe von A C, welche ihr bey D
von 19 in E, wo sodann die Zah-
ır das verlangte Produkt.

		E						
7	18	19	20	21	22	23	24	B
4	36	38	40	42	44	46	48	
1	54	57	60	63	66	69	72	
8	72	76	80	84	88	92	96	
5	90	95	100	105	110	115	120	
2	108	114	120	126	132	138	144	
	126	133	140	147	154	161	168	
	144	152	160	168	176	184	192	
	162	171	180	189	198	207	216	
	180	190	200	210	220	230	240	
	198	209	220	231	242	253	264	
	216	228	240	252	264	276	288	
	234	247	260	273	286	299	312	
	252	266	280	294	308	322	336	
	270	285	300	315	330	345	360	
	288	304	320	336	352	368	384	
	306	323	340	357	374	391	408	
	324	342	360	378	396	414	432	
	19	361	380	399	418	437	456	
		20	400	420	440	460	480	
			21	441	462	483	504	
				22	484	506	528	
					23	529	552	
						24	576	
							C	

Anmer-

Anmerkung.

§. 49. Noch hat oben angeführter Herr Baron von Wolff eine Methode oder Art ohne Einmal Eins zu dividiren, in seinen Anfangsgründen der mathematischen Wissenschaften pag. 68. §. 61. Probl. 8. gezeiget; welche gleichfalls mit gutem Bedacht von Wort zu Wort hier einrücke.

Zweyte Erklärung.

Er saget also: „1) schreibet die Zahl welche „dividiret werden soll, gewöhnlichermaßen vor „euch; machet darhinter einen Verticalstrich, „das ist, neben der Ziffer grade herunter, „und unter die Stelle des Quotienten einen „Horizontalstrich.

2) „Unter diesen andern Strich schreibet den „Divisorem, und darneben zur Rechten 1, „sodann des Divisoris Zweyfache, darunter „und darneben 2, endlich die Hälfte des „Zehnfachen oder das Fünffache, und darneben 5, so könnet ihr daraus alle vielfachen „Zahlen des Divisoris haben.

3) „Nehmet so viel Zahlen der zu dividirenden „Zahl, als der Divisor Theile hat, und vergleichet sie mit seinen Vielfachen, so werdet „ihr den Quotienten finden.

4) „Diesen Quotienten schreibet gewöhnlichermaßen an seinen Ort, das darzu gehörige „Vielfache aber des Divisoris unter die ge-

„meldeten Theile der zu dividirenden Zahl
„und ziehet dieses von jenen ab.

5) „Zu dem übriggebliebenen setzet zur Rech-
„ten die nächstfolgende Ziffer von der zu di-
„vidirenden Zahl, und verfahret ferner wie
„vorhin.“

Anmerkung.

§. 50. Wenn ihr nun so fortfahret, so werdet ihr ohne das Einmal Eins und ohne beschwerliches Nachdenken den völligen Exponenten finden.

Fernere Erklärung auf diese Art zu dividiren.

Auflösung.

Z. E. man sollte 4615 durch 157 dividiren: schreibet sodann die Zahl folgender Gestalt nieder, mit den benöthigten vielfachen Zahlen des Divisoris.

Als:	4615 | $29\frac{62}{157}$	157 der Divisor.
Das Zweyf.	314:	314 das Zweyf.
		471 das Dreyf.
	1475	785 das Fünff.
Das Neunf.	1413	
	62	

Proba:

Proba:	157	Divisor.
	29	Quotient.
	1413	
	314	
	62	Residuum.
	4615	

Anmerkung.

§. 51. Da mir aber vor einfältige oder schwache Köpfe obige Erklärung zu gelehrt und schwer scheinet, so habe dieser Wolffischen Methode beystehende zugesetzet.

Dritte Erklärung.

Gesetzt man sollte 3249850176 mit 352 dividiren, so setzet den Dividendum wie in der gemeinen Rechnung gebräuchlich ist, nebst einem Verticalstrich zur Rechten an; unter den Platz wo der Quotient hinkommen soll, ziehet eine Queerlinie rechts neben den ersten Verticalstrich, unter diese Horizontallinie aber etwas entfernter und weiter rechts setzet den Divisorem, und wieder rechts darneben eine 1, und darzu geschrieben: der Divisor, anzuzeigen daß dieses der einfache Divisor ist. Sodann setzet unter diesen Divisor die Summe des duplirten Divisoris, und schreibet darneben das Zweyfache, um zu marquiren, daß diese Zahl zweymal so groß als die erste ist.

Ferner addiret beyde Summen, schreibet s gehörig unter, und setzet neben diese Zahl da Dreyfache, weil es der triplirte Divisor ist und so fahret fort, bis ihr den neunfache Divisorem durch Dupliren und Addiren g funden habt: dieses Dupliren muß aber seh accurat geschehen, weil man, wenn man da Exempel hernach berechnet, nicht leicht de Fehler finden kann. Alsdenn wenn die Ve vielfältigung des Divisoris in Richtigkeit g bracht, so suchet welches von den Vielfache denen ersten Zahlen des Dividendi am näch sten kommt; doch muß der Divisor nie grö ser, wohl aber um etwas kleiner, am liebste aber mit dem Dividendo gleich seyn. Dies Zahl nun, welche wir erwähnet, setzet gleic einem Divisori unter den Dividendum, di Zahl seines Vielfachen aber auf die Stelle de Quotienten über die gezogne Linie, nämlich wenn der Numerus das Vierfache, 7 wenn das Siebenfache ist u. s. f.

Unter den vervielfältigten Divisorem s ihr angesetzet habt, ziehet einen Strich, un subtrahiret diesen Divisorem vom Dividendo zu dieser gefundenen Differenz setzet zur Rech ten die nächste Zahl von oben aus dem Divi dendo, von welcher noch nicht abgezogen wor den, herunter: diese Differenz ist nun nebs der herunter gerückten Zahl der neue Divide dus, zu welchem aus dem Vervielfältigter

wieder

wieder ein neuer Subtrahendus, so dem Numero minuendi am nächsten kommt, muß ausgesucht werden, dessen Vielfaches in die Reihe der Quotienten dem vorigen zur Rechten gesetzet, und im übrigen wie vorher subtrahiret werden muß, und dieses so fort bis zu Ende. Bleibt vom Dividendo etwas übrig, so mit dem einfachen Divisore nicht kann ausgemessen werden, oder von welcher Zahl der Divisor nicht abgezogen werden kann; so wird solches, wie in der ordinairen Division gebräuchlich, nebst erwähnten einfachen Divisore als ein Bruch angesetzet, und wenn es angehet, auch aufgehoben.

Anmerkung.

§. 52. Diese Art zu dividiren hat seinen besondern Nutzen: denn man kann erstens nicht so leicht irren, und zweytens die Proba bey dem Subtrahiren gleich machen.

Sechste

Eine gegebene Zahl auf diese

Größe der nöthigen Subtrahenden.		
	Dividendus:	3249850176
	Neunfacher - -	3168 : : : : : :
		818 : : : : :
	Zweyfacher - - -	704 : : : : :
		1145 : : : :
	Dreyfacher - - -	1056 : : : :
		890 : : :
	Zweyfacher - - - -	704 : : :
		1861 : :
	Fünffacher - - - -	1760 : :
		1017 :
	Zweyfacher - - - -	704 :
		3136
	Achtfacher - - - - -	2816
	Rest so kleiner als 352;	320

Dieser Rest von 320 wird nebst dem einfachen Divisore von 352 als ein Bruch gewöhnlich angesetzet.

Anmer-

Aufgabe.

Art zu dividiren.

$9^{2}32528\frac{320}{352}$ Quotus.

352	—	1	Subtrahen. vel Divisores.
704	—	2	
1056	—	3	
1408	—	4	
1760	—	5	
2112	—	6	
2464	—	7	
2816	—	8	
3168	—	9	

Anmerkung.

§. 53. Ich glaube durch diese Methode ohne Einmal Eins zu dividiren, nebst der ersten Erklärung des dritten Abschnitts durch den vervielfältigten Multiplicator angezeigten Multiplication, einem jeden Liebhaber dieser Wissenschaft einen großen Gefallen und Dienst erwiesen zu haben, weil beydes von besondern Nutzen: denn erstens hat man nicht mit so vielen Zahlen als wie bey der gemeinen Multiplication und Division zu thun, folglich kann man nicht so leicht irren; und zweytens kann man besonders in der Division bey jedemmal Subtrahiren die Proba leicht machen, welches nach meinem Erachten kein geringer Vortheil ist.

Vierter Abschnitt.

von denen in der

Arithmetik und Geometrie

vorkommenden

Zeichen und Abbreviaturen.

Erstens

von denen arithmetischen Signaturen.

§. 54.

In der Mathematik bedienet man sich der Kürze wegen verschiedener Zeichen oder Signaturen, um im Schreiben alle Weitläuftigkeiten zu vermeiden, und sind dieselben folgende. Als;

1) Das Zeichen der Addition ist ein liegendes +, welches durch plus oder und ausgesprochen wird; als z. E. 6 + 3 + 7, dieses heißet: 6 und 3 und 7 ist ꝛc.

2) Das Zeichen der Subtraction ist ein – welcher durch minus oder weniger ausgesprochen wird, als: 14 – 8 bedeutet so viel als: 14 weniger 8 ist ꝛc.

3) Das

3) Das Zeichen der Multiplication ist ein grosser Punkt, als z. E. 75 · 26 heißet 75 multiplicatum per 26, oder auch, daß 75 mit 26 multipliciret worden sey.

4) Das Zeichen der Division sind zwey dergleichen Punkte, einer über dem andern; wenn man demnach findet 139 : 46, so will es so viel sagen als 139 sey mit 46 dividiret worden, oder 139 divisum per 46.

Anmerkung.

§. 55. Ich habe diese Zeichen deswegen angeführet, um daß, wenn einer oder der andre von meinen Lesern solche in einem mathematischen Buche findet, er sogleich wisse was sie bedeuten, nur muß man genau darauf Achtung geben, ob solche bey Ziffern und Zahlen stehen, als in welchem Falle sie, wie bereits gesaget, zur Arithmetik gehören und das Angezeigte bedeuten; stehen sie aber bey Buchstaben, so gehören sie zur Geometrie, wovon ich weiter unten mit mehrerem sprechen werde.

Zweytens
von denen geometrischen Zeichen oder Signis.

§. 56. So wie man sich, laut dem §. 54. der Kürze wegen in der Arithmetik verschiedener Zeichen bedienet, aus dieser Ursache sind zur Erklärung und zu denen Demonstrationen oder Beweisen der geometrischen Grund- und

Lehrsätze und ihrer darzu gehörigen Figuren, auch dergleichen bey der Geometrie, folgende eingeführet worden.

Als: = Aequal, oder gleich.

∽ Simile, ähnlich.

$\underline{<}$ Major, größer.

$\underline{>}$ Minor, kleiner.

∧ Decket.

∠ Angulus, der Winkel.

∟ Rechter Winkel.

⌒ Arcus, der Bogen.

△ Dreyeck.

□ Viereck.

▱ Rhombus, geschoben Quadrat.

▱ Rhomboydes, geschoben Oblong.

▭ Längliches Quadrat.

⊙ Circulus oder Zirkel.

❒ Cubus, oder Würfel.

:: Signum proportionis, wird ausgesprochen durch zu.

÷ Signum proportionis, wird ausgesprochen durch also, oder, also auch.

§. 57. Das Zeichen des geometrischen Maaßes als der Ruthen, Schuhe, Zolle, Linien oder Grane ꝛc. ist: vor die Ruthen eine kleine Null, welche recht oberwärts der Ziffer angehänget wird: vor die Schuhe oder Fuß ein kleines Strichlein: vor die Zoll- oder Daumenbreiten zwey Strichlein: und vor die Linien oder Grane wie auch Gerstenkornbreiten drey solche Strichlein, welche ebenfalls rechts oberwärts der Zahl angehänget werden. Im Längenmaaße wird $5^{\circ}\ 9'\ 4''\ 3'''$ folgender Gestalt ausgesprochen, als: 5 Ruthen, 9 Fuß, 4 Zoll, 3 Linien oder Grane: will man aber die Zeichen der Ruthen, Schuhe und Zolle weglassen, wenn die Linien, das ist, eine vierte Ziffer noch da ist, wie in diesem Exempel, so wird an die letzte Ziffer das ihr zukommende Zeichen gehänget, als: $5943'''$ und ausgesprochen, funftausend neunhundert vierzig und drey Linien, denn der geometrische Zoll hält 10 Gran, der geometrische Fuß hält 10 Zoll, und die geometrische Ruthe hält 10 Fuß.

Anmerkung.

§. 58. Bey dem Rheinländischen Maaß wo die Ruthe 12 Fuß, der Fuß 12 Zoll und der Zoll 12 Linien hat, da gehet dieses aber nicht an, daß man die Ruthen, Schuhe, Zolle und Linien nur am Ende mit dem der letzten Ziffer zukommenden Zeichen marquiren kann, wohl aber im Geometrischen und Decimalmaaß.

§. 59.

§. 59. Stehet aber vor denen jetzt erwähnten Zeichen ein kleines Viereck, an welches recht nur benannte Zeichen angehänget sind, so bedeutet solches Quadrat- oder Flächenmaaß; als: 25 $\square^{\circ}$ 91 $\square'$ 30 $\square''$ 17 $\square'''$ welches heißet: 25 Flächenruthen, 91 Quadratschuhe, 30 Flächenzolle, 17 Quadratlinien; oder welches auch einerley ist, wenn man schreibt oder ausspricht: 25,91,30,17 $\square'''$ fünf und zwanzigtausend neunmal hundert dreyzehntausend und siebenzehen Quadratlinien.

Eine Flächenruthe aber ist ein Raum, welcher eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist. Gleiche Bewandniß hat es auch mit denen Quadrat- oder Flächenschuhen, mit denen Flächenzollen, mit denen Flächengranen 2c.

§. 60. Stehet aber vor dem Zeichen ein Cubus, so sind solches Körperruthen, Körperschuhe und Körperzolle; als; 38 ❒° 279 ❒′ 324 ❒″ 653 ❒‴ welches so viel ist, als: 38 Cubicruthen, 279 Cubicfuß, 324 Cubiczolle, 653 Cubiclinien, oder welches einerley ist, 38,279,324,653 ❒‴ so ausgesprochen wird: 38 tausend 279 Millionen 3 mal hundert 24 tausend 600 und 53 Cubicgran. Eine solche Cubicruthe aber ist ein Körper, er sey wovon er wolle, welcher eine Ruthe lang, eine Ruthe breit und eine Ru-

the

che hoch und dicke ist. Gleiche Bewandniß hat es auch mit dem Cubicfuß, Cubiczoll und Cubicgran.

§. 61. Eine Längenruthe ist eine nach verschiedenen Ländern angenommene Länge, ohne auf die Breite zu sehen.

Ein Längenfuß ist ein gewisser Theil dieser Längenruthe, ebenfalls ohne Breite.

Der geometrische Längenfuß ist der zehnte Theil einer geometrischen Längenruthe.

Mit dem Längenzoll verhält es sich also: an theils Orten wird der Fuß in 12 Zoll eingetheilet, so Werkzoll heißet, in der Geometrie aber hat der Fuß nur 10 Zoll.

§. 62. Mit dem Quadratmaaße aber hat es folgende Bewandniß:

Eine Quadratruthe ist eine Fläche so eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist.

Ein Quadratfuß ist eine Fläche eines Schuhes lang und eines Schuhes breit, so beynahe eine halbe Elle eines jeden Landes austrägt.

Ein Quadratzoll ist eine Fläche eines Zolles lang und eines Zolles breit. Desgleichen ist auch die Quadratlinie oder der Quadratgran.

§. 63. Wenn man eine gewisse Summe vom Längenmaaße aussprechen will, so muß man Achtung geben, mit wie viel Strichlein dieselbe hinten signiret ist, und eben so viel Zahlen muß man von der Rechten zur Linken durch Strichlein absondern: so viel nun zur Linken Ziffern übrig bleiben, so viel hat die Summe Längenruthen, das übrige sind Fuße, Zolle, Grane ꝛc. als z. E. 57 | 9 | 3 | 8‴ heißet 57 Längenruthen, 9 Längenfuße, 3 Längenzolle, 8 Längengrane.

§. 64. Will man aber eine Summe Quadratmaaß aussprechen, so muß man so vielmal zwey Ziffern von der Rechten zur Linken abschneiden, als hinten Strichlein zur Signatur stehen, wie z. E. 918 | 27 | 36 | 45 | □‴ welches in Summa ist: neunhundert und achtzehn Quadratruthen, sieben und zwanzig Quadratschuhe, sechs und dreyßig Quadratzolle, fünf und vierzig Quadratgrane.

§. 65. Bey dem Cubicmaaße aber werden allezeit drey Zahlen von der Rechten

zur

zur Linken abgeschnitten, als zum Exempel: 51 | 948 | 963 | 720 ⬚''' so da heißet: ein und funfzig Cubicruthen, neunhundert acht und vierzig Cubicfuß, drey und sechzig Cubiczolle, siebenhundert und zwanzig Cubicgrane.

Anmerkung.

§. 66. Weil beym Längenmaaß nur eine Vermessung nämlich die Länge zu betrachten, darum werden nur einzelne Theile oder Zahlen abgeschnitten: im Flächenmaaße aber sind zwey Vermessungen anzutreffen, nämlich die Länge und Breite, darum schneidet man zwey Zahlen ab. Da aber beym Körpermaaße, wie wir in der Stereometrie sehen werden, dreyerley Vermessungen angetroffen oder betrachtet werden, als Länge, Breite und Höhe, so werden auch darum allezeit zu drey Zahlen par Colonne abgeschnitten.

Fünfter Abschnitt.
Regeln und Grundsätz[e]
der
Geometrie
nebst derselben Erklärungen.

* *Regula* 1.

Das Ganze ist größer, als eines seiner Thei[-]le. vid. Reg. Arithm. 4.

Erklärung.

Also ist ein Haus größer, als ein darinne[n] befindliches Zimmer.

Oder ein Buch ist größer, als ein daraus gerissenes Blatt.

* *Regula* 2.

Das Ganze ist eben so groß, als desselbe[n] sämmtliche Theile zusammengesetzet. vid. Reg. Arithm. citat.

Erklärung.

Demnach ist ein in halbe Bögen, Quart[-] oder Octavblätter zerschnittener Bogen Pappier eben

eben so groß als seine zwey halben Bögen, oder vier Quart- oder acht Octavblätter, in die er zertheilet worden.

* *Regula* 3.

Dinge die einem andern gleich sind, sind auch unter sich selbst einander gleich. vid. Regula Arithm. 2.

Erklärung.

Unter sechs Paar Schalen von egalen Service oder gleicher Form und Muster, ist das erste Paar dem zweyten, das zweyte Paar dem dritten, das dritte Paar dem vierten, das vierte Paar dem fünften, und das fünfte Paar dem sechsten gleich: derohalben ist folglich auch das sechste Paar dem ersten, und also alle einander selbst gleich.

* *Regula* 4.

Was größer ist als eines von gleichen Dingen, ist auch größer als das andere von selbigen; item was kleiner ist als eines von gleichen Dingen, ist auch kleiner als das andere von selbigen. vid. Reg. Arithm. 5.

Erklärung.

Wenn Hans so groß ist als Peter, und Kunze größer denn Hans, so ist dieser Kunze auch größer als Peter.

Oder London ist so groß als Paris, Leipzi[g] ist kleiner als London, folglich ist Leipzig auc[h] kleiner als Paris.

* *Regula* 5.

Dinge so überall auf einander passen, ode[r] eines das andere decken, sind gleich groß mi[t] einander.

Erklärung.

Wenn demnach zwey Bretter auf einande[r] geleget werden, und das unterste ist nicht län[-] ger und nicht breiter als das oberste, das obe[r-] ste aber ist just so lang und so breit als das un[-] terste, so passen sie auf einander; denn keine[s] stößet vor dem andern vor, folglich sind s[ie] gleich groß mit einander.

+ *Regula* 6.

Die grade Linie ist unter allen, die mi[t] ihr aus einem Punkt auf einen andern gezo[-] gen werden kann, die kürzeste.

+ *Regula* 7.

Keine Linie kann grader seyn als eine gra[-] de Linie.

+ *Regula* 8.

Alle grade Linien sind einander ähnlich.

Regula 9.

Grade Linien, deren beyde Endpunkte in gleicher Weite von einander entfernet sind, sind von gleicher Länge, und haben folglich auch einerley Maaß.

\+ *Regula* 10.

Grade Linien von gleicher Länge, decken einander.

\+ *Regula* 11.

Zwey grade Linien können keine Figur geben, das ist, sie können keinen Raum einschließen.

Erklärung.

Es hätte zum Exempel jemand einen Garten oder Feld, diesen wollte er verzäunen: wenn nun der zu verzäunende Platz z. E. nur dreyeckig oder gar viereckig wäre, und der Eigenthümer wollte den Zaun nur auf zwey Seiten, das ist, nach zwey Linien führen lassen, so würde bey dem dreyeckigten Platze eine Seite oder Linie, bey dem viereckigten aber gar zwey Seiten frey und uneingeschlossen bleiben, folglich können zwey grade Linien keinen Raum einschließen.

+ *Regula* 12.

Wenn zwey grade Linien einander berü[hren], so geschiehet es nur in einem einzig[en] Punkte.

Anmerkung.

Wohl aber können zwey krumme Linien einander w[e]nigstens in zwey, auch nach Gelegenheit in mehrer[en] Punkten berühren.

+ *Regula* 13.

Zwey grade Linien können einander nur i[n] einem einzigen Punkte durchschneiden.

Anmerkung.

Eine grade und eine krumme Linie aber, oder zw[ey] krumme Linien, können solches hingegen in verschied[e]nen Punkten thun.

+ *Regula* 14.

Zwischen zwey Punkten ist diejenige die g[e]radeste Linie, so sich ohne Umschweif von e[i]nem Punkte zum andern beweget, und folgli[ch] kann zwischen zweyen Punkten nur eine grad[e] Linie seyn.

Erklärung.

Man nehme z. E. eine nach der Regel au[s]gesteckte Allee eines Lustgartens, und einen m[it] Weiden oder andern schlechten Bäumen bese[tz]ten Damm oder Weg: so wird man durch di[e]

Alle

Allee des Lustgartens ohne Hinderung bis ans Ende durchsehen können, welches bey dem Damme oder Dorfwege so leicht nicht angehen wird, weil selbiger nicht durch die Kunst nach der graden Linie ausgesteckt und abgemessen ist.

+ *Regula* 15.

Wenn zwey grade Linien einander durchschneiden, so machen solche entweder vier rechte Winkel, oder zwey spitze und zwey stumpfe Winkel, so zusammen vier rechten Winkeln gleich sind.

Erklärung.

Man nehme z. E. die Straßen oder Gassen einer Stadt an, wo andre Straßen sich queer durchschneiden, so wird man vier Eckhäuser finden, davon zwey spitz- und zwey stumpfwinklicht, oder aber wann die Straßen parallel sind, alle vier Eckhäuser rechtwinklicht seyn werden.

+ *Regula* 16.

Wenn aus einem beliebigen Punkte einer graden Linie, eine oder mehrere grade Linien herausgezogen werden, so wird allezeit ein Winkel mehr formiret, als Linien gezogen worden sind; alle diese dadurch entstandenen Winkel aber sind zusammengenommen vier rechten Winkeln gleich.

Regula 17.

Linien die immer in einerley Entfernung vo[n] einander bleiben; oder aus einander abstehe[n] kommen nie zusammen, und heißen Paralle[l]linien.

Regula 18.

Linien die gegen eine dritte, vierte, fün[f]te rc. parallel sind, sind auch gegen einand[er] selbst parallel.

Regula 19.

Parallellinien können nicht allein die grade[n] sondern auch die curvae oder krummen, un[d] mixtae oder gemischte Linien seyn.

+ *Regula* 20.

Wenn eine grade Linie auf einer andern gr[a]den Linie senkrecht aufstehet, so macht sie mit se[l]biger zwey rechte Winkel.

Erklärung.

Man nehme demnach ein Bleyloth und las[se] die Schnure desselben in einen See oder and[er] stehendes Wasser einfallen, so wird die Schnu[]re zu beyden Seiten des Wassers zwey rech[te] Winkel machen: denn es ist sodann die Schnu[]re des Bleyloths eine wahre Perpendicula[r]

di

die Oberfläche des Sees aber eine wahre Horizontallinie.

+ *Regula* 21.

Zwey auf einer graden Linie neben einander gesetzte Winkel halten just 180 Grad: daher, wenn einer bekannt, so ist der andre leicht zu finden.

+ *Regula* 22.

Wenn eine grade Linie auf einer andern graden Linie schief aufstehet, machet sie auf selbiger einen stumpfen und einen spitzen Winkel.

Anmerkung.

Daher formiren zwey auf einander gesenkte grade Linien, einen durch den Transporteur oder Gradbogen zu determinirenden Winkel.

Regula 23.

Wenn zwey grade Linien, die parallel sind, oder gleichlaufend, auf eine andere grade Linie fallen, so sind die Winkel, die eine jede macht, einander gleich; das ist: macht die eine zwey rechte Winkel, so entstehen aus der andern mit der ersten parallel laufenden Linie, auch zwey rechte Winkel; macht aber die eine z. E. einen Winkel von 75 und einen Winkel von 105 Grad, so wird die andre auch einen Winkel von 75 und den andern von 105 Grad machen.

Regula 24.

Wenn eine grade Linie zwey andere grad Linien durchschneidet, und die dadurch auf eine Seite entstandenen Winkel größer oder kleine sind als zwey rechte Winkel, so sind die durch schnittenen Linien nicht parallel.

+ *Regula* 25.

Wenn eine grade Linie zwey oder mehrer Parallellinien durchschneidet, so macht diese gra de Linie entweder lauter rechte und also gleich Winkel, oder auch nur die entgegengesetzten, z einander gleichen Winkeln.

Regula 26.

Zwey grade Linien sind parallel, wenn ein dritte, welche dieselben durchschneidet, gleich Wechselwinkel machet.

+ *Regula* 27.

Winkel deren Crura oder Schenkel auf ein ander passen, sind einander gleich.

* *Regula* 28.

Alle rechte Winkel sind einander gleich un ähnlich.

+ *Regula* 29.

Alle Scheitelwinkel sind einander gleich und ähnlich.

+ *Regula* 30.

Winkel deren Schenkel gegen einander parallel laufen, sind einander gleich und ähnlich.

* *Regula* 31.

Winkel die einander decken, sind einander gleich; und wenn sie gleich sind, so decken sie einander.

+ *Regula* 32.

Wenn zwey Winkel einerley Maaß haben, sind sie einander gleich; und wenn sie gleich sind, haben sie einerley Maaß.

* *Regula* 33.

Figuren die einander decken, sind einander gleich; und die gleich und ähnlich sind, decken einander.

+ *Regula* 34.

Triangula, oder Dreyecke, sind einander ähnlich, wenn in selbigen erstens alle drey Seiten, oder zweytens, zwo Seiten und ein gegenüberstehender rechter Winkel, oder drittens eine

Seite und die zwey draufstehenden gleichnamigen Winkel, einander gleich sind.

+ *Regula* 35.

Unter Winkeln in gleichschenklichten Dreyecken, die gleiche Grundlinien oder Bases haben, ist der der größte, so von den kleinsten Schenkeln; hingegen der der kleinste, so von den größten Schenkeln formiret wird.

+ *Regula* 36.

Der größte Winkel eines Dreyecks ist der größten Seite entgegen gesetzet.

+ *Regula* 37.

Zwey Trigona oder Dreyecke sind einander ähnlich, wenn sie einen gemeinschaftlichen Winkel haben, und die denselben entgegenstehenden Seiten parallel sind.

+ *Regula* 38.

Zwey Triangel die einen gleichen Winkel, wie auch proportionale Seiten dieses Winkels haben, sind einander ähnlich.

+ *Regula* 39.

Zwey Linien welche sich zwischen zwey Parallelen durchschneiden, machen zwey ähnliche Drey-

Dreyecke, und wenn eine von den durchschnittenen von der andern in zwey gleiche Theile getheilet wird, oder wenn die Parallellinien gleich sind, so sind auch die Triangel einander ähnlich und gleich.

+ *Regula* 40.

Winkel in einem Dreyeck die gleiche Schenkel und gleiche Bases haben, sind einander gleich.

* *Regula* 41.

In einem jeden Triangel müssen allezeit zwey Seiten größer seyn als die dritte.

+ *Regula* 42.

Wenn in einem Dreyeck eine Linie mit einer Seite parallel ist, so theilet sie die andern zwey proportional- oder verhältnißmäßig.

Regula 43.

Eine Linie welche zwey Seiten eines Dreyecks verhältnißmäßig oder proportional theilet, läuft mit der dritten parallel.

+ *Regula* 44.

In einem jeden gradlinigten Dreyeck sind zwey Seiten zusammengenommen, allemal grösser als die dritte.

+ *Regu-*

+ *Regula* 45.

In einem jeden Dreyeck sind zwey Winkel man nehme zusammen, welche man wolle, alle zeit kleiner als zwey rechte Winkel.

+ *Regula* 46.

Die drey Winkel eines Dreyecks sind alle mal so groß als zwey rechte Winkel, und halten also alle dreye zusammengenommmen, 180 Grad.

Regula 47.

Der Winkel eines gleichseitigen Dreyecks hält so viel als zwey Drittheile eines rechten Winkels, nämlich 60 Grad, und sind alle drey Winkel in selbigen einander gleich.

+ *Regula* 48.

Alle gleichseitigen Triangel sind auch gleich winklicht.

+ *Regula* 49.

Alle gleichseitigen Triangel sind einander ähnlich; denn sie sind gleichwinklicht.

✳ *Regula* 50.

Wenn die Basis eines Dreyecks auf einer Seite verlängert wird, so machet sie von außen mit

mit der einen Seite dieses Dreyecks einen Winkel, der just so groß ist, als die beyden ihm gegenüberstehenden Winkel.

* *Regula* 51.

Wenn an einem Dreyeck eine Seite über die Figur hinaus verlängert wird, so machet sie von außen einen Winkel, der just so groß ist als die beyden ihm von innen auf der Basi gegenüberstehenden Winkel.

* *Regula* 52.

Wenn mit der Basi eines Triangels durch den Scheitelwinkel desselben, oder welches einerley ist, durch dessen oberste Spitze eine parallele gezogen wird, so machet selbige zu beyden Seiten des Triangels zwey Winkel, deren jeder seinen Wechselswinkel, oder welches wiederum gleichviel ist, seinem auf der Basi ihm gegenüberstehenden Winkel gleich ist.

Regula 53.

Wenn eine Perpendicularlinie aus der Spitze eines Triangels auf die Basin desselben gefället wird, und solche Perpendicular kürzer ist, als die Hälfte der Grundlinie: so ist das Dreyeck ein stumpfwinklichtes Dreyeck.

Regula 54.

Wenn aus der Spitze des Scheitelwinkel eines Dreyecks eine Perpendicularlinie auf d Basin desselben gefället wird, und solche Perpen dicularlinie länger ist, als die Hälfte diese Grundlinie, so ist das Dreyeck ein spitzwin lichtes Dreyeck.

Regula 55.

Wenn aus der Spitze eines Dreyecks ein senkrechte Linie auf die Grundlinie desselben ge fället wird, und solche Perpendicular just hal so groß als die Basis ist, so ist der Triangel ei rechtwinklichtes Dreyeck; ist aber selbige Per pendicular noch einmal so lang als die Basis, s hat der der Grundlinie gegenüberstehende Win kel 45 Grad, das ist, er ist just halb so gro als ein rechter Winkel.

Regula 56.

Ein jedes Dreyeck ist die Hälfte seine Parallelogrammi oder Quadrats, so mit ihn gleiche Basin und Höhe hat.

Regula 57.

Wenn vier Linien proportional, das ist verhältnißmäßig sind, so ist das Rectangulum das zwischen denen äußersten Linien begriffen ist,

ist, dem Rectangulo zwischen denen mittlern Linien gleich.

Erklärung.

Wenn man von vier Proportionallinien die erste und vierte nimmt, und daraus ein Parallelogrammum rectangulum formiret, wie auch ein anderes von der zweyten und dritten dieser vier Proportionallinien: so werden diese zwey Parallelogramma am Flächeninhalte gleich seyn, ob sie sich gleich nicht ähnlich sind.

* *Regula* 58.

Auf jeder Linie kann man aus einem angenommenen Punkte einen halben Cirkel beschreiben.

* *Regula* 59.

Alle Radii eines Cirkels sind einander gleich.

* *Regula* 60.

Alle Durchmesser eines Cirkels sind einander gleich.

* *Regula* 61.

Alle Durchmesser eines Cirkels sind noch einmal so groß als ihre Halbmesser oder Radii.

* *Regu-*

* *Regula* 62.

Alle Durchmesser eines Cirkels gehen durch Centrum, und theilen den Cirkel in zwey gleiche Theile.

* *Regula* 63.

Das Centrum eines Cirkels stehet allezeit mitten in dem Cirkel, und auf dessen Diametro.

* *Regula* 64.

Das Centrum eines Cirkels theilet dessen Diameter just in zwey gleiche Theile.

Regula 65.

Alle nur möglichen Punkte in der Peripherie oder Circumferenz, oder Umkreis eines Cirkels stehen von dessen Centro gleich weit ab.

Regula 66.

Der Cirkel ist unter allen geometrischen Figuren die vollkommenste und geräumlichste.

Regula 67.

Alle Cirkelbögen, welche aus der Spitz eines Winkels innerhalb seinen Schenkeln beschrieben werden, haben einerley Verhältniß gegen ihre ganze Peripherien oder Umkreise

das

das ist, sie sind gleichgroße Stücke von ihren Circumferenzen.

Anmerkung.

Durch die Cirkelbögen, es mögen nun selbige mit einer kurzen oder langen Spannung, das ist, durch einen kleinen oder großen Radium in des Winkels Schenkel gezogen worden seyn, behalten selbige immer einerley Oefnung, das ist, die Schenkel geben sich weder mehr zusammen, noch gehen weiter aus einander, sondern es verhalten sich sodann die langen Radii zum grossen Bogen, wie die kürzern Radii zum kleinern Bogen: wäre demnach der kleine Bogen der siebente Theil seines Cirkels, so ist der große Bogen auch der siebente Theil seines Cirkels.

Regula 68.

Wenn zwo Cirkelbögen einerley Verhältniß gegen ihre ganzen Umkreise haben, so haben sie auch eine gleiche Anzahl Grade.

Anmerkung.

Alle Cirkelperipherien werden in 360 gleiche Grade getheilet: folglich kommen auf den halben Cirkel 180 dergleichen Grade; auf den Viertelcirkel, als den Quadranten oder rechten Winkel 90 Grade; auf den sechsten Theil des Cirkels 60 Grade, und auf den achten Theil 45 rc. Liegen nun zwischen zweyen Schenkeln eines Winkels zweyerley aus der Spitze des Winkels gezo-

gene Bögen, und der kleinste hielte z. E. 45 Grad, al den achten Theil seines Cirkels: so ist der größere al denn auch der achte Theil seines aber größern Cirkel und folglich auch 45 Grad; ergo haben sie einerley Ver hältniß und einerley Maaß.

Regula 69.

Wenn zwey Figuren oder Linien auf einer ley Art erzeuget oder beschrieben werden, und dasjenige, woraus sie erzeuget oder beschrieben worden sind, in beyden Figuren einander ähnlich ist, so sind auch die Figuren und Linien einander ähnlich.

Regula 70.

Figuren die einander gleich sind, sind auch gegen sich unter einander selbst gleich.

Regula 71.

Wenn Figuren einander gleich und ähnlich sind, so müssen sie einander decken.

Regula 72.

Figuren können einander gleich seyn, ob sie sich schon nicht ähnlich sind.

Anmerkung.

Man kann sowohl ein dreyeckigtes Feld als ein viereckigtes von 100 Quadratruthen haben, diese sind also einan=

einander am Inhalte zwar vollkommen gleich, ob sie sich schon nicht ähnlich sind.

Regula 73.

Die Aehnlichkeit der Figuren ist aus nichts anderem als aus der Proportion derselben gegen einander zu beurtheilen.

Regula 74.

Wenn Figuren aus gleichgroßen Winkeln und aus gleichnamigen proportionirten Seiten construiret sind, so müssen sie einander ähnlich seyn.

Erste Anmerkung.

Ergo sind auch alle diejenigen Figuren, darinnen alle gleichnamigen Winkel einander gleich sind, und alle gleichnamigen Seiten gegen einander in einem gewissen Verhältnisse stehen, oder gegen einander proportioniret sind, einander ähnlich.

Zweyte Anmerkung.

Also können Figuren in Ansehung der Winkel und dem Verhältnisse derer Linien einander ähnlich seyn, ob sie schon nicht einerley Raum einschließen, oder von einer Gröse, das ist, einander gleich sind.

gene Bögen, und der kleinste hielte z. E. 45 Grad, al
den achten Theil seines Cirkels: so ist der grössere als
denn auch der achte Theil seines aber grössern Cirkels
und folglich auch 45 Grad; ergo haben sie einerley Ver
hältniß und einerley Maaß.

Regula 69.

Wenn zwey Figuren oder Linien auf einer
ley Art erzeuget oder beschrieben werden, und
dasjenige, woraus sie erzeuget oder beschrieben
worden sind, in beyden Figuren einander ähn-
lich ist, so sind auch die Figuren und Linien ein-
ander ähnlich.

Regula 70.

Figuren die einander gleich sind, sind auch
gegen sich unter einander selbst gleich.

Regula 71.

Wenn Figuren einander gleich und ähnlich
sind, so müssen sie einander decken.

Regula 72.

Figuren können einander gleich seyn, ob sie
sich schon nicht ähnlich sind.

Anmerkung.

Man kann sowohl ein dreyeckigtes Feld als ein vier-
eckigtes von 100 Quadratruthen haben, diese sind also
einan-

einander am Inhalte zwar vollkommen gleich, ob sie sich schon nicht ähnlich sind.

Regula 73.

Die Aehnlichkeit der Figuren ist aus nichts anderem als aus der Proportion derselben gegen einander zu beurtheilen.

Regula 74.

Wenn Figuren aus gleichgroßen Winkeln und aus gleichnamigen proportionirten Seiten construiret sind, so müssen sie einander ähnlich seyn.

Erste Anmerkung.

Ergo sind auch alle diejenigen Figuren, darinnen alle gleichnamigen Winkel einander gleich sind, und alle gleichnamigen Seiten gegen einander in einem gewissen Verhältnisse stehen, oder gegen einander proportioniret sind, einander ähnlich.

Zweyte Anmerkung.

Also können Figuren in Ansehung der Winkel und dem Verhältnisse derer Linien einander ähnlich seyn, ob sie schon nicht einerley Raum einschließen, oder von einer Größe, das ist, einander gleich sind.

Seite und die zwey draufstehenden gleichnamigen Winkel, einander gleich sind.

+ *Regula* 35.

Unter Winkeln in gleichschenklichten Dreyecken, die gleiche Grundlinien oder Bases haben, ist der der größte, so von den kleinsten Schenkeln; hingegen der der kleinste, so von den größten Schenkeln formiret wird.

+ *Regula* 36.

Der größte Winkel eines Dreyecks ist der größten Seite entgegen gesetzet.

+ *Regula* 37.

Zwey Trigona oder Dreyecke sind einander ähnlich, wenn sie einen gemeinschaftlichen Winkel haben, und die denselben entgegenstehenden Seiten parallel sind.

+ *Regula* 38.

Zwey Triangel die einen gleichen Winkel, wie auch proportionale Seiten dieses Winkels haben, sind einander ähnlich.

+ *Regula* 39.

Zwey Linien welche sich zwischen zwey Parallelen durchschneiden, machen zwey ähnliche Drey-

Dreyecke, und wenn eine von den durchschnittenen von der andern in zwey gleiche Theile getheilet wird, oder wenn die Parallellinien gleich sind, so sind auch die Triangel einander ähnlich und gleich.

+ *Regula* 40.

Winkel in einem Dreyeck die gleiche Schenkel und gleiche Bases haben, sind einander gleich.

* *Regula* 41.

In einem jeden Triangel müssen allezeit zwey Seiten größer seyn als die dritte.

+ *Regula* 42.

Wenn in einem Dreyeck eine Linie mit einer Seite parallel ist, so theilet sie die andern zwey proportional- oder verhältnißmäßig.

Regula 43.

Eine Linie welche zwey Seiten eines Dreyecks verhältnißmäßig oder proportional theilet, läuft mit der dritten parallel.

+ *Regula* 44.

In einem jeden gradlinigten Dreyeck sind zwey Seiten zusammengenommen, allemal grösser als die dritte.

+ *Regu-*

Oder London ist so groß als Paris, Leipzig ist kleiner als London, folglich ist Leipzig auch kleiner als Paris.

* *Regula* 5.

Dinge so überall auf einander passen, oder eines das andere decken, sind gleich groß mit einander.

Erklärung.

Wenn demnach zwey Bretter auf einander geleget werden, und das unterste ist nicht länger und nicht breiter als das oberste, das oberste aber ist just so lang und so breit als das unterste, so passen sie auf einander; denn keines stößet vor dem andern vor, folglich sind sie gleich groß mit einander.

+ *Regula* 6.

Die grade Linie ist unter allen, die mit ihr aus einem Punkt auf einen andern gezogen werden kann, die kürzeste.

+ *Regula* 7.

Keine Linie kann grader seyn als eine grade Linie.

+ *Regula* 8.

Alle grade Linien sind einander ähnlich.

Regula 9.

Grade Linien, deren beyde Endpunkte in gleicher Weite von einander entfernet sind, sind von gleicher Länge, und haben folglich auch einerley Maaß.

+ *Regula* 10.

Grade Linien von gleicher Länge, decken einander.

+ *Regula* 11.

Zwey grade Linien können keine Figur geben, das ist, sie können keinen Raum einschließen.

Erklärung.

Es hätte zum Exempel jemand einen Garten oder Feld, diesen wollte er verzäunen: wenn nun der zu verzäunende Platz z. E. nur dreyeckig oder gar viereckig wäre, und der Eigenthümer wollte den Zaun nur auf zwey Seiten, das ist, nach zwey Linien führen lassen, so würde bey dem dreyeckigten Platze eine Seite oder Linie, bey dem viereckigten aber gar zwey Seiten frey und uneingeschlossen bleiben, folglich können zwey grade Linien keinen Raum einschließen.

+ *Regula* 12.

Wenn zwey grade Linien einander berühren, so geschiehet es nur in einem einzigen Punkte.

Anmerkung.

Wohl aber können zwey krumme Linien einander wenigstens in zwey, auch nach Gelegenheit in mehreren Punkten berühren.

+ *Regula* 13.

Zwey grade Linien können einander nur in einem einzigen Punkte durchschneiden.

Anmerkung.

Eine grade und eine krumme Linie aber, oder zwey krumme Linien, können solches hingegen in verschiedenen Punkten thun.

+ *Regula* 14.

Zwischen zwey Punkten ist diejenige die geradeste Linie, so sich ohne Umschweif von einem Punkte zum andern beweget, und folglich kann zwischen zweyen Punkten nur eine grade Linie seyn.

Erklärung.

Man nehme z. E. eine nach der Regel ausgesteckte Allee eines Lustgartens, und einen mit Weiden oder andern schlechten Bäumen besetzten Damm oder Weg: so wird man durch die

Allee

Allee des Lustgartens ohne Hinderung bis ans Ende durchsehen können, welches bey dem Damme oder Dorfwege so leicht nicht angehen wird, weil selbiger nicht durch die Kunst nach der graden Linie ausgesteckt und abgemessen ist.

+ *Regula* 15.

Wenn zwey grade Linien einander durchschneiden, so machen solche entweder vier rechte Winkel, oder zwey spitze und zwey stumpfe Winkel, so zusammen vier rechten Winkeln gleich sind.

Erklärung.

Man nehme z. E. die Straßen oder Gassen einer Stadt an, wo andre Straßen sich queer durchschneiden, so wird man vier Eckhäuser finden, davon zwey spitz- und zwey stumpfwinklicht, oder aber wann die Straßen parallel sind, alle vier Eckhäuser rechtwinklicht seyn werden.

+ *Regula* 16.

Wenn aus einem beliebigen Punkte einer graden Linie, eine oder mehrere grade Linien herausgezogen werden, so wird allezeit ein Winkel mehr formiret, als Linien gezogen worden sind; alle diese dadurch entstandenen Winkel aber sind zusammengenommen vier rechten Winkeln gleich.

§. 59. Stehet aber vor denen jezt erwähnten Zeichen ein kleines Viereck, an welches rechts nur benannte Zeichen angehänget sind, so bedeutet solches Quadrat- oder Flächenmaaß; als: $25\,\square^{\circ}$ $91\,\square'$ $30\,\square''$ $17\,\square'''$ welches heißet: 25 Flächenruthen, 91 Quadratschuhe, 30 Flächenzolle, 17 Quadratlinien; oder welches auch einerley ist, wenn man schreibt oder ausspricht: $25,91,30,17\,\square'''$ fünf und zwanzigtausend neunmal hundert dreyzehntausend und siebenzehen Quadratlinien.

Eine Flächenruthe aber ist ein Raum, welcher eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist. Gleiche Bewandniß hat es auch mit denen Quadrat- oder Flächenschuhen, mit denen Flächenzollen, mit denen Flächengranen ꝛc.

§. 60. Stehet aber vor dem Zeichen ein Cubus, so sind solches Körperruthen, Körperschuhe und Körperzolle; als; 38 ❒° 279 ❒′ 324 ❒″ 653 ❒‴ welches so viel ist, als: 38 Cubicruthen, 279 Cubicfuß, 324 Cubiczolle, 653 Cubiclinien, oder welches einerley ist, 38,279,324,653 ❒‴ so ausgesprochen wird: 38 tausend 279 Millionen 3 mal hundert 24 tausend 600 und 53 Cubicgran. Eine solche Cubicruthe aber ist ein Körper, er sey wovon er wolle, welcher eine Ruthe lang, eine Ruthe breit und eine Ru-

che hoch und dicke ist. Gleiche Bewandniß hat es auch mit dem Cubicfuß, Cubiczoll und Cubicgran.

§. 61. Eine Långenruthe ist eine nach verschiedenen Låndern angenommene Långe, ohne auf die Breite zu sehen.

Ein Långenfuß ist ein gewisser Theil dieser Långenruthe, ebenfalls ohne Breite.

Der geometrische Långenfuß ist der zehnte Theil einer geometrischen Långenruthe.

Mit dem Långenzoll verhålt es sich also: an theils Orten wird der Fuß in 12 Zoll eingetheilet, so Werkzoll heißet, in der Geometrie aber hat der Fuß nur 10 Zoll.

§. 62. Mit dem Quadratmaaße aber hat es folgende Bewandniß:

Eine Quadratruthe ist eine Flåche so eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist.

Ein Quadratfuß ist eine Flåche eines Schuhes lang und eines Schuhes breit, so beynahe eine halbe Elle eines jeden Landes austrågt.

Ein

Ferner addiret beyde Summen, schreibet sie gehörig unter, und setzet neben diese Zahl das Dreyfache, weil es der triplirte Divisor ist; und so fahret fort, bis ihr den neunfachen Divisorem durch Dupliren und Addiren gefunden habt: dieses Dupliren muß aber sehr accurat geschehen, weil man, wenn man das Exempel hernach berechnet, nicht leicht den Fehler finden kann. Alsdenn wenn die Vervielfältigung des Divisoris in Richtigkeit gebracht, so suchet welches von den Vielfachen denen ersten Zahlen des Dividendi am nächsten kömmt; doch muß der Divisor nie grösser, wohl aber um etwas kleiner, am liebsten aber mit dem Dividendo gleich seyn. Diese Zahl nun, welche wir erwähnet, setzet gleich einem Divisori unter den Dividendum, die Zahl seines Vielfachen aber auf die Stelle des Quotienten über die gezogne Linie, nämlich 4 wenn der Numerus das Vierfache, 7 wenn er das Siebenfache ist u. s. f.

Unter den vervielfältigten Divisorem so ihr angesetzet habt, ziehet einen Strich, und subtrahiret diesen Divisorem vom Dividendo, zu dieser gefundenen Differenz setzet zur Rechten die nächste Zahl von oben aus dem Dividendo, von welcher noch nicht abgezogen worden, herunter: diese Differenz ist nun nebst der herunter gerückten Zahl der neue Dividendus, zu welchem aus dem Vervielfältigten

wieder ein neuer Subtrahendus, so dem Numero minuendi am nächsten kommt, muß ausgesucht werden, dessen Vielfaches in die Reihe der Quotienten dem vorigen zur Rechten gesetzet, und im übrigen wie vorher subtrahiret werden muß, und dieses so fort bis zu Ende. Bleibt vom Dividendo etwas übrig, so mit dem einfachen Divisore nicht kann ausgemessen werden, oder von welcher Zahl der Divisor nicht abgezogen werden kann; so wird solches, wie in der ordinairen Division gebräuchlich, nebst erwähnten einfachen Divisore als ein Bruch angesetzet, und wenn es angehet, auch aufgehoben.

Anmerkung.

§. 52. Diese Art zu dividiren hat seinen besondern Nutzen: denn man kann erstens nicht so leicht irren, und zweytens die Proba bey dem Subtrahiren gleich machen.

Sechste

Eine gegebene Zahl auf diese

Größe der nöthigen Subtrahenden.

Dividendus:	3249850176
Neunfacher - -	3168::::::
	818:::::
Zweyfacher - - -	704:::::
	1145::::
Dreyfacher - - -	1056::::
	890:::
Zweyfacher - - - -	704:::
	1861::
Fünffacher - - - -	1760::
	1017:
Zweyfacher - - - -	704:
	3136
Achtfacher - - - - - -	2816
Rest so kleiner als 352;	320

Dieser Rest von 320 wird nebst dem einfachen Divisore von 352 als ein Bruch gewöhnlich angesetzet.

Anmer.

Aufgabe.

Art zu dividiren.

$9232528\frac{320}{352}$ Quotus.

352	—	1	Subtrahen. vel Divisores.
704	—	2	
1056	—	3	
1408	—	4	
1760	—	5	
2112	—	6	
2464	—	7	
2816	—	8	
3168	—	9	

Anmerkung.

§. 53. Ich glaube durch diese Methode ohne Einmal Eins zu dividiren, nebst der ersten Erklärung des dritten Abschnitts durch den vervielfältigten Multiplicator angezeigten Multiplication, einem jeden Liebhaber dieser Wissenschaft einen großen Gefallen und Dienst erwiesen zu haben, weil beydes von besondern Nutzen: denn erstens hat man nicht mit so vielen Zahlen als wie bey der gemeinen Multiplication und Division zu thun, folglich kann man nicht so leicht irren; und zweytens kann man besonders in der Division bey jedemmal Subtrahiren die Proba leicht machen, welches nach meinem Erachten kein geringer Vortheil ist.

Vierter Abschnitt.

von denen in der

Arithmetik und Geometrie

vorkommenden

Zeichen und Abbreviaturen.

Erstens

von denen arithmetischen Signaturen.

§. 54.

In der Mathematik bedienet man sich der Kürze wegen verschiedener Zeichen oder Signaturen, um im Schreiben alle Weitläuftigkeiten zu vermeiden, und sind dieselben folgende. Als:

1) Das Zeichen der Addition ist ein liegendes +, welches durch plus oder und ausgesprochen wird; als z. E. $6 + 3 + 7$, dieses heißet: 6 und 3 und 7 ist rc.

2) Das Zeichen der Subtraction ist ein – welcher durch minus oder weniger ausgesprochen wird, als: $14 - 8$ bedeutet so viel als: 14 weniger 8 ist rc.

3) Das

3) Das Zeichen der Multiplication ist ein grosser Punkt, als z. E. 75 . 26 heißet 75 multiplicatum per 26, oder auch, daß 75 mit 26 multipliciret worden sey.

4) Das Zeichen der Division sind zwey dergleichen Punkte, einer über dem andern; wenn man demnach findet 139 : 46, so will es so viel sagen als 139 sey mit 46 dividiret worden, oder 139 divisum per 46.

Anmerkung.

§. 55. Ich habe diese Zeichen deswegen angeführet, um daß, wenn einer oder der andre von meinen Lesern solche in einem mathematischen Buche findet, er sogleich wisse was sie bedeuten, nur muß man genau darauf Achtung geben, ob solche bey Ziffern und Zahlen stehen, als in welchem Falle sie, wie bereits gesaget, zur Arithmetik gehören und das Angezeigte bedeuten; stehen sie aber bey Buchstaben, so gehören sie zur Geometrie, wovon ich weiter unten mit mehrerem sprechen werde.

Zweytens von denen geometrischen Zeichen oder Signis.

§. 56. So wie man sich, laut dem §. 54. der Kürze wegen in der Arithmetik verschiedener Zeichen bedienet, aus dieser Ursache sind zur Erklärung und zu denen Demonstrationen oder Beweisen der geometrischen Grund- und Lehr-

Lehrsätze und ihrer darzu gehörigen Figuren, auch dergleichen bey der Geometrie, folgende eingeführet worden.

Als: = Aequal, oder gleich.

∽ Simile, ähnlich.

< Major, größer.

> Minor, kleiner.

∧ Decket.

∠ Angulus, der Winkel.

∟ Rechter Winkel.

⌒ Arcus, der Bogen.

△ Dreyeck.

□ Viereck.

▱ Rhombus, geschoben Quadrat.

▱ Rhomboydes, geschoben Oblong.

▭ Längliches Quadrat.

⊙ Circulus oder Zirkel.

❒ Cubus, oder Würfel.

:: Signum proportionis, wird ausgesprochen durch zu.

÷ Signum proportionis, wird ausgesprochen durch also, oder, also auch.

§. 57. Das Zeichen des geometrischen Maaßes als der Ruthen, Schuhe, Zolle, Linien oder Grane ꝛc. ist: vor die Ruthen eine kleine Null, welche recht oberwärts der Ziffer angehänget wird: vor die Schuhe oder Fuß ein kleines Strichlein: vor die Zoll- oder Daumenbreiten zwey Strichlein: und vor die Linien oder Grane wie auch Gerstenkornbreiten drey solche Strichlein, welche ebenfalls rechts oberwärts der Zahl angehänget werden. Im Längenmaaße wird $5^{\circ}\ 9'\ 4''\ 3'''$ folgender Gestalt ausgesprochen, als: 5 Ruthen, 9 Fuß, 4 Zoll, 3 Linien oder Grane: will man aber die Zeichen der Ruthen, Schuhe und Zolle weglassen, wenn die Linien, das ist, eine vierte Ziffer noch da ist, wie in diesem Exempel, so wird an die letzte Ziffer das ihr zukommende Zeichen gehänget, als: $5943'''$ und ausgesprochen, funftausend neunhundert vierzig und drey Linien, denn der geometrische Zoll hält 10 Gran, der geometrische Fuß hält 10 Zoll, und die geometrische Ruthe hält 10 Fuß.

Anmerkung.

§. 58. Bey dem Rheinländischen Maaß wo die Ruthe 12 Fuß, der Fuß 12 Zoll und der Zoll 12 Linien hat, da gehet dieses aber nicht an, daß man die Ruthen, Schuhe, Zolle und Linien nur am Ende mit dem der letzten Ziffer zukommenden Zeichen marquiren kann, wohl aber im Geometrischen und Decimalmaaß.

§. 59. Stehet aber vor denen jetzt erwähnten Zeichen ein kleines Viereck, an welches rechts nur benannte Zeichen angehänget sind, so bedeutet solches Quadrat- oder Flächenmaaß; als: 25 □° 91 □′ 30 □″ 17 □‴ welches heißet: 25 Flächenruthen, 91 Quadratschuhe, 30 Flächenzolle, 17 Quadratlinien; oder welches auch einerley ist, wenn man schreibt oder ausspricht: 25,91,30,17 □‴ fünf und zwanzigtausend neunmal hundert dreyzehntausend und siebenzehen Quadratlinien.

Eine Flächenruthe aber ist ein Raum, welcher eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist. Gleiche Bewandniß hat es auch mit denen Quadrat- oder Flächenschuhen, mit denen Flächenzollen, mit denen Flächengranen ꝛc.

§. 60. Stehet aber vor dem Zeichen ein Cubus, so sind solches Körperruthen, Körperschuhe und Körperzolle; als; 38 ❒° 279 ❒′ 324 ❒″ 653 ❒‴ welches so viel ist, als: 38 Cubicruthen, 279 Cubicfuß, 324 Cubiczolle, 653 Cubiclinien, oder welches einerley ist, 38,279,324,653 ❒‴ so ausgesprochen wird: 38 tausend 279 Millionen 3 mal hundert 24 tausend 600 und 53 Cubicgran. Eine solche Cubicruthe aber ist ein Körper, er sey wovon er wolle, welcher eine Ruthe lang, eine Ruthe breit und eine Ru-

che hoch und dicke ist. Gleiche Bewandniß hat es auch mit dem Cubicfuß, Cubiczoll und Cubicgran.

§. 61. Eine Längenruthe ist eine nach verschiedenen Ländern angenommene Länge, ohne auf die Breite zu sehen.

Ein Längenfuß ist ein gewisser Theil dieser Längenruthe, ebenfalls ohne Breite.

Der geometrische Längenfuß ist der zehnte Theil einer geometrischen Längenruthe.

Mit dem Längenzoll verhält es sich also: an theils Orten wird der Fuß in 12 Zoll eingetheilet, so Werkzoll heißet, in der Geometrie aber hat der Fuß nur 10 Zoll.

§. 62. Mit dem Quadratmaaße aber hat es folgende Bewandniß:

Eine Quadratruthe ist eine Fläche so eine Ruthe lang und eine Ruthe breit ist.

Ein Quadratfuß ist eine Fläche eines Schuhes lang und eines Schuhes breit, so beynahe eine halbe Elle eines jeden Landes austrägt.

Ein Quadratzoll ist eine Fläche eines Zolles lang und eines Zolles breit. Desgleichen ist auch die Quadratlinie oder der Quadratgran.

§. 63. Wenn man eine gewisse Summe vom Längenmaaße aussprechen will, so muß man Achtung geben, mit wie viel Strichlein dieselbe hinten signiret ist, und eben so viel Zahlen muß man von der Rechten zur Linken durch Strichlein absondern: so viel nun zur Linken Ziffern übrig bleiben, so viel hat die Summe Längenruthen, das übrige sind Fuße, Zolle, Grane ꝛc. als z. E. 57 | 9 | 3 | 8‴ heißet 57 Längenruthen, 9 Längenfuße, 3 Längenzolle, 8 Längengrane.

§. 64. Will man aber eine Summe Quadratmaaß aussprechen, so muß man so vielmal zwey Ziffern von der Rechten zur Linken abschneiden, als hinten Strichlein zur Signatur stehen, wie z. E. 918 | 27 | 36 | 45 | □‴ welches in Summa ist: neunhundert und achtzehn Quadratruthen, sieben und zwanzig Quadratschuhe, sechs und dreyßig Quadratzolle, fünf und vierzig Quadratgrane.

§. 65. Bey dem Cubicmaaße aber werden allezeit drey Zahlen von der Rechten

zur

zur Linken abgeschnitten, als zum Exempel: 51 | 948 | 063 | 720 $\square'''$ so da heißet: ein und funfzig Cubicruthen, neunhundert acht und vierzig Cubicfuß, drey und sechzig Cubiczolle, siebenhundert und zwanzig Cubicgrane.

Anmerkung.

§. 66. Weil beym Längenmaaß nur eine Vermessung nämlich die Länge zu betrachten, darum werden nur einzelne Theile oder Zahlen abgeschnitten: im Flächenmaaße aber sind zwey Vermessungen anzutreffen, nämlich die Länge und Breite, darum schneidet man zwey Zahlen ab. Da aber beym Körpermaaße, wie wir in der Stereometrie sehen werden, dreyerley Vermessungen angetroffen oder betrachtet werden, als Länge, Breite und Höhe, so werden auch darum allezeit zu drey Zahlen par Colonne abgeschnitten.

Fünfter Abschnitt.

Regeln und Grundsätze der Geometrie nebst derselben Erklärungen.

* *Regula* 1.

Das Ganze ist größer, als eines seiner Theile. vid. Reg. Arithm. 4.

Erklärung.

Also ist ein Haus größer, als ein darinnen befindliches Zimmer.

Oder ein Buch ist größer, als ein daraus gerissenes Blatt.

* *Regula* 2.

Das Ganze ist eben so groß, als desselben sämmtliche Theile zusammengesetzet. vid. Reg. Arithm. citat.

Erklärung.

Demnach ist ein in halbe Bögen, Quart- oder Octavblätter zerschnittener Bogen Pappier eben

eben so groß als seine zwey halben Bögen, oder vier Quart- oder acht Octavblätter, in die er zertheilet worden.

* *Regula* 3.

Dinge die einem andern gleich sind, sind auch unter sich selbst einander gleich. vid. Regula Arithm. 2.

Erklärung.

Unter sechs Paar Schalen von egalen Service oder gleicher Form und Muster, ist das erste Paar dem zweyten, das zweyte Paar dem dritten, das dritte Paar dem vierten, das vierte Paar dem fünften, und das fünfte Paar dem sechsten gleich: derohalben ist folglich auch das sechste Paar dem ersten, und also alle einander selbst gleich.

* *Regula* 4.

Was größer ist als eines von gleichen Dingen, ist auch größer als das andere von selbigen; item was kleiner ist als eines von gleichen Dingen, ist auch kleiner als das andere von selbigen. vid. Reg. Arithm. 5.

Erklärung.

Wenn Hans so groß ist als Peter, und Kunze größer denn Hans, so ist dieser Kunze auch größer als Peter.

Oder London ist so groß als Paris, Leipzig ist kleiner als London, folglich ist Leipzig auch kleiner als Paris.

* *Regula* 5.

Dinge so überall auf einander passen, oder eines das andere decken, sind gleich groß mit einander.

Erklärung.

Wenn demnach zwey Bretter auf einander geleget werden, und das unterste ist nicht länger und nicht breiter als das oberste, das oberste aber ist just so lang und so breit als das unterste, so passen sie auf einander; denn keines stößet vor dem andern vor, folglich sind sie gleich groß mit einander.

+ *Regula* 6.

Die grade Linie ist unter allen, die mit ihr aus einem Punkt auf einen andern gezogen werden kann, die kürzeste.

+ *Regula* 7.

Keine Linie kann grader seyn als eine grade Linie.

+ *Regula* 8.

Alle grade Linien sind einander ähnlich.

Regula 9.

Grade Linien, deren beyde Endpunkte in gleicher Weite von einander entfernet sind, sind von gleicher Länge, und haben folglich auch einerley Maaß.

+ *Regula* 10.

Grade Linien von gleicher Länge, decken einander.

+ *Regula* 11.

Zwey grade Linien können keine Figur geben, das ist, sie können keinen Raum einschließen.

Erklärung.

Es hätte zum Exempel jemand einen Garten oder Feld, diesen wollte er verzäunen: wenn nun der zu verzäunende Platz z. E. nur dreyeckig oder gar viereckig wäre, und der Eigenthümer wollte den Zaun nur auf zwey Seiten, das ist, nach zwey Linien führen lassen, so würde bey dem dreyeckigten Platze eine Seite oder Linie, bey dem viereckigten aber gar zwey Seiten frey und uneingeschlossen bleiben, folglich können zwey grade Linien keinen Raum einschließen.

+ *Regula* 12.

Wenn zwey grade Linien einander berühren, so geschiehet es nur in einem einzigen Punkte.

Anmerkung.

Wohl aber können zwey krumme Linien einander wenigstens in zwey, auch nach Gelegenheit in mehreren Punkten berühren.

+ *Regula* 13.

Zwey grade Linien können einander nur in einem einzigen Punkte durchschneiden.

Anmerkung.

Eine grade und eine krumme Linie aber, oder zwey krumme Linien, können solches hingegen in verschiedenen Punkten thun.

+ *Regula* 14.

Zwischen zwey Punkten ist diejenige die geradeste Linie, so sich ohne Umschweif von einem Punkte zum andern beweget, und folglich kann zwischen zweyen Punkten nur eine grade Linie seyn.

Erklärung.

Man nehme z. E. eine nach der Regel ausgesteckte Allee eines Lustgartens, und einen mit Weiden oder andern schlechten Bäumen besetzten Damm oder Weg: so wird man durch die

Allee des Lustgartens ohne Hinderung bis ans Ende durchsehen können, welches bey dem Damme oder Dorfwege so leicht nicht angehen wird, weil selbiger nicht durch die Kunst nach der graden Linie ausgesteckt und abgemessen ist.

+ *Regula* 15.

Wenn zwey grade Linien einander durchschneiden, so machen solche entweder vier rechte Winkel, oder zwey spitze und zwey stumpfe Winkel, so zusammen vier rechten Winkeln gleich sind.

Erklärung.

Man nehme z. E. die Straßen oder Gassen einer Stadt an, wo andre Straßen sich queer durchschneiden, so wird man vier Eckhäuser finden, davon zwey spitz= und zwey stumpfwinklicht, oder aber wann die Straßen parallel sind, alle vier Eckhäuser rechtwinklicht seyn werden.

+ *Regula* 16.

Wenn aus einem beliebigen Punkte einer graden Linie, eine oder mehrere grade Linien herausgezogen werden, so wird allezeit ein Winkel mehr formiret, als Linien gezogen worden sind; alle diese dadurch entstandenen Winkel aber sind zusammengenommen vier rechten Winkeln gleich.

Regula 17.

Linien die immer in einerley Entfernung von einander bleiben; oder aus einander abstehen, kommen nie zusammen, und heißen Parallellinien.

Regula 18.

Linien die gegen eine dritte, vierte, fünfte ꝛc. parallel sind, sind auch gegen einander selbst parallel.

Regula 19.

Parallellinien können nicht allein die graden, sondern auch die curvae oder krummen, und mixtae oder gemischte Linien seyn.

+ *Regula* 20.

Wenn eine grade Linie auf einer andern graden Linie senkrecht aufstehet, so macht sie mit selbiger zwey rechte Winkel.

Erklärung.

Man nehme demnach ein Bleyloth und lasse die Schnure desselben in einen See oder ander stehendes Wasser einfallen, so wird die Schnure zu beyden Seiten des Wassers zwey rechte Winkel machen: denn es ist sodann die Schnure des Bleyloths eine wahre Perpendicular,

die Oberfläche des Sees aber eine wahre Horizontallinie.

+ *Regula* 21.

Zwey auf einer graden Linie neben einander gesetzte Winkel halten just 180 Grad: daher, wenn einer bekannt, so ist der andre leicht zu finden.

+ *Regula* 22.

Wenn eine grade Linie auf einer andern graden Linie schief aufstehet, machet sie auf selbiger einen stumpfen und einen spitzen Winkel.

Anmerkung.

Daher formiren zwey auf einander gesenkte grade Linien, einen durch den Transporteur oder Gradbogen zu determinirenden Winkel.

Regula 23.

Wenn zwey grade Linien, die parallel sind, oder gleichlaufend, auf eine andere grade Linie fallen, so sind die Winkel, die eine jede macht, einander gleich; das ist: macht die eine zwey rechte Winkel, so entstehen aus der andern mit der ersten parallel laufenden Linie, auch zwey rechte Winkel; macht aber die eine z. E. einen Winkel von 75 und einen Winkel von 105 Grad, so wird die andre auch einen Winkel von 75 und den andern von 105 Grad machen.

Regula 24.

Wenn eine grade Linie zwey andere grade Linien durchschneidet, und die dadurch auf einer Seite entstandenen Winkel größer oder kleiner sind als zwey rechte Winkel, so sind die durchschnittenen Linien nicht parallel.

+ *Regula* 25.

Wenn eine grade Linie zwey oder mehrere Parallellinien durchschneidet, so macht diese grade Linie entweder lauter rechte und also gleiche Winkel, oder auch nur die entgegengesetzten, zu einander gleichen Winkeln.

Regula 26.

Zwey grade Linien sind parallel, wenn eine dritte, welche dieselben durchschneidet, gleiche Wechselwinkel machet.

+ *Regula* 27.

Winkel deren Crura oder Schenkel auf einander passen, sind einander gleich.

* *Regula* 28.

Alle rechte Winkel sind einander gleich und ähnlich.

+ *Regu-*

+ *Regula* 29.

Alle Scheitelwinkel sind einander gleich und ähnlich.

+ *Regula* 30.

Winkel deren Schenkel gegen einander parallel laufen, sind einander gleich und ähnlich.

* *Regula* 31.

Winkel die einander decken, sind einander gleich; und wenn sie gleich sind, so decken sie einander.

+ *Regula* 32.

Wenn zwey Winkel einerley Maaß haben, sind sie einander gleich; und wenn sie gleich sind, haben sie einerley Maaß.

* *Regula* 33.

Figuren die einander decken, sind einander gleich; und die gleich und ähnlich sind, decken einander.

+ *Regula* 34.

Triangula, oder Dreyecke, sind einander ähnlich, wenn in selbigen erstens alle drey Seiten, oder zweytens, zwo Seiten und ein gegenüberstehender rechter Winkel, oder drittens eine

Seite und die zwey draufstehenden gleichnamigen Winkel, einander gleich sind.

+ *Regula* 35.

Unter Winkeln in gleichschenklichten Dreyecken, die gleiche Grundlinien oder Bases haben, ist der der größte, so von den kleinsten Schenkeln; hingegen der der kleinste, so von den größten Schenkeln formiret wird.

+ *Regula* 36.

Der größte Winkel eines Dreyecks ist der größten Seite entgegen gesetzet.

+ *Regula* 37.

Zwey Trigona oder Dreyecke sind einander ähnlich, wenn sie einen gemeinschaftlichen Winkel haben, und die denselben entgegenstehenden Seiten parallel sind.

+ *Regula* 38.

Zwey Triangel die einen gleichen Winkel, wie auch proportionale Seiten dieses Winkels haben, sind einander ähnlich.

+ *Regula* 39.

Zwey Linien welche sich zwischen zwey Parallelen durchschneiden, machen zwey ähnliche Drey-

Dreyecke, und wenn eine von den durchschnittenen von der andern in zwey gleiche Theile getheilet wird, oder wenn die Parallellinien gleich sind, so sind auch die Triangel einander ähnlich und gleich.

+ *Regula* 40.

Winkel in einem Dreyeck die gleiche Schenkel und gleiche Bases haben, sind einander gleich.

* *Regula* 41.

In einem jeden Triangel müssen allezeit zwey Seiten größer seyn als die dritte.

+ *Regula* 42.

Wenn in einem Dreyeck eine Linie mit einer Seite parallel ist, so theilet sie die andern zwey proportional- oder verhältnißmäßig.

Regula 43.

Eine Linie welche zwey Seiten eines Dreyecks verhältnißmäßig oder proportional theilet, läuft mit der dritten parallel.

+ *Regula* 44.

In einem jeden gradlinigten Dreyeck sind zwey Seiten zusammengenommen, allemal grösser als die dritte.

+ *Regula* 45.

In einem jeden Dreyeck sind zwey Winkel, man nehme zusammen, welche man wolle, allezeit kleiner als zwey rechte Winkel.

+ *Regula* 46.

Die drey Winkel eines Dreyecks sind allemal so groß als zwey rechte Winkel, und halten also alle dreye zusammengenommmen, 180 Grad.

Regula 47.

Der Winkel eines gleichseitigen Dreyecks hält so viel als zwey Drittheile eines rechten Winkels, nämlich 60 Grad, und sind alle drey Winkel in selbigen einander gleich.

+ *Regula* 48.

Alle gleichseitigen Triangel sind auch gleichwinklicht.

+ *Regula* 49.

Alle gleichseitigen Triangel sind einander ähnlich; denn sie sind gleichwinklicht.

* *Regula* 50.

Wenn die Basis eines Dreyecks auf einer Seite verlängert wird, so machet sie von außen mit

mit der einen Seite dieses Dreyecks einen Winkel, der just so groß ist, als die beyden ihm gegenüberstehenden Winkel.

* *Regula* 51.

Wenn an einem Dreyeck eine Seite über die Figur hinaus verlängert wird, so machet sie von außen einen Winkel, der just so groß ist als die beyden ihm von innen auf der Basi gegenüberstehenden Winkel.

* *Regula* 52.

Wenn mit der Basi eines Triangels durch den Scheitelwinkel desselben, oder welches einerley ist, durch dessen oberste Spitze eine parallele gezogen wird, so machet selbige zu beyden Seiten des Triangels zwey Winkel, deren jeder seinen Wechselswinkel, oder welches wiederum gleichviel ist, seinem auf der Basi ihm gegenüberstehenden Winkel gleich ist.

Regula 53.

Wenn eine Perpendicularlinie aus der Spitze eines Triangels auf die Basin desselben gefället wird, und solche Perpendicular kürzer ist, als die Hälfte der Grundlinie: so ist das Dreyeck ein stumpfwinklichtes Dreyeck.

Regula

Regula 54.

Wenn aus der Spitze des Scheitelwinkels eines Dreyecks eine Perpendicularlinie auf die Basin desselben gefället wird, und solche Perpendicularlinie länger ist, als die Hälfte dieser Grundlinie, so ist das Dreyeck ein spitzwinklichtes Dreyeck.

Regula 55.

Wenn aus der Spitze eines Dreyecks eine senkrechte Linie auf die Grundlinie desselben gefället wird, und solche Perpendicular just halb so groß als die Basis ist, so ist der Triangel ein rechtwinklichtes Dreyeck; ist aber selbige Perpendicular noch einmal so lang als die Basis, so hat der der Grundlinie gegenüberstehende Winkel 45 Grad, das ist, er ist just halb so groß als ein rechter Winkel.

Regula 56.

Ein jedes Dreyeck ist die Hälfte seines Parallelogrammi oder Quadrats, so mit ihm gleiche Basin und Höhe hat.

Regula 57.

Wenn vier Linien proportional, das ist, verhältnißmäßig sind, so ist das Rectangulum das zwischen denen äußersten Linien begriffen ist,

ist, dem Rectangulo zwischen denen mittlern Linien gleich.

Erklärung.

Wenn man von vier Proportionallinien die erste und vierte nimmt, und daraus ein Parallelogrammum rectangulum formiret, wie auch ein anderes von der zweyten und dritten dieser vier Proportionallinien: so werden diese zwey Parallelogramma am Flächeninhalte gleich seyn, ob sie sich gleich nicht ähnlich sind.

* *Regula* 58.

Auf jeder Linie kann man aus einem angenommenen Punkte einen halben Cirkel beschreiben.

* *Regula* 59.

Alle Radii eines Cirkels sind einander gleich.

* *Regula* 60.

Alle Durchmesser eines Cirkels sind einander gleich.

* *Regula* 61.

Alle Durchmesser eines Cirkels sind noch einmal so groß als ihre Halbmesser oder Radii.

* *Regula* 62.

Alle Durchmesser eines Cirkels gehen durchs Centrum, und theilen den Cirkel in zwey gleiche Theile.

* *Regula* 63.

Das Centrum eines Cirkels stehet allezeit mitten in dem Cirkel, und auf dessen Diametro.

* *Regula* 64.

Das Centrum eines Cirkels theilet dessen Diameter just in zwey gleiche Theile.

Regula 65.

Alle nur möglichen Punkte in der Peripherie, oder Circumferenz, oder Umkreis eines Cirkels, stehen von dessen Centro gleich weit ab.

Regula 66.

Der Cirkel ist unter allen geometrischen Figuren die vollkommenste und geräumlichste.

Regula 67.

Alle Cirkelbögen, welche aus der Spitze eines Winkels innerhalb seinen Schenkeln beschrieben werden, haben einerley Verhältniß gegen ihre ganze Peripherien oder Umkreise;

das ist, sie sind gleichgroße Stücke von ihren Circumferenzen.

Anmerkung.

Durch die Cirkelbögen, es mögen nun selbige mit einer kurzen oder langen Spannung, das ist, durch einen kleinen oder großen Radium in des Winkels Schenkel gezogen worden seyn, behalten selbige immer einerley Oefnung, das ist, die Schenkel geben sich weder mehr zusammen, noch gehen weiter aus einander, sondern es verhalten sich sodann die langen Radii zum grossen Bogen, wie die kürzern Radii zum kleinern Bogen: wäre demnach der kleine Bogen der siebente Theil seines Cirkels, so ist der große Bogen auch der siebente Theil seines Cirkels.

Regula 68.

Wenn zwo Cirkelbögen einerley Verhältniß gegen ihre ganzen Umkreise haben, so haben sie auch eine gleiche Anzahl Grade.

Anmerkung.

Alle Cirkelperipherien werden in 360 gleiche Grade getheilet: folglich kommen auf den halben Cirkel 180 dergleichen Grade; auf den Viertelcirkel, als den Quadranten oder rechten Winkel 90 Grade; auf den sechsten Theil des Cirkels 60 Grade, und auf den achten Theil 45 rc. Liegen nun zwischen zweyen Schenkeln eines Winkels zweyerley aus der Spitze des Winkels gezo-

gene Bögen, und der kleinste hielte z. E. 45 Grad, als den achten Theil seines Cirkels: so ist der größere alsdenn auch der achte Theil seines aber größern Cirkels, und folglich auch 45 Grad; ergo haben sie einerley Verhältniß und einerley Maaß.

Regula 69.

Wenn zwey Figuren oder Linien auf einerley Art erzeuget oder beschrieben werden, und dasjenige, woraus sie erzeuget oder beschrieben worden sind, in beyden Figuren einander ähnlich ist, so sind auch die Figuren und Linien einander ähnlich.

Regula 70.

Figuren die einander gleich sind, sind auch gegen sich unter einander selbst gleich.

Regula 71.

Wenn Figuren einander gleich und ähnlich sind, so müssen sie einander decken.

Regula 72.

Figuren können einander gleich seyn, ob sie sich schon nicht ähnlich sind.

Anmerkung.

Man kann sowohl ein dreyeckigtes Feld als ein viereckigtes von 100 Quadratruthen haben, diese sind also

einan-

einander am Inhalte zwar vollkommen gleich, ob sie sich schon nicht ähnlich sind.

Regula 73.

Die Aehnlichkeit der Figuren ist aus nichts anderem als aus der Proportion derselben gegen einander zu beurtheilen.

Regula 74.

Wenn Figuren aus gleichgroßen Winkeln und aus gleichnamigen proportionirten Seiten construiret sind, so müssen sie einander ähnlich seyn.

Erste Anmerkung.

Ergo sind auch alle diejenigen Figuren, darinnen alle gleichnamigen Winkel einander gleich sind, und alle gleichnamigen Seiten gegen einander in einem gewissen Verhältnisse stehen, oder gegen einander proportioniret sind, einander ähnlich.

Zweyte Anmerkung.

Also können Figuren in Ansehung der Winkel und dem Verhältnisse derer Linien einander ähnlich seyn, ob sie schon nicht einerley Raum einschließen, oder von einer Größe, das ist, einander gleich sind.

Dritte Anmerkung.

Es sind demnach zwey Felder, eines 50 Ruthen lang und 25 Ruthen breit, das andere aber 12 Ruthen lang und 6 Ruthen breit, und welche einerley Winkel in sich fassen, einander vollkommen ähnlich: ob man gleich, der verschiedenen Größe wegen, auf das eine nicht so viel als auf das andere aussäen kann.

Regula 75.

Den Quadrat = oder Flächeninhalt eines stumpf = oder spitzwinklichten Dreyecks giebet die Länge der Basis und halben Perpendicular, aus dem Scheitelwinkel auf die Basis mit einander multiplicirt.

Oder auch giebt den Inhalt eines solchen Triangels, wenn man die Perpendicular aus dem Scheitelwinkel auf die Basis mit dieser halben Grundlinie multipliciret.

Ferner kann man den Inhalt eines Triangels finden, wenn man dessen ganze perpendiculaire Höhe mit der ganzen Basi multipliciret und das Produkt halbiret.

Regula 76.

Den Flächeninhalt eines Trianguli Rectanguli giebt der Planus des Cathedi und der halben Basis mit einander multipliciret; oder aber

wenn

wenn man aus dem rechten Winkel eines solchen rechtwinklichten Triangels, auf die Hypotenusa desselben einen Perpendicul fället, eines mit dem andern multipliciret, und das Produkt halbiret. Ferner kann man den Inhalt eines rechtwinklichten Triangels durch die Multiplication der halben Basis mit der ganzen Cathede finden.

Regula 77.

Das Quadrat der Hypotenusa eines Trianguli Rectanguli ist so groß als die beyden Quadrate der Cathede und Basis zusammengenommen.

Regula 78.

Ein Parallelogrammum ist noch einmal so groß als ein Triangel, der gleiche Basis und Höhe mit demselben hat.

Oder auch ein Parallelogrammum ist so groß als ein Dreyeck von gleicher Höhe und doppelter Basi.

Oder aber auch ist ein Parallelogrammum so groß als ein Trigonus von gleicher Grundlinie und doppelten Höhe. vid. Regula Geometr. 56.

Regula 79.

Wenn ein Triangel eine Basis hat, welche doppelt so groß ist, als die Basis eines Parallelogrammi, und mit dem Parallelogrammo zwischen einerley Parallel stehet, so ist das Parallelogrammum dem Triangulo gleich.

Regula 80.

Gleichhohe Parallelogramma verhalten sich unter einander wie ihre Grundlinien.

Regula 81.

Parallelogramma von gleichen Grundlinien oder so gleiche Bases haben, verhalten sich unter einander wie ihre Höhen.

Regula 82.

Die Länge und Breite eines Quadrati Rectanguli oder Parallelogrammi geben mit einander multipliciret den Inhalt desselben.

Regula 83.

Die Perpendicular von einer Seite eines Rhombi oder Rhomboidis auf die andre, geben mit einander multipliciret den Inhalt desselben.

Regula 84.

Die Hälfte beyder Laterum parallelorum oder mit einander parallel laufender Seiten eines Trapezii, mit der Perpendicular von einer parallelen Seite auf die andere multipliciret, geben den Quadratinhalt solcher Figur.

Regula 85.

Die Diagonallinie eines Quadrats giebt ein doppelt großes Quadrat, gegen das Quadrat zu rechnen, dessen Diagonal sie ist.

Regula 86.

Eine jede gradlinigte irregulaire Fläche hat, wenn sie in Triangels zertheilet ist, allezeit zwo Seiten mehr als Triangel.

Regula 87.

Alle irregulaire Flächen werden durch Eintheilung in Triangula gemessen und berechnet.

Regula 88.

Ein in einem Cirkel beschriebenes Quadrat ist just halb so groß als ein um einen Cirkel beschriebenes Viereck.

Regula 89.

Ein um einen Quadrat beschriebener Cirkel ist accurat noch einmal so groß, als ein in selbiges Quadrat beschriebener.

Regula 90.

Die Chorda eines Quadranten giebt den Semidiametrum eines Cirkels, der just noch einmal so groß ist als derjenige, dessen Chorda oder Senne sie ist.

Regula 91.

Der Semidiameter oder Halbmesser eines Cirkels giebt die Seite eines Sechsecks, das in solchen Cirkel beschrieben werden kann.

Regula 92.

Der Perpendicul aus dem Centro eines Polygoni regularis auf eine Seite desselben, mit der Hälfte von dieser, und alsdann mit dem ganzen Inhalt der Seiten multipliciret, giebt den Inhalt eines solchen Polygoni oder gleichseitigen Vierecks.

Regula 93.

Wenn 360 Grad mit der Zahl der Seiten eines Polygoni regularis dividiret werden,

so giebt der Quotient den Centriwinkel eines solchen Polygoni. Subtrahiret man aber den Quotienten von 180 Grad, so ist die Differenz die Größe eines Polygonenwinkels dieser Figur, desselben Hälfte aber giebt den halben Polygonenwinkel.

Regula 94.

Wenn 180 Grad mit der Zahl der Seiten eines Polygoni regularis multipliciret, und von der kommenden Summe 360 Grad subtrahiret werden: so ist die Differenz der Inhalt sämmtlicher Polygonenwinkel.

Regula 95.

Der Semidiameter und die halbe Peripherie oder Umkreis eines Cirkels, oder die ganze Peripherie und der vierte Theil des Diameters, geben mit einander multipliciret, den Inhalt des Cirkels beynahe.

Regula 96.

Der Semidiameter und vierte Theil der Peripherie eines Cirkels, geben mit einander multipliciret, den Inhalt eines halben Cirkels beynahe.

Regula 97.

Der Semidiameter und achte Theil der Peripherie eines Cirkels mit einander multipliciret, geben den Inhalt eines Quadranten beynahe.

Regula 98.

Der Semidiameter und halbe Bogen eines Cirkelausschnitts oder Sectoris, geben mit einander multipliciret den Inhalt dieses Sectoris beynahe.

Regula 99.

Cirkel deren Semidiametri gleich sind, sind selbst einander gleich, auch sind die Abschnitte dererselben, wenn deren Chorden Diametri sind, wie auch die Sectores, deren Centriwinkel gleich groß sind, wie auch die Peripherien oder die Bögen, welche diese gleichgroßen Cirkel, oder gleichen Segmenta und Abschnitte einschließen, einander gleich. Sind aber die Winkel derer Sectorum welche mit einerley Semidiametro beschrieben worden, ungleich, so sind auch die Bögen derselben und die Sectores selbst ungleich.

Regula 100.

Es verhält sich der Diameter eines Cirkels zu seiner Peripherie oder Umkreis beynahe wie 7 zu 22, oder wie 100 zu 314, oder auch wie 113 zu 355, oder aber noch genauer wie 3183 zu 10000.

Anmerkung.

Es ist zwar dieses Verhältniß noch genauer ausgerechnet worden, da sich die Theilchen des Diameters auf 10 Trillionen, die Peripherie aber über 31 Trillionen beläuft, welches aber niemand, ja nicht einmal ein Astronomus so leicht nachmessen oder gebrauchen wird; zu meiner Absicht, dieser im gemeinen Leben nöthigen praktischen Geometrie aber, ist solches überflüßig, und zu weitläuftig, ja ganz und gar ohne Nutzen, mithin ganz leicht und ohne Nachtheil zu übergehen.

Regula 101.

Das Quadrat eines Diameters verhält sich zu dieses Diameters Cirkel am Flächeninhalt, beynahe wie 14 zu 11.

Regula 102.

Die Cirkel verhalten sich unter einander wie die Quadrata ihrer Diametrorum, oder auch wie die Quadrata ihrer Semidiametrorum: das ist,

ist, wenn ein Viereck eines Durchmessers eines kleinen Cirkels, das dritte Theil eines auf einem Durchmesser errichteten Vierecks eines grösseren Cirkels ist, so ist auch der kleine Cirkel selbst nur ein Drittheil so groß als der grössere Cirkel.

Regula 103.

Wenn drey Linien proportional gegen einander sind, so ist das Quadrat der mittlern accurat so groß als das Oblongum der ersten und dritten.

Regula 104.

Wenn vier grade Linien gegen einander proportioniret sind, so geben die mittelsten beyden ein Parallelogrammum, das just so groß ist als das Quadrangulum der ersten und vierten.

Anmerkung.

Dieses sind demnach die in der Vorrede so sehr angepriesenen Regeln der Longimetrie oder Längenmessung und Planimetrie oder Flächenmessung. Diejenigen der Stereometrie oder Körpermessung und Berechnung habe mit Fleiß bis dorthin verspart, erstens weil selbige gleichsam aus gleichen Axiomatibus oder Grundsätzen fließen, und also leicht zu erlernen und zu behalten sind, zweytens auch um die respectiven geneigten Leser und Lerner nicht mit einer so großen Menge derselben zu erschrecken.

Doch

Doch glaube ich auch wohlgethan zu haben, daß die nöthigsten, ja fast alle nur möglichen Grund- und Lehrsätze unter dem Titel Regulae der Geometrie vorgesetzet; denn auf einen guten Grund lässet sich auch ein starkes und festes Haus bauen. Daß aber diese Regeln nicht alle, wie bey denen arithmetischen geschehen, durch Exempel erläutert oder erkläret sind, ist darum geschehen, weil solche alle nothwendiger Weise bey Ausarbeitung der Geometrie vorkommen, alsdann durch die Figuren selbst, wie auch durch die Demonstrationes oder Beweise erkläret werden müssen.

Anmerkung.

Die Grundsätze habe, da selbige, laut der fünften Erklärung des ersten Abschnitts dieser Einleitung §. 7. unentbehrlich, mit einem ✳ marquiret, um dadurch selbige, in Ansehung der übrigen Regeln, leichter zu finden.

Die Lehrsätze aber, so aus denen Grundsätzen hergeleitet werden, und so man aus verschiedenen unumstößlichen Wahrheiten schließet, habe mit einem + aus obigen Ursachen bezeichnet.

Schlußerinnerung.

Dieses ist demnach nach meinen Gedanken alles nur mögliche, was ich zur Einleitung in die Geometrie vorzutragen gehabt. Wer demnach auf alles darinnen enthaltene, sowohl als auf meine Erinnerungen genau merket, wird alles ganz leicht begreifen und so leicht nicht bey Ausarbeitung und Construction derer Aufgaben fehlen. Doch muß man, wie

in

in der Vorrede erwähnet, die Regeln und geometrischen Zeichen, welche bey denen Demonstrationen vorkommen, wohl im Kopfe haben; bey der Construction derer Aufgaben aber, wie gleichfalls schon erwähnet, wohl auf meine Tabellen und Figuren Achtung geben, und sich besonders nach der Folge oder Ordnung derer Buchstaben, wie solche im Alphabet nach einander stehen, so viel als möglich richten: denn ich habe besonders dieses, um es denen Lernenden leicht zu machen, zu meinem Augenmerk gehabt, daß ich lediglich der Ordnung des Alphabets gefolget.

Alles dieses habe zum Schluß dieser Einleitung denen Lehrbegierigen noch freundlich erinnern wollen.

Ende der Einleitung.

Erster Theil
der neu abgefaßten
Methode
die
Geometrie
von sich selbst zu erlernen,

welcher

die Definitiones oder Erklärungen der geometrischen Figuren in sich enthält

und

der darzu vollkommen hinlänglich ist, die Geometrie speculative zu tractiren.

Erster Abschnitt.

Vom Punkte und denen Linien insgemein.

1. Erklärung.

Es ist in der Einleitung §. 4. gesagt worden, die Geometrie sey eine Wissenschaft aus einigen gegebenen Grössen andere zu finden, welche man zu wissen verlanget.

Anmerkung.

Die Grössen so in der Geometrie vorkommen, sind Linien, Flächen und Körper.

2. Erklärung.

Aus denen Linien entstehen ihren respectiven verschiedenen Bewegungen nach die Flächen, Flächen aber bilden durch ihre Bewegung die Körper.

3. Erklärung.

Die Linien oder Längen werden durch Längen, Flächen mit Flächen, und Körper durch Körper ausgemessen und berechnet.

Anmerkung.

Aller nur möglichen Größen, es sey gleich Länge, Fläche, oder Körper, Anfang und Ende ist ein Punkt, folglich ist das Punctum die zuerst zu betrachtende Figur der Geometrie.

4. Erklärung.

Dieser Punkt ist zweyerley, als erstens der mathematische, und zweytens der physicalische, oder der in der gemeinen practischen Geometrie vorkommende nöthige und übliche Punkt.

Erste Anmerkung.

Den mathematischen Punkt muß man sich bloß in Gedanken vorstellen, denn Euclides sagt im ersten Buche seiner Elementa, pag. 3. Erklär. 1. er sey das, was keine Theile in sich hält, id est, ein untheilbares Tüpflein, so man sich ohne alle Länge, Breite und Dicke oder Höhe einbilden muß.

Zweyte Anmerkung.

Wenn man sich demnach nur den Schatten eines Sonnenstäubchens vorstellet, so hat solcher schon eine gewisse, ob zwar kaum sichtbare Länge und Breite, denn wenn er diese nicht hätte, so könnte man solchen nicht sehen, folglich ist er schon eher vor eine Fläche, als vor einen mathematischen Punkt anzusehen.

Dritte Anmerkung.

Dieses Punctum ist zwar gut vor die Astronomos und Astrologos, zu unserer Absicht aber unnöthig weiter dessen zu erwähnen.

5. Er=

5. Erklärung.

Der physicalische Punkt aber ist verschieden, als erstens ein einfaches Tüpflein a, so man bey Verfertigung der Risse und Zeichnungen mit Tusche, Bleystift oder der Copirnadel ꝛc. so sauber und klein als nur möglich auf das Pappier marquiret. Tab. I. Fig. 1.

Anmerkung.

Dieser jetzt angeführte Punkt wird von denen Mathematicis zwar auch angenommen und gebraucht, aber schon vor einen ganz kleinen Körper gehalten, weil die auf dem Pappiere zurückgelassene Masse des Bleystifts oder der Tusche eine, ob zwar kaum zu erkennende Länge, Breite und Höhe auf demselben formiret.

6. Erklärung.

Der Durchschnittspunkt a entstehet, wenn sich einige grade Linien, als b c, d e, f g, in einem Orte oder Punkte, wie in a schneiden. Tab. I. Fig. 2.

7. Erklärung.

Ferner entstehet ein solcher Durchschnittspunkt a auch, wenn sich einige krumme Linien, als b c und d e, in a, schneiden. Tab. I. Fig. 3.

Anmerkung.

Wenn eine grade Linie durch eine krumme Linie, oder wenn eine krumme Linie durch eine grade Linie durchgehet, so ist dieses gleichfalls auch ein Durchschnittspunkt.

8. Erklärung.

Der Wendungspunkt a entstehet, wenn eine krumme Linie d a b, so Anfangs gegen ihre Achse b c hohl ist, wie b a, sich in a als dem Wendungspunkte anfänget gegen die Achse b c als wie die krumme Linie a d, convex zu neigen.
Tab. I. Fig. 4. Wenn man nun wollte, sowohl aus der Concavité b a, als Convexité a d dieser krummen Linie b a d, perpendicularen f e, a g, i h, auf die Achse b c errichten, so würde die perpendiculare a g, so aus dem Wendungspunkte a auf die Achse b c in g eintrift, die längste seyn.

Anmerkung.

Man hat auch noch verschiedene andere sichtbare Punkte, deren man sich in der practischen oder ausübenden Geometrie bedienet, und welche man wirklich, mit Recht physikalische Punkte nennen kann: als da sind Meßstäbe, Gränzbäume, Gränzsteine, Gränzhaufen, Post- und Meilensäulen, Wegweiser, Kapellen u. d. g. ja es müssen sogar öfters Häuser, Dörfer und Städte statt der Punkte dienen.

9. Erklärung.

Aus der Bewegung eines solchen, laut der ersten Anmerkung Erklärung 4. erklärten mathematischen Punkts, entstehen demnach die mathematischen Linien, welche man sich zwar als eine Länge, aber gleichfalls ohne alle Breite und Dicke oder Höhe vorstellen muß, und welche, wie

wie der eingebildete Punkt, gleichfalls nur mehrentheils in der Astronomie gebraucht werden.

10. Erklärung.

Die physicalische Linie ist demnach eine von Tusche oder Bleystift oder einer andern Masse gezogene Linie, wie man sie in Zeichnungen und Rissen gebrauchet. Auf dem Felde aber wird solche mit einer Kette oder Schnure, so man Meßkette oder Meßschnure nennet, bezeichnet. Im übrigen gelten auch öfters Zäune, Mauern, Gräben, Flüsse, ja ganze Gebürge vor Linien, wie besonders in der Geographie die Gränzen der Königreiche und Provinzen ausweisen.

11. Erklärung.

Beweget sich demnach ein Punkt a nur nach einer Gegend als nach b, und weichet in seiner Bewegung weder rechts noch links ab, so entstehet daraus eine grade Linie a c, und sind alsdenn derselben einzelne Theile der ganzen a c ähnlich, als a c ist a d ähnlich, a d ist ähnlich d e, und d e ist ähnlich e c, derohalben ist auch e c ähnlich der ganzen graden Linie a c. vid. Reg. Geometr. 6. Tab. I. Fig. 5.

12. Erklärung.

Eine unbestimmte Linie a c ist, deren Endpunkte a und c man, wo solche recht gewiß ihren Anfang a und Ende c nehmen, nicht determini- Tab. I. Fig. 6.

ren oder bestimmen kann, und die nur in der Mitte bey b recht sichtbar ist.

Anmerkung.

Eine dergleichen unbestimmte Linie lässet sich mit nichts besser vergleichen als mit einem Wege, so von Wiesen über Felder, und von da wieder über die Wiesen gehet. Denn man wird auf denen Feldern die Straße oder Gleiß der Wagenräder deutlich sehen, auf denen Wiesen aber verlieret sich die Spur des Weges nach und nach.

13. Erklärung.

Tab. I. Fig. 7. Eine blinde Linie a b ist eine solche Linie, so man eigentlich gar nicht sehen kann, und welche man sich blos in Gedanken vorstellen muß: als da sind z. E. die Linien bey Messung derer Breiten eines Flusses, oder bey Visirung der Höhe eines Thurms. Oder aber wenn man von einem Ort nach einem andern siehet, wie wir weiter unten bey der practischen Meßkunst sehen werden.

Anmerkung.

Die blinden Linien werden in denen Zeichnungen oder Rissen durch kleine saubere Punkte marquiret, wie bey Figura 7. zu ersehen.

14. Erklärung.

Eine krumme Linie a c d e f b entstehet, wenn ein Punkt a in seiner Bewegung nach g nicht eine grade Richtung behält, sondern bald rechts bald links nach andern Zwischengegenden c, d, e, f, von der graden Linie a g, und also auch von dem kürzesten Wege abweichet. Einer krummen Linie Theile aber sind der ganzen nicht ähnlich: so ist a c d mit d e f ein großer, mit a c d e f b aber ein noch größerer Unterschied. Tab. I. Fig. 8.

15. Erklärung.

Eine gemischte Linie a b entstehet, wenn der Punkt a bey seiner Bewegung nach b nicht einerley Richtung behält, sondern in seinem Gange sich erstens grade wie a c, sodann durch Umwege wie c d, dann wieder grade wie d e, dann wieder krumm wie e f, und letztlich wieder grade wie f b, beweget. Tab. I. Fig. 9.

Der gemischten Linie einzelne Theile sind noch weniger einander ähnlich, als der krummen; weil diese gemischte Linie aus graden und krummen Theilen zusammengesetzet ist.

Erste Anmerkung.

Man muß sich aber nicht vorstellen, als ob jetzt erwähnte Linien aus lauter Punkten zusammengesetzet wären; weil sie aus der Bewegung eines Punktes

entstehen, wie etwa die Spur eines Thieres aus lauter Ferten oder Tritten, so selbiges in der Wildbahn eindrücket, oder hinterlässet. Nein! man stelle sich aber vielmehr vor, als gehe man auf Sand oder Schnee, und schleppe einen Stock hinter sich drein, so wird der Untertheil desselben zu Anfangs einen Punkt in den Sand oder Schnee eindrücken, und sobald man fortgehet eine Linie zurücke lassen, welche entweder grade, krumm oder gemischt seyn wird; nachdem man seinen Gang oder Richtung hingenommen. Nur muß man bey dieser Linie nicht auf die Breite und Tiefe sehen, weil selbige sonst keine Linie, sondern eine hohle Fläche wäre.

Zweyte Anmerkung.

Noch haben wir eine Art krummer Linien, so aus der Bewegung einer graden um einen festen Punkt herumlaufenden Linie entstehet, und Cirkellinie genennet wird.

16. Erklärung.

Der berühmte Herr Professor Baron von Wolff saget in seinen Anfangsgründen der Geometrie pag. 121. §. 12. Erklär. 5. von dieser Cirkellinie also: „Unter den krummen Linien „ist die bekannteste und zur Zeit die nützlichste, „die Cirkellinie."

17. Erklärung.

Tab. I. Fig. 10. Ein Cirkel a b c wird beschrieben, wenn sich eine grade Linie d c, um einen festen Punkt

d her-

d herumbeweget, bis der Punkt c wieder zu sich selbst kommt.

Erste Anmerkung.

Wenn man in diesem Cirkel viele grade Linien ziehet, so von einer Seite der krummen Linie bis zur andern reichen, und durch den Mittelpunkt d gehen, so werden diese Linien alle einander an Länge gleich seyn.

Zweyte Anmerkung.

Aus diesen viererley Arten der Linien, als erstens der graden, zweytens der krummen, drittens der gemischten und viertens der Cirkellinie, entstehen alle in der Meßkunst oder Geometrie nur möglich vorkommende Figuren, und können auch durch dieselben alle nur mögliche Aufgaben aufgelöset oder solviret werden.

Zweyter Abschnitt.

Von denen Linien insbesondere.

Erstens von denen graden Linien.

18. Erklärung.

Tab. II. Fig. 11. Eine grade Linie a b ist demnach diejenige, wie in der 11. Erklärung Fig. 5. erwähnet worden, welche in ganz gleicher Richtung zwischen zweyen Punkten a und b begriffen ist, oder welche alle Theile zwischen ihren Endpunkten a und b liegen hat.

19. Erklärung.

Tab. II. Fig. 12. Die Horizontal- oder wassergleiche Linie a b ist diejenige, welche mit der Oberfläche eines stehenden Wassers c d in gleicher Entfernung bleibet, das ist, daß nämlich der Punkt a von c nicht weiter abstehe, als der Punkt b von d.

20. Erklärung.

Eine nach unsern Absichten eingerichtete gra- de Linie a b kann man sich nicht besser vorstellen, als man stecke zwey Meßstäbe in a und b ein, wo man nämlich die grade Linie hinhaben will, und ziehe von einer zur andern eine Schnure so fest an als möglich; lieget nun zwischen a b in c nichts im Wege, so ist die Linie a b eine gra- de Linie, und laut Reg. Geometr. 6. die kürze- ste und gradeste so zwischen diesen beyden Punk- ten a und b möglich. Tab. II. Fig. 13.

Befindet sich aber zwischen a und b in c eine Hinderniß, als ein Strauch, ein Stein ꝛc. so nimmt die Schnure oder Kette dieser Hinde- rung c wegen, wenn man sie dennoch von a bis b ziehen wollte, erstens ihre Direction nach e oder f. In d aber wendet sich selbige sodann erst nach b, und wäre dieserwegen die Linie a b eine krumme oder gebrochene Linie a d b, weil die in c befindliche Hinderniß dem Punkte a die schnurgradeste Direction oder kürzeste Richtung nach b nicht zugelassen.

21. Erklärung.

Die Vertical- oder bleyrechte Linie a b ist diejenige, so mit einem hängenden Bleyloth c d einerley Direction oder Richtung behält, derge- stalt, daß der Punkt a von c so weit abstehet, als der Punkt b von d. Tab. II. Fig. 14.

Anmer-

Anmerkung.

Alle nur möglichen Vertikallinien oder Bleylothe schlagen senkrecht auf die Oberfläche unsrer Erdkugel ein, und nehmen ihre Direction nach derselben Centro oder Mittelpunkt, und wenn man es also genau nehmen will, so sind die Bleylothe, welche man auf einmal spielen lässet, nicht gleichlaufend unter einander, so man aber der großen Etendüe unserer Erdkugelfläche wegen so wenig merken kann, als daß selbige rund ist.

22. Erklärung.

Tab. II. Fig. 15. Die senkrechte oder Perpendicularlinie a b ist die, so auf einer andern graden Linie e f dergestalt aufgerichtet stehet, daß sich der Punkt b weder nach e mehr neiget wie a c, noch nach f wie a d, sondern bey g und h gleiche Oefnung behält.

23. Erklärung.

Tab. II. Fig. 16. Die schiefe, schräge oder oblique Linie a b ist diese, so mit einem Ende b gegen eine andere grade Linie c d sich neiget oder zuläuft, und also weder horizontal noch vertical gerichtet ist.

24. Erklärung.

Tab. II. Fig. 17. Linea tangens, oder die anrührende Linie a b ist eine solche Linie so die Oberfläche des Erdbodens oder eine andere krumme Linie c d nur in einem einzigen Punkte e berühret, aber nicht durchschneidet.

Erste

Erste Anmerkung.

Auch können zwey krumme Linien als wie der Cirkel c d e, und das Bogenstück a c b, einander in einem einzigen Punkte c berühren. Tab. II. Fig. 18.

Zweyte Anmerkung.

Zwey grade Linien aber, wenn selbige einander berühren, so formiren sie einen gradlinigten Winkel, so wie vorhergehende beyde Fig. 17. et 18. gemischtlinigte Winkel machen.

25. Erklärung.

Linea secans die durchschneidende Linien sind, wenn zwey grade Linien a b und c d durch einander durchgehen, und sich in e schneiden, ohngefähr wie ein Kreuzweg, vid. Reg. Geom. 15. und derselben Erklärung. Tab. III. Fig. 19.

Erste Anmerkung.

Auch kann eine krumme Linie a b, von einer graden c d, in e durchschnitten werden. Item können sich auch zwey krumme Linien a b und c d in e schneiden. Tab. III. Fig. 20. et 21.

Zweyte Anmerkung.

Die Vertikalwinkel der durchschneidenden krummen Linien e, k, i, l, Fig. 20. sind einander nicht gleich, denn da selbige von einer graden Linie c d und einer krummen a b entstehen, so ist der Winkel e kleiner als der Winkel i, und der Winkel k ist auch dem Winkel l nicht gleich; hingegen ist in Fig. 21. der Winkel e gleich dem Winkel f, ohngeachtet der Winkel g kleiner ist als der Winkel h: folglich sind doch in

dieser Figur zwey Vertikalwinkel einander gleich, wenn sie besonders aus gleicher Spannung des Cirkels entstehen.

26. Erklärung.

Tab. III. Fig. 22. Lineae asymptoti vel intactae, oder nicht anstoßende Linien, werden die graden Linien a b und b c genennet, welche sich einer krummen Linie d e f zwar nähern, aber doch niemalen an dieselbe antreffen, wenn man sie gleich beyde, die graden a b und b c und die krumme d e f unendlich verlängerte, sondern es gehen solche beständig parallel mit einander fort.

Anmerkung.

Appollonius Pergaeus Conicorum hat im zweyten Buche seiner ersten Vorschläge bewiesen, daß dergleichen Asymptoten die Hyperbel habe, und erkläret daselbst die Eigenschaften der Hyperbel zwischen den Asymptoten. Weiter aber haben selbige keinen besondern Einfluß in die practische Meßkunst.

27. Erklärung.

Tab. III. Fig. 23. Linea concurrens, oder die entgegenlaufende Linie a b ist, welche mit ihrem Endpunkte b auf eine andere grade Linie b c in b sich senket.

28. Erklärung.

Tab. III. Fig. 24. Lineae convergentes, oder die zusammenlaufenden Linien a b und d c sind, welche sich gegen dem Punkt e immer näher zusammen gehen,

ben, bis sie endlich in ihrer Bewegung einander in e berühren, und endlich einen Winkel b e c formiren.

29. Erklärung.

Lineae divergentes, oder die aus einander laufenden Linien a b und c d sind diejenigen, welche zwar in der Gegend des Punktes e am nächsten beysammen gestanden haben, sich aber bey ihrer Bewegung nach b und d immer weiter extendiren oder aus einander geben. Tab. III. Fig. 25.

30. Erklärung.

Linea inclinata ad Planum, ist eine grade Linie a b, welche sich gegen eine andre grade Linie c d dergestalt neiget, bis sie endlich selbige in a berühret, und auf selbiger aufstehet, dadurch aber auf c d zu beyden Seiten zwey ungleich große Winkel e und f machet. Tab. III. Fig. 26.

31. Erklärung.

Linea fundamentalis vel Basis, oder die Grundlinie a b ist diejenige, auf welcher eine Figur a b c aufgerichtet ist. Tab. III. Fig. 27.

Anmerkung.

Nicht allein bey denen Triangeln oder Dreyecken, sondern auch bey allen übrigen geometrischen regulairen und irregulairen Figuren, heißet die unterste Linie, auf welcher selbige aufstehen, allezeit Basis oder Grundlinie.

32. Er-

32. Erklärung.

Tab. IV. Fig. 28. Linea diagonalis ist diejenige grade Linie b c, welche durch eine Fläche a c d b durchgehet und selbige in zwey gleiche Theile theilet.

Anmerkung.

Ueberhaupt heißen alle Linien, sie mögen durch eine regulaire oder irregulaire Fläche durchgehen, Diagonallinien, und theilen selbige in zwey Theile.

33. Erklärung.

Tab. IV. Fig. 29. Cathetus ist in einem rechtwinklichten Triangel c a b die Perpendiculare a b, so mit der Basis a c den rechten Winkel d des Dreyecks b a c formiret.

34. Erklärung.

Tab. IV. Fig. 30. Hypotenusa a b ist die in einem rechtwinklichten Dreyecke a b c dem rechten Winkel d gegen über liegende schräge Linie a b.

35. Erklärung.

Tab. IV. Fig. 31. Die Normallinie b g ist diejenige grade Linie, welche, wenn eine krumme Linie c d von einer graden Linie e f in g berühret wird, auf den Punkt g perpendicular aufstehet, und selbige, nämlich die anrührende Linie f e in g rechtwinklicht durchschneiden würde, wenn man nämlich die Normallinie b g in directione recta nach a verlängerte.

Anmer-

Anmerkung.

Diese Normallinie b g ist die kürzeste, so aus dem Punkt b in die krumme Linie c d gezogen werden kann.

36. Erklärung.

Die Subnormallinie a b ist oder entstehet, wenn man aus dem einen Ende c der anrührenden Linie c d, durch den Punkt b der Normallinie b e eine grade Linie c f ziehet, und aus dem Berührungspunkte e, welcher die grade Linie c d mit der krummen Linie g h in e machet, auf die gezogne grade Linie c f, einen Perpendikel e a fället, so ist die Differenz a b zwischen dieser Perpendicular a e und der Normallinie e b, die Subnormallinie a b. Tab. IV. Fig. 32.

37. Erklärung.

Lineae ordinatae applicatae heißen diejenigen graden Linien a b, c d, welche innerhalb einer krummen Linie e f g parallel gezogen werden und welche von der durch die krumme Linie e f g laufenden Axe f h in i und k winkelrecht in zwey gleiche Theile getheilet werden. Tab. IV. Fig. 33.

Anmerkung.

Diese Linien oder Ordinaten werden gebraucht, wenn man die krummen Linien durch gewisse Eigenschaften unterscheiden will, als da ist z. E. die Construction der wahren Ellipsis, oder der übrigen Kegelschnitte, u. d. g.

38. Erklärung.

Tab. IV. Fig. 34. Semiordinatae a b, c d, f h, sind diejenigen graden Linien, welche winkelrecht auf der Axi oder Diametro e g einer krummen Linie e b d h aufstehen, und mit einander von dieser Axi e g bis an die krumme Linie e b d h parallel laufen.

Anmerkung.

Diese Linien werden gleich wie vorige zur Construction der Parabole, Hyperbole, Ellypsis, und übrigen Kegelschnitte gebraucht.

39. Erklärung.

Tab. IV. Fig. 35. Linea evolutionis heißet eine krumme Linie b c i, in Ansehung einer andern krummen Linie a d e, welche durch einen auf b c i überlegten Faden beschrieben wird. Jacob Bernoulli hat durch diese Linie gefunden, die Uhren zu ihrer größten Vollkommenheit zu bringen.

40. Erklärung.

Tab. V. Fig. 36. Linea secantium a n o p b ist eine krumme Linie, die aus denen Secantibus d e, d l, d k, d i, d h, d g, eines Quadrantens e r d erzeuget wird: doch hat noch niemand die Eigenschaften von dieser Linie weiter untersuchet, da man besonders gefunden, daß sie in der practischen Geometrie von keinem besondern Nutzen sey.

Anmer-

Anmerkung.

Diese Lineae secantium a n o p b werden von der Länge der Secantes d e, d l, d k, d i, d h, d g, d f, determiniret, und sodann sind m a, 2 n, 3 o, 4 p, 5 b, diesen nur erwähnten Secantes gleich.

41. Erklärung.

Gradlinigte Parallellinien a b, c d, sind diese, so in gleicher Weite, aber auch in schnurgrader Richtung dergestalt von einander abstehen, daß die dazwischen liegenden Perpendicularen e f, g h, einerley Länge haben, und folglich mit denen Parallelen ein Oblongum oder Parallelogrammum rectangulum e f g h formiren. Tab. V. Fig. 37.

Erste Anmerkung.

Es ist einerley ob die Parallelen perpendicular, wie nur erklärte Fig. 37, oder horizontal wie Fig. 38, die Linien a b und c d mit einander gerichtet sind, wenn nur die darzwischen liegenden Perpendicularen f e und h g von gleicher Länge und mit denen Parallelen ein Oblongum rectangulum e f h g ausmachen: denn man betrachte nach dem ersten Falle die zwey Eckmauern eines Gebäudes; diese sollen allezeit perpendiculaire Parallellinien seyn, die unterste Schwelle aber und die obere Mauerlatte stellet die zwischen denen Parallelen liegenden perpendicularen vor. Nach dem andern Falle aber kann man sich die horizontal liegenden perpendicularen c d und a b durch die Grundmauer und obere Gebälke eines Gebäudes vorstellen, da sodann die Säulen, welche auf der Grundmauer aufstehen, Tab. V. Fig. 38.

und das Gebälke tragen, die darzwischen liegenden Perpendicularen sind.

Zweyte Anmerkung.

Die Parallellinien bestehen nicht allein aus lauter graden Linien, sondern es werden selbige auch aus krummen und gemischten Linien formiret. Denn man besehe den Fronton eines Pallastes, Kirche, oder andern großen Gebäudes, welche theils aus Cirkelstücken, theils aus ausgeschweiften krummen Linien bestehen: in selbigen Frontons laufen alle Glieder nach der Regel der Civilbaukunst mit einander parallel.

Dritte Anmerkung.

Ueberhaupt kann man die Parallellinien nicht besser oder deutlicher erklären, als durch zwey an eine Achse angesteckte Räder; solche machen, wenn sie in directione recta von einem Ort zum andern nach dem kürzesten Weg fortgeführet werden, gradlinigte Parallellinien; die zwischen beyden Rädern aber befindliche Achse lässet diese Räder weder näher zusammen noch weiter aus einander rücken, und ist also gleichsam die in Fig. 37. et 38. angeführten Perpendicularlinien, welche verhindern, daß diese Parallellinien, so das Gleiß der Räder vorstellen, nie zusammen kommen, sondern ins Unendliche mit einander in einer Entfernung fortgehen. Fahren diese Räder Umwege, oder bald grade bald krumm, nachdem es die Landstraße erlaubet, so werden dadurch krummlinigte und gemischtlinigte Parallelen erzeuget oder beschrieben.

42. Erklärung.

Tab. V. Fig. 39. Proportionallinien sind diejenigen graden Linien, so ein gleiches Verhältniß gegen einander

der haben, als z. E. die drey graden Linien a b, c d, e f, sind verhältnißmäßige Linien: denn so oft als a b in c d enthalten, so oft befindet sich auch c d in e f; und das heißet mathematice oder geometrice zu sprechen, wie sich verhält a b zu c d, also verhält sich auch c d zu e f.

Oder aber auch bey denen vier proportionirten graden Linien a b, c d, e f, g h: denn in diesen stecket a b so oft oder vielmal in c d, als wie e f in g h befindlich; oder aber auch, so oft als a b in e f enthalten, so oft und vielmal trift man auch c d in g h. Und dieses heißet mathematice oder geometrice zu sprechen, wie sich verhält a b zu c d, also verhält sich auch e f zu g h; item wie a b zu e f also c d zu g h. Tab. V. Fig. 40.

43. Erklärung.

Linea media et extrema ratione secta heißet, wenn eine grade Linie a c dergestalt eingetheilet worden, daß sich verhält a b oder ihre gleiche a c oder l m, zu a f oder ihrer gleichen i k, wie die Linie g d oder ihre gleiche p q, zu der Linie c g oder ihrer gleichen n o: das ist, daß das Quadratum perfectum a b d c auf a c so groß sey als ein Quadrangulum rectangulum construiret von der ganzen Linie a f und dem kleinen Theile g d: diesem nach verhält sich auch p q oder seine gleiche g d zu l m oder seiner Tab. V. Fig. 41.

gleichen a c wie n o oder seine gleiche c g zu i k oder seiner gleichen a f.

Zweytens
von denen krummen Linien.

A. Vom Cirkel und denen darinnen befindlichen Linien.

44. Erklärung.

Tab. VI. Fig. 42. Eine Cirkellinie c d e b f g h entstehet, laut der 17. Erklärung Fig. 10. wenn sich eine grade Linie a b um einen festen Punkt a herumbeweget, bis der Punkt b wiederum zu sich selbst kommt.

45. Erklärung.

Fig. 42. Die in einem Cirkel sich befindenden nothwendig vorkommenden graden Linien sind folgende, als:

1) a das Centrum oder der Mittelpunkt des Cirkels. vid. Reg. Geom. 63.

Fig. 42. 2) a b ist der Radius oder die grade Linie, womit der Cirkel beschrieben worden ist, und welche sich um den festen Punkt a herum beweget hat.

3) Der

3) Der Diameter oder Durchmesser des Cirkels c e, ist die größte grade Linie, so im Cirkel gezogen werden kann, sie reichet von einer Seiten der Peripherie aus c bis zur andern nach e, gehet durchs Centrum a, und theilet den Cirkel c d e b f g h in zwey gleiche Theile; sie ist auch als die größte Chorda oder Senne anzusehen, welche den größten Bogen, nämlich einen halben Cirkel c d e und e b f g h c zu ihrem Maaße hat. vid. Reg. Geometr. 62. Fig. 42.

4) Der Halbmesser oder Semidiameter a d ist halb so groß als der Diameter c e, denn er gehet aus dem Centro a in directione recta, oder grader Linie bis an die Peripherie in d. vid. Reg. Geom. 61. Fig. 42.

Erste Anmerkung.

Also ist der Diameter c e zweyen Halbmessern a c oder a e, und jeder Radius a b einem Semidiameter a d gleich, und folglich ist auch jeder Diameter c e noch einmal so groß als der Radius a b, des Cirkels c d e b f g h, dieses Diameters c e oder der Semidiameter a d. vid. Reg. Geometr. citat.

Zweyte Anmerkung.

Gedachter Semidiameter a d theilet auch, wenn er auf dem Diameter c e perpendicular oder winkelrecht aufstehet, den halben Cirkel oder Bogen c d e in d in zwey gleiche Theile; welche Theile c d oder e d sodann Quadranten genennet werden, denn sie haben

ein jeder den vierten Theil der Peripherie zu ihrem Maaße.

Fig. 42. 5) Chorda oder Senne h f ist eine grade Linie so zwar von einer Seite der Peripherie c d e b f g h, aus h bis zur andern Seite nach f reichet, so aber nicht durchs Centrum a gehet. In einem ganzen Cirkel ist sie als eine gemeinschaftliche Chorda anzusehen, denn sie ist sowohl die Chorda oder Senne des kleinen Bogens f g h, als des größern Bogens h c d e b f.

Fig. 42. 6) Sagitta oder die Pfeillinie g i entstehet, wenn auf der Mitte i der Chorda h f eine grade Linie g i perpendiculair aufstehet, und also den Bogen f g h auf dessen Mitte in g berühret; oder aber auch wenn aus der Mitte g eines Cirkelbogens h g f, eine grade Linie g i, so nach dem Centro a gerichtet ist, auf der Chorda h f aufstehet.

Dritte Anmerkung.

Diese Linie hat vermuthlich den Namen Sagitta daher erhalten, weil sie einem auf einem Flitschbogen liegenden Pfeile ähnlich siehet.

Auch könnte diese Sagitta aus der Mitte i der Chorda h f durch den größern Bogen h c d e b f durchgehen, wenn selbige nur auf der Chorda h f perpendicular aufstehet, und den Bogen h c d b f auf dessen Mitte berühret.

46. Er-

46. Erklärung.

Diameter conjungata oder der Nebendiameter a b, ist eine solche grade Linie, welche die in einer krummen Linie c k h d e f i l g mit dem Diameter c g parallel gezogenen graden Linien k l, h i, d f, winkelrecht durchschneidet, und in p o n m in zwey gleiche Theile theilet. Tab. VI. Fig. 43.

47. Erklärung.

Diameter transversa oder der Zwerchdiameter a b ist diejenige grade Linie, welche zwischen zwey krummen Linien c a d und e b f dergestalt lieget, daß sie, wenn sie zu beyden Seiten nach g und h verlängert würde, die in denen krummen Linien c a d und e b f gezogenen graden Parallelen i k, l m, n o, p q, r s, t u, durchschneidet und winkelrecht in v, w, x, y, z, u. s. w. in zwey gleiche Theile theilet. Tab. VI. Fig. 44.

Anmerkung.

Diese Linie, welche man auch den Diametrum determinatum nennet, hat ihren besondern Nutzen bey der Hyperbole und deren Construction, wie wir weiter unten in der Auflösung der Aufgaben von den Kegelschnitten mit mehreren ersehen werden.

48. Erklärung.

Küssende Cirkel sind, wenn zwey Cirkel a c b und c d e einer dem andern im Punkt c so nahe kommt, daß zwischen diesen beyden Cirkeln a c b und e d c durch c keine andere Linie Tab. VI. Fig. 45.

zu ziehen möglich, welche diese krummen Linien in eben dem Punkte c berühren könnte.

Anmerkung.

Auch können sich nur zwey Bogenstücken gleich großer oder verschiedener Cirkel küssen.

49. Erklärung.

Tab. VI. Fig. 46. Wenn aus einem Cirkel a c b ein Bogenstück a b zwischen zweyen Radiis a d und b d bis ins Centrum d herausgeschnitten wird, so heißet dieses von zweyen Halbmessern d a und d b ausgeschnittene Bogenstück a b, oder, welches gleichviel ist, der ganze gemischtlinigte Triangel a d b der Sector oder Ausschnitt des Cirkels.

50. Erklärung.

Tab. VI. Fig. 47. Wenn von einem Cirkel a d c b durch eine grade Linie oder Chorda a b ein Bogenstück a d c oder c b a abgeschnitten worden, so heisset dieser Abschnitt Segmentum Circuli, und ist alsdenn das Bogenstück a d c, des Cirkels a d c b, sammt seiner Chorda a c der kleine: hingegen der Arcus a b c, sammt seiner Senne a c, der große Abschnitt des Cirkels a d c b. Folglich ist die Chorda a c dem großen Segmento a b c und dem kleineren Abschnitte a d c gemein. Siehe den fünften Artik. der 45. Erklärung Fig. 42.

Anmer-

Anmerkung.

Euclides saget im dritten Buche seiner Anfangsgründe Art. 5. das Segmentum des Cirkels ist ein Bogenstück, so von einer graden Linie beschlossen wird.

51. Erklärung.

Die Binde oder der Reifen a b c d ist ein Theil eines Cirkels, so von zweyen graden durch den Cirkel c a e b d f parallellaufenden Linien a b, c d, und von zweyen gleichgroßen Bogenstücken a c und b d eingeschlossen ist. Tab. VII. Fig. 48.

52. Erklärung.

Die Krone oder der Kranz a b c d, e f g h, ist eine ebene Fläche, so zwischen zweyen aus einem Centro i gezogenen Zwickellinien a b c d, e f g h, befindlich, und welche folglich überall einerley Breite, a e, b f, c g, d h, in sich enthält. Tab. VII. Fig. 49.

Anmerkung.

So ist zum Exempel eine in einem Lustgarten ausgegrabene und mit Rasen belegte cirkelrunde Basis zu einer Fontaine, das Rasenstück eine Krone oder Kranz.

53. Erklärung.

Die in einem Cirkel d a g i c bey der Trigonometrie oder astronomischen Geometrie, (wie ich sie nenne, weil ich selbige in der practischen Geometrie vor leichte zu entbehren halte) oder Tab. VII. Fig. 50.

bey

bey der Dreyecks- oder Triangelberechnung der unbekannten Theile derselben, vorkommende Linien sind folgende, als:

1) Die halbe Chorde a b eines Bogens a d c heißet der Sinus.

Erste Anmerkung.

Dieser Sinus a b muß allezeit perpendicular auf dem Diametro d i stehen.

Fig. 50. 2) Die auf dem Diameter d i perpendicular stehende und mit der Chorde a c oder Sinu a b parallellaufende Linie d e heißet des Bogens a d und des Winkels d f a Tangens.

Zweyte Anmerkung.

Dieser Tangens d e aber reichet nur allezeit bis in e, allwo solcher von der aus dem Centro f durch a gezogenen graden Linie f a e in e abgeschnitten wird.

3) Diese aus dem Centro f bis in e reichende grade Linie f e, ist des Winkels a f d, und des Bogens a d, Secans.

Fig. 50. 4) Die kleine Linie d b so durch die Chorda a c und den Radius f d in b abgeschnitten wird, ist der Sinus versus des Bogens a d oder d c.

Fig. 50. 5) Die Linie a k als der Sinus des Bogens a g wird des Bogens a d Cosinus oder auch Sinus complementi genennet.

6) Und

6) Und des Bogens a g Tangens g h, wird des Bogens a d, oder des Winkels a f d, Tangens complementi oder auch cotangens genennet.

7) Der Secans h f des Bogens a g und des Winkels g f a, heißet des Winkels a f d cosecans oder auch Secans complementi. Endlich ist Fig. 50.

8) die Linie d f der Sinus totus, weil dieser Radius d f der Sinus des Quadranten d a g ist; so ist auch dieser Sinus totus der Sinus eines rechten Winkels. Fig. 50.

Erste Anmerkung.

Wenn man den Sinum a k des Bogens g a verlängerte, so wäre alsdenn der Radius g f auch der Sinus totus des Quadranten g a d, weil g k der Sinus des Bogens g a und des Winkels g f a.

Zweyte Anmerkung.

Wer wird mit mir nicht gestehen, daß vor den vielerley Linien und Benennungen dieser zur Trigonometrie gehörigen Linien fast jedwedem jungen Menschen ein Eckel vor der Geometrie selbst ankommen wird; ja viele schwache Köpfe werden niemalen im Stande seyn, derselben verschiedene Benennungen zu merken, oder im Gedächtniß zu behalten; noch vielweniger werden sie also die trigonometrischen Berechnungen fassen können, wie nämlich eines aus dem andern hergeleitet, gefolgert, gefunden, und endlich geschlossen wird.

Da man nun im gemeinem Leben und in der in selbigem ausübenden Geometrie oder Meßkunst niemalen auf eine Secunde gehen kann noch wird; und sich in Ansehung der Winkel ganz vollkommen mit Viertelgraden, und in Ansehung des Längenmaaßes mit Zollen begnügen kann, so glaube ich wohl zu thun, und zugleich bey vielen schwachen Köpfen Dank zu verdienen, wenn ich sage: daß man alle im gemeinen Leben vorfallende geometrische Aufgaben, Ausmessungen und Berechnungen, ohne Trigonometrie ausführen oder solviren kann, so wie bald und deutlicher mit mehrerem in nächstfolgender Anmerkung beweisen werde.

Dritte Anmerkung.

Nun ist einem jeden bekannt, wer nur die Geometrie speculative und cavalierement tractiret, und von der Trigonometrie nur etwas weniges gehöret hat, daß zu dieser letzteren eine große, weitläuftige, schwere und kopfbrechende Rechnung gehöret; wie solches die Tabulae Sinuum tangentium Secantium et Logarithmorum des Vlacs, Wolffens, Schotens und anderer mehr beweisen, als welches ganze Bücher voll Ziffern ohne ein einziges Wort Text sind, vor welche man erschrecken muß, wenn man solche nur zu sehen bekommt: und warum rechnet man so viel? blos um die drey übrigen unbekannten Theile eines Triangels zu finden; denn der große Professor und Mathematicus Baron von Wolff saget in seinen Anfangsgründen der Mathematik pag. 261. §. 1. von der Trigonometrie also: „Die Trigonometrie ist eine „Wissenschaft aus drey gegebenen Theilen eines Triangels die übrigen dreye zu finden, als z. E. aus zwey „Seiten a b und a c und einem Winkel c, die übrigen beyden Winkel a und b nebst der Seite b c des „Triangels a b c zu finden.“

Ist es nicht eben das, daß wenn z. E. eine Linie und zwey Winkel, oder ein Winkel und zwey Seiten eines Triangels gegeben werden, man die gegebenen Theile durch einen so groß als möglich angenommenen Maaßstab und Transporteur auf das Pappier, so accurat als es sich nur thun läßt, auftrage, so wird sich von selbst der fehlende Winkel und die zu wissen verlangten Linien, oder die fehlende Linie, und die zu wissen verlangten Winkel, ohne die große, schwere und mühsame, ja Zeit verderbende trigonometrische Rechnung finden. Um aber noch accurater auf dem Felde zu verfahren, so kann man ja von der angenommenen Standlinie nach einem einzigen Orte aus vier, fünf und mehr Punkten visiren, welche sich sodann zu Hause auf dem Pappier bey Auftragung der Figur alle (ist anders das Astrolabium, so man auf dem Felde gebrauchet hat, gut, und richtig visiret worden; und bey accurater Arbeit und einem guten Transporteur) in einem einzigen Punkte schneiden müssen, wie wir weiter unten bey der Auflösung der Aufgaben mit mehreren ersehen werden.

Um daß aber doch ein jeder etwa Lust bekommen möchte, trigonometrische Bücher zu lesen, derohalben habe wenigstens in vorhergehender letzten Erklärung Fig. 50. gezeiget, wie eine jede darinnen vorkommende, und diese zur Triangelrechnung nöthige Linie heiße, und wie eine gegen die andere gerichtet sey.

Ich glaube daß diese dritte Anmerkung deutlich genug die Entbehrlichkeit der trigonometrischen Berechnungen in der gemeinen practischen Geometrie beweiset, und daß solche also ganz und gar, ohne dieses Buch zu verstümmeln, nebst der so schweren als Kopf verwirrenden Algebra weglassen kann.

54. Erklärung.

Von der Eintheilung des Cirkels in Grade, Minuten und Secunden.

Ein Grad ist ein kleines Bogenstück eines Cirkels, so den 360sten Theil des Cirkels, er mag groß oder klein seyn, beträgt, und da ein halber Cirkel die Hälfte der Peripherie zu seinem Maaße hat, so enthält solcher 180 dergleichen Grade oder $\frac{180}{360}$ Theilchen des ganzen Umkreises, und jedweder Viertelcirkel oder Quadrant beträgt 90 Grad, als der vierte Theil von 360 Graden.

Eine Minute ist ein noch viel kleinerer Cirkelbogen, denn sie ist nur der 60ste Theil eines Grades, und also der 21600ste Theil der ganzen Circumferenz eines Cirkels.

Eine Secunde ist noch kleiner und wirklich mehr ein in Gedanken bestehendes, als sichtbares oder gebräuchliches Maaß, denn sie ist der 60ste Theil einer Minute, und also der 1296000ste Theil des ganzen Cirkelumkreises.

Anmerkung.

In der practischen Geometrie bedienet man sich ganz und gar nicht der Secunden; man kann sich auch derselben nicht bedienen, weil sie auf einem Transporteur, welchen man auf dem Pappier gebrauchet, nicht zu marquiren möglich sind: folglich werde derselben nicht mehr gedenken noch erwähnen. Die halben oder

Viertelgrade aber, welche 30 und 15 Minuten betragen, findet man auf sehr vielen Transporteurs mit eingestochen, und also können sie mit gemessen und berechnet werden; besonders bey langen Distanzen oder Linien, allwo, wenn man solche weglassen wollte, sie in Schneidung derer Winkel, hauptsächlich wenn die zu messende Figur aus vielen Linien bestehet, einen merklichen Unterschied verursachen würden.

55. Erklärung.

Wollte man aber einen Cirkel auf eine leicht zu verstehende handwerksmäßige und nach meinen Absichten eingerichtete Art beschreiben, so nehme man ein Linial a b und stecke bey a in c und bey b in d, (nachdem man vorhero in diese beyde Punkte c und d zwey Löcher eingebohret,) in c einen Nagel oder starke Nadel etwas feste in den Tisch hinein, in d aber setze man einen Bleystift, hernach fasse man das Linial bey d od b, es gilt gleich viel, und drehe es rund herum, bis man mit d wieder dahin kommt wo man angefangen hat, so wird die Spitze g des Bleystifts d einen Cirkelkreis g f e g auf dem Tische formiren. Demnach ist der in c eingesteckte Nagel, und der in d eingesteckte Bleystift g die Länge der graden Linie, welche der Radius ist, der den Cirkelkreis formiret hat; c ist der feste Punkt, um welche sich die grade Linie c d oder c g beweget, bis sie wieder zu sich selbst kommt. Man besehe hiervon die 17. Erklärung des ersten Abschnitts Fig. 10. Tab. VII. Fig. 51.

Diese um sich selbst und in sich selbst laufende krumme Linie g f e g, heißet auch Peripheria, Circumferentia, oder der Umkreis des Cirkels, und stehen in selbigen alle nur mögliche sich darinnen einzubildende Punkte vom Centro c gleich weit ab.

B. Von denen übrigen krummen Linien.

56. Erklärung.

Eine Ketten- oder Stricklinie ist diejenige krumme Linie, welche eine an beyden Enden aufgehängte Kette oder Leine formiret; ein gewisser Mathematikus Namens Galileus, und nach ihm noch ein anderer Namens Joachim Jungius haben sich, aber vergeblich bemühet, derselben Construction zu erfinden; nach ihnen aber hat sich ein gewisser Edelmann und Mathematikus, ein Herr von Leibnitz darüber gemacht, welcher in einem Buche sub titulo: Acta eruditorum, Anno 1691. derselben Construction gefunden, und den Nutzen dieser Linie gezeiget haben soll, und zwar, daß man durch solche, zu zwey gegebenen graden Linien, so viel mittlere Proportionallinien finden könnte, als man nur wolle: da man aber verschiedene Constructiones, mittlere Proportionallinien zu finden, bereits ausgedacht, und des Herrn von Leibnitzens seine Construction nicht allein sehr schwer seyn mag, sondern auch dessen Acta eruditorum

nirgends

nirgends mehr zu finden, so ist solche leicht zu übergehen.

57. Erklärung.

Eine Linsenlinie a c b d ist eine länglichrunde Figur, so aus lauter regulairen Cirkelbögen, worzu ein jeder sein besonderes Centrum hat, und welche aus einem langen Diameter a b und einem kürzeren c d bestehet. Tab. VII. Fig. 52.

Anmerkung.

Dergleichen Linsenlinien giebt es verschiedene Arten, welche aber alle in der practischen Geometrie auf dem Pappiere vorkommen werden.

Diese Linsenlinie dienet denen Maurern die Bögen der Gewölber zu formiren, wie auch denen Tischlern, Gärtnern und andern Professionisten.

58. Erklärung.

Linea ovalis, oder eine Eyerrundung a b c d ist gleich wie vorige 52. Fig. eine ablange Rundung, so aus einem langen Diameter b d und einem kürzeren a c bestehet; sie wird gleichfalls aus verschiedenen Centris construiret. Tab. VII. Fig. 53.

Anmerkung.

Bey dieser Figur ist der obere Theil a b c ein vollkommener halber Cirkel, die übrigen Bögen oder Theile sind nur Stücke von größern oder kleinern Cirkeln; wie wir unten mit mehrerem in der practischen

Geometrie auf dem Pappiere bey Auflösung derer Aufgaben ersehen werden.

Sie dienet besonders denen Zeichenmeistern und Mahlern bey Verfertigung der academischen Figuren.

59. Erklärung.

Tab. VIII. Fig. 54. Linea spiralis, oder die schraubenförmige Linie c e f g h entstehet, wenn eine grade Linie h c sich um einen festen Punkt h herum beweget, und in einer gewissen Weite als c i, sich um einen gewissen Theil als i k, nach und nach herunter nach ihrem Punkt e rücket, oder sich verschiebet, daß sich also der Punkt c endlich seinem Centro h ganz und gar nähert, und auf selbigen in h zu stehen kommt.

Anmerkung.

Diese schraubenförmige Linie c k e f g h, kann sich auch drey oder viermal um ihr Centrum h bewegen, nachdem man den Zeugecirkel a b c d in viele kleine Theile zertheilet hat.

60. Erklärung.

Tab. VIII. Fig. 55. Eine schraubenförmige Linie, oder Linea spiralis a b c d e f g h i k l m n, kann auch aus zweyen Centris n und o entspringen. Im übrigen bestehet sie aus lauter in oder um sich selbst herum laufenden und parallelgehenden halben Cirkeln, so gleich dem Gewinde einer Schraube gehen.

61. Er=

61. Erklärung.

Eine Schneckenlinie b c d e f g h i k, ist beynahe wie vorige 55. Figur eine aus lauter halbeln Cirkeln um sich selbst herumlaufende, aber sich nach und nach ausdehnende krumme Linie. Tab. VIII. Fig. 56.

Erste Anmerkung.

In dieser Figur dienet allezeit der Diameter des einen halben Cirkels zum Radio des folgenden, als da ist: der Diameter d b des halben Cirkels b c d, der Radius b e des halben Cirkels d e f, und der Diameter d f des halben Cirkels d e f ist der Radius d g, zum halben Cirkel f g h, so wie der Diameter f h der Radius f i ist zum halben Cirkel h i k.

Zweyte Anmerkung.

Diese Figur kömmt besonders in der Civilbaukunst vor, allwo sie in denen vier letzten Säulenordnungen, jedoch durch andre Construction, welche auf verschiedene Arten gemacht wird, anzutreffen ist: welches wir weitläuftiger bey denen Aufgaben sehen werden.

Dritte Anmerkung.

Aus diesen sämmtlichen circulairen Figuren entstehen noch verschiedene, beynahe gleichartige, so aber ebenfalls bis zu denen Aufgaben verspare.

62. Erklärung.

Tab. VIII. Fig. 57. Eine Schlangenlinie a b c d e f g h i wird beschrieben, wenn sich ein Punkt a dergestalt beweget, daß er von der graden Linie a x c l e m g n i bald rechts bald links abweichet, und auf selbiger bald oberwärts, bald unterwärts lauter nach und nach sich vergrößernde, oder nach und nach sich verkleinernde halbe Cirkel a b c, c d e, e f g, g h i, formiret.

Anmerkung.

Diese Figur kömmt sehr öfters, und zwar bey Ausmessung kleiner Flüsse vor: als wie ich z. E. den Floß Poprat in der Starostey Zips, so zwischen dem Gebürge eine solche Schlangenlinie von mehr als zehn halben Cirkeln formirt, gefunden, da ich diese Starostey A. 1758. auf Befehl Jhro königl. Majestät Augusti III. glorwürdigsten Andenkens ausgemessen und in Grund geleget.

63. Erklärung.

Tab. IX. Fig. 57. Linea curva Beauniana a i b ist eine krumme Linie von der Beschaffenheit, daß wenn man eine grade Linie a c ziehet, welche mit der Axe d e f dieser krummen Linie a i b einen Winkel von 45 Grad machet, die Subtangens d e f sich alsdenn zur Semiordinata e i verhalte, wie e h zu einer unbekannten gegebenen Linie x. *)

Anmer-

*) Werden in der Algebra die unbekannten Größen genennet.

Anmerkung.

Florimundus de Beaune hat einem gewissen grossen Mathematico die Erfindung der wahren Construction dieser Linie aufgetragen, aber selbiger hat solches niemalen zuwege bringen können: folglich ist diese Linie nur dem Namen nach zu wissen nöthig, im übrigen von gar keinem Nutzen, weil genug Constructiones vorhanden, Proportionallinien zu finden.

64. Erklärung.

Quadratrix ist eine krumme Linie der hohen Geometrie a e b, gegen einer andern krummen Linie a d g, so gleichfalls nur dem Namen nach zu wissen nöthig, indem solche mehrentheils der Quadratur des Cirkels wegen erdacht, welche aber noch nicht erfunden worden ist, auch niemalen erfunden werden wird. Tab. IX. Fig. 58.

65. Erklärung.

Quadratrix Tschirnhusiana, eine gleichfalls auf Veranlassung der Quadratur des Cirkels erfundene krumme Linie c k k k b, welche bloß, um daß man sie kennen lerne, mit eingerücket: im übrigen hat sie so wenig Nutzen in der practischen Geometrie, als vorhergehende Quadratrix. Tab. IX. Fig. 59.

66. Erklärung.

Quadratrix Dinostratis d e f g b, ist wiederum eine dergleichen krumme Linie, von wel- Tab. IX. Fig. 60.

cher eigentlich die Quadratur des Cirkels dependiret, und hat diese Quadratrix Dinostratis Anlaß gegeben, an die übrigen Quadratrices zu gedenken: da aber die Quadratur des Cirkels noch nicht ganz, sondern nur beynahe erfunden, (ohngeachtet sich dessen ein gewisser Mathematicus Namens C.....i in Polen vor fünf Jahren rühmte) so ist auch diese Linie noch zur Zeit von keinem besondern Nutzen gewesen.

67. Erklärung.

Tab. IX. Fig. 61. Cissois ist eine krumme Linie c m n l, welche vor uralten Zeiten von einem gewissen Diocle erfunden worden seyn soll, um zwischen zwey gegebenen graden Linien, zwey mittlere Proportionallinien zu finden.

Anmerkung.

Da man heut zu Tage genugsame Constructiones hat, wodurch man die mittleren Proportionallinien per Constructionem mechanicam finden kann, wie ich im fünften Abschnitte meiner practischen Geometrie auf dem Pappiere weitläuftiger zeigen werde; so habe diese Cissois nur im Vorbeygehn mit angeführet: im übrigen aber ist sie leicht zu übergehen.

68. Erklärung.

Tab. IX. Fig. 62. Concholis, oder des Nicomedis Muschellinie, ist eine krumme Linie f a g von der Beschaffenheit, daß wenn durch ihre Asymptoten c d aus dem Punkt b, grade Linien b g,

b a,

b a, b f gezogen werden, die Stücke zwischen der krummen oder Muschellinie g a f und der Asymptote a n und f h einander gleich sind.

Anmerkung.

Blondell hat in seinem Cours d'Architecture civile Tom. II. Liv. I. Chap. 5. erwiesen, daß man nach dieser Conchoide oder Muschellinie, die Säulen von gleichdicken Stamm bis gegen das Capitäl am besten verjüngen könne.

69. Erklärung.

Die Parabole a c b ist eine krumme Linie, so da entstehet, wenn man von einem Kegel ein Stück perpendiculair mit seiner Axe abschneidet, dergestalt, daß die Axis d c der Parabole a c b perpendiculair auf ihrer Grundlinie a b aufstehet. Tab. IX. Fig. 63.

Anmerkung.

Die Parabole hat besonders ihren Nutzen in der Artillerie bey Werfung der Bomben oder Feuerkugeln.

70. Erklärung.

Die Ciclois, Roulette, oder Radlinie a c b ist eine krumme Linie, welche von einem in der Peripherie eines Cirkels c g d h, angenommenen Punkt c, wenn sich derselbe auf einer graden Linie a b herum drehet, beschrieben Tab. IX. Fig. 64.

wird. Der Cirkel c h d g, so diese Radlinie a c b beschreibet, heißet der Zeugecirkel, und ist die grade Linie a b der ganzen Peripherie c g d h, das Stück a d aber der halben Peripherie d g c, und das Stück f i dem Bogen i c gleich.

Anmerkung.

Der Professor und Mathematicus Baron von Wolff merket besonders an, daß man durch diese Linien die Uhren zu ihrer größten Vollkommenheit bringen kann. Im übrigen ist sie in der Geometria practica von keinem Nutzen, wohl aber in der Civil-Architektur.

Drittens
von denen verschiedenen Parallellinien.

Anmerkung.

Solche können nicht allein aus graden, sondern auch aus krummen, gemischten, Schlangen- und Cirkel-Linien bestehen.

71. Erklärung.

Tab. X. Fig. 65. Gradlinigte Parallellinien a b, c d, sind diese, so in gleicher Weite e f, g h, aber auch zugleich in schnurgrader Richtung dergestalt von einander abstehen, daß die dazwischen liegenden Perpendicularen e f, g h, einerley

Länge

Länge haben, und folglich mit denen Parallelen a b, c d, ein Oblongum e f g h formiren.

Anmerkung.

Diese Linien gehen bis ins Infinitum mit einander fort, und schließen, der zwischen sich haltenden egalen Distanz e f und g h wegen, nie einen Raum ein.

72. Erklärung.

Mit denen krummen Parallellinien a b c und d e f hat es gleiche Bewandniß, daß nämlich die dazwischen liegenden Perpendicularen g h, e b, i k, so wie bey denen gradlinigten Parallelen erinnert worden, von gleicher Länge seyn müssen. Tab. X. Fig. 66.

73. Erklärung.

Parallele Schlangenlinien a b c d e f g h i, k l m n o w p q r sind, wenn zwey aus verschiedenen halben Cirkeln bestehende Schlangenlinien b d f h und l n w q, dergestalt neben einander fortlaufen, daß Bogen in Bogen passet, und selbige zugleich einerley Entfernung a k, b l, c m, d n, e o, f w, g p, h q, i r, von einander behalten. Tab. X. Fig. 67.

74. Erklärung.

Tab. X. Fig. 68. Gemischte Parallellinien a b c d e f g h i, und k l m n o p q r s, sind solche gleichlaufende Linien, die theils aus Bogenstücken a b, k l, c d e, m n o, f g h, p q r, theils aus graden Linien b c, l m, e f, o p, h i, r s bestehen: die dazwischen liegenden Perpendicularen, in denen graden Linien sowohl wie in denen Bögen, als t, u, v, w, sind einander gleich, und ihre respective Bögen haben einerley Centrum.

Anmerkung.

Diese Linien sind zwar nach meinen Gedanken nicht recht parallel, denn es stehen in selbigen nicht alle Punkte gleich weit ab, als: b liegt näher an l als der Punkt f am Punkte p, oder aber f p lieget weiter von einander ab als e o, noch weiter aber als d n oder g q, da doch in Parallellinien die einander gegenüberstehenden Punkte von gleicher Entfernung seyn sollen: doch da Benjamin Hederich in seiner Anleitung zu denen mathematischen Wissenschaften pag. 153. Reg. 12. saget: „Parallellinien können nicht allein „die graden, sondern auch die Curvae oder Mixtae „seyn;“ so will ich es auch nicht weiter untersuchen oder verwerfen. Jedoch habe ich die Construction der wahren gemischten Parallellinien im vierten Abschnitt meiner practischen Geometrie klar und deutlich gezeiget.

75. Erklärung.

Circulaire Parallelen a b c h, d e i f, entstehen, wenn zwey Cirkel a b c und d e f einer durch einen großen Radium g h, der andre aber durch einen kleinern g i, aus einem Centro g gezogen worden sind, dergestalt daß sie in einer Entfernung a d, b e, c f, mit einander fortgehen. Tab. XI. Fig. 69.

Anmerkung.

Alle diese krummen Parallelen können, wenn sie ihre Direction darnach nehmen, entweder einen Raum einschließen, oder aber auch ins Infinitum mit einander fortgehen. Jedoch ist hiervon die circulaire Parallellinie Fig. 69. ausgenommen, als welche allezeit einen Kranz oder Krone, wie in der 52. Erklärung Fig. 49. gezeiget, beschreibet.

Drit-

Dritter Abschnitt.
Von denen Winkeln.

Erstens
von denen gradlinigten Winkeln.

76. Erklärung.

Tab. XI. Fig. 70. et 71. Aus der Neigung zweyer Linien gegen einander, sie mögen gleich grade oder krumm seyn, wird ein Winkel erzeuget. Also entstehet ein gradlinigter Winkel, wenn sich eine grade Linie a b gegen eine andre grade Linie c b neiget und selbige in b berühret. Desgleichen wird ein krummlinigter Winkel e f d formiret, wenn eine krumme Linie e f, eine andre krumme Linie d f in f berühret. Siehe die zweyte Anmerkung der 24. Erklärung.

77. Erklärung.

Tab. XI. Fig. 72. Auch kann ein gradlinigter Winkel e entstehen, wenn sich eine grade Linie a b in c bricht, und sich der Theil c a gegen c b wie c d beweget, und also einen Winkel e durch die graden Linien d c und c b formiret.

78. Erklärung.

Ein gradlinigter Winkel a d c entspringet aber auch also, wenn sich eine grade Linie a b in directione recta dergestalt gegen den Endpunkt d, einer andern graden Linie c d neiget, bis ihre beyden äußersten Endpunkte b und d sich endlich in d berühren, und also einen Winkel a d c erzeugen. Tab. XI. Fig. 73.

Erste Anmerkung.

Derer gradlinigten Winkel giebt es dreyerley Arten, als: erstens, rechte Winkel; zweytens, spitze Winkel; und dann drittens, stumpfe Winkel.

Zweyte Anmerkung.

Man hat zwar noch mehr Arten der gradlinigten Winkel, als da ist der flache Winkel, der Scheitelwinkel, die neben einander gesetzten Winkel, die Wechselwinkel, die benachbarten Winkel, die Abschnittswinkel, und denn letztens die Ausschnittswinkel: welche aber alle bis auf den Abschnittswinkel, die Eigenschaften der in vorherstehender ersten Anmerkung angeführten dreyerley gradlinigten Winkel an sich haben; daß sie nämlich entweder recht, spitz oder stumpf sind.

79. Erklärung.

Ein rechter Winkel b a c entstehet demnach, wenn eine grade Linie c a auf einer andern graden Linie a b in a perpendiculair aufstehet, also daß der Bogen d e, welcher das Maaß des Winkels b a c determiniret, den vier- Tab. XI. Fig. 74.

vierten Theil eines Cirkels, nämlich 90 Grad, das ist, einen Quadranten beträget.

80. Erklärung.

Tab. XI. Fig. 75. Ein spitzer Winkel c b a entstehet, wenn eine grade Linie c b sich gegen eine andre grade Linie b a dergestalt in b neiget, daß der Bogen oder die Spannung des Cirkels c a, um das Bogenstück c d kleiner als das Maaß oder der Bogen d c a des rechten Winkels oder Quadrantens d b a sey.

Anmerkung.

Der Bogen c a könnte kleiner oder auch größer seyn als er ist, wenn nur die Linie c b sich nicht bis auf die Linie d b beweget, daß sie selbige decket oder berühret, so ist und bleibt der Winkel e allezeit ein spitzer Winkel.

81. Erklärung.

Tab. XI. Fig. 76. Ein stumpfer Winkel a b c ist, wenn eine grade Linie a b auf eine andre grade Linie b c also gesenket ist, daß die Spannung oder der Bogen a d c um ein Bogenstück, wie z. E. das Bogenstück a d größer ist als der vierte Theil des Cirkels oder Bogens d c.

Erste Anmerkung.

Auch allhier kann die Spannung des Bogens a d c kleiner oder auch größer seyn, als sie ist; wenn nur die grade Linie a b sich nicht bis d b beweget, und selbige

selbige grade Linie d b berühret oder decket; so bleibt der Winkel c doch allezeit ein stumpfer Winkel.

Zweyte Anmerkung.

Es ist in der 54. Erklärung, desgleichen in der Anmerkung Reg. Geometr. 68. gesagt worden, daß der rechte Winkel oder Quadrant 90 Grad betrage, und daß man jeden Grad in zwey halbe Grade, oder vier Viertelgrade eintheilen könne: wenn also ein Winkel neun und achtzig und drey Viertelgrade groß oder weit ist, so ist er ein spitzer Winkel; weil ihm noch ein Viertelgrad zu 90 Grad, oder dem Quadranten fehlet. Ist aber ein Winkel 90 und ein Viertelgrad, so ist er schon ein stumpfer Winkel, weil sein Maaß oder Bogen um einen Viertelgrad weiter gespannet oder größer ist, als der rechte Winkel oder Quadrant seyn soll.

82. Erklärung.

Ein flacher Winkel h ist, welchen zwey grade Linien a b und c b auf einer andern graden Linie d e machen, und auf selbiger graden Linie d e einen Winkel f b g, er sey gleich recht, spitz oder stumpf, formiren. Tab. XI. Fig. 77.

83. Erklärung.

Ein Scheitelwinkel f oder g, wie auch h oder i entstehet, wenn zwey gradlinigte Winkel a c b und d c e sich an ihrer Spitze oder Scheitelpunkt c berühren. Tab. I. Fig. 78.

Anmerkung.

Wenn zwey grade Linien a c und b d einander in c durchschneiden, so geben solche zwey gleichgroße Scheitelwinkel. Siehe hiervon Reg. Geometr. 15.

84. Erklärung.

Tab. XII. Fig. 79. Angulus deinceps positus, oder ein neben einem andern Winkel e gesetzter Winkel f entstehet, wenn beyde Winkel a b c und c b d durch eine grade Linie c b auf einer andern graden Linie a d sich befinden: oder aber ein solcher Angulus deinceps positus ist ein Winkel e, so neben einem andern Winkel f auf einer graden Linie a d aufstehet, und durch die grade Linie c b determiniret wird; beyde neben einander gesetzte Winkel e und f aber müssen zusammengenommen allezeit zweyen rechten Winkeln gleich seyn.

85. Erklärung.

Tab. XII. Fig. 80. Anguli alterni oder Wechselwinkel i, k, g, h, heißen die beyden Winkel i und k oder g und h, welche die durch die beyden graden Linien a b und c d gezogene schräge grade Linie e f machet. Sind die graden Linien a b und c d parallel wie allhier Fig. 80. so sind die Wechselwinkel i gleich k, und g gleich h. vid. Regula Geometr. 24.

86. Er=

86. Erklärung.

Anguli contigui oder benachbarte Winkel g, h, i, k, l, entstehen, wenn drey, vier oder mehrere gradlinigte Winkel als b a c, c a d, d a e, e a f, f a b, um ein gemeinschaftliches Centrum a herumstehen, und einander in selbigem berühren. Tab. XII. Fig. 81.

Auch entstehen solche benachbarte Winkel, wenn sich verschiedne grade Linien als b a, c a, d a, f a, e a, in einem einigen Punkt a einander berühren.

Anmerkung.

Alle um ein gemeinschaftliches Centrum a herumstehende Winkel, es mögen derselben viel oder wenig seyn, betragen in Summe 360 Grad, oder vier rechte Winkel.

87. Erklärung.

Angulus Segmenti oder der Abschnittswinkel e, f ist, welcher von einer graden Linie a b und einem Bogenstück a d b, eines Cirkels a c b d umgeben oder gemacht wird; also sind der Winkel e und der Winkel f Abschnittswinkel vom Segmento a d b, so von der Chorde a b und dem Bogen a d b entstanden. Tab. XII. Fig. 82.

88. Erklärung.

Angulus Sectoris, oder der Ausschnittswinkel a c e, so auch Angulus Peripheriae genen- Tab. XII. Fig. 83.

net werden kann, entstehet, wenn zwey grade Linien a c und e c durch einen Cirkel a b c d e durchgehen, und sich an dem einen Ende der Peripherie im Punkte e berühren, mit den andern Enden aber auf einem Bogenstück a e aufstehen, und einen Winkel g formiren.

Anmerkung.

Es kann auch ein Ausschnittswinkel f nur zwischen zweyen graden Linien oder Radiis a f und e f begriffen seyn. Wobey aber wohl zu merken, daß, wenn diese beyden Ausschnittswinkel a c e und a f e auf einem Bogenstück a e eines Cirkels a b c d e stehen, der Winkel a f e am Centro f doppelt so groß, als der Winkel g an der Peripherie a b c d e in c.

Anmerkung über die Winkel.

Tab. XII. Fig. 84. Die beyden Linien a b und c b, so einen Winkel a b c formiren, heißen die Latera, Crura, Seiten oder Schenkel des Winkels. Der Punkt b aber wo sich die beyden Latera a b und c b berühren, heißet vertex oder der Scheitelpunkt: der Bogen a c aber die Spannung oder Oefnung des Winkels, nach welcher er gemessen wird, und welcher seine Größe determiniret.

Zweytens

von denen gemischt- und krummlinigten Winkeln.

89. Erklärung.

Tab. XII. Fig. 85. Ein gemischtlinigter Winkel a b c, No. 1. ist, wenn eine grade Linie a b eine krumme, convexe oder

oder eingebogene Linie b c im Punkte b berühret.

Desgleichen entstehet ein solcher gemischtlinigter Winkel No. 2. auch, wenn eine concave oder auswärts gebogene Linie b c, und eine grade Linie a b sich im Punkt b gegen einander neigen, und einen solchen gemischtlinigten Winkel a b c formiren. Tab. XII. Fig. 86.

Anmerkung.

Da wir in diesen und folgenden Figuren der convexen und concaven Linien öfterer erwähnen werden, so ist nöthig anzuzeigen, in welchem Falle eine krumme Linie convex, das ist, eingebogen, oder concav, das ist, ausgebogen genennet werden kann. Als: eine Linie ist convex zu nennen, wenn man dem Bogen b c seine Chorde b c durch eine blinde Linie ziehet, und sich sodann dieser Bogen gegen die grade Linie a b wendet. vid. Fig. 85.

Hingegen ist eine krumme Linie b c concav zu nennen, wenn man diesem Bogen b c seine Chorde durch eine blinde Linie b c ziehet, und sich sodann dieser Bogen b c hohl gegen die grade Linie a b zeiget.

90. Erklärung.

Ein krummlinigter oder sphärischer Winkel a b c No. 1. kann von zwey convexen oder gegen einander eingebogenen krummen Linien a b und c b zusammengesetzet seyn. Tab. XIII. Fig. 87.

Item kann man einen solchen sphärischen Winkel auch wie N. 2. von einer convexen oder Tab. XIII. Fig. 88.

 einwärts

einwärts gebogenen Linie a b, und von einer concaven oder auswärts gebogenen Linie b c componiren.

Tab. XIII. Fig. 89. Ferner entstehet ein solcher sphärischer Winkel a b c auch wie No. 3. wenn sich zwey concave Linien a b und c b in einem Punkte b berühren.

Anmerkung.

Es kommen zwar noch bey der Geometrie und im Feldmessen viel mehrere Arten gemischt= und krummlinigter Winkel vor, von welchen bey der Planimetrie oder Flächenmessung (in so weit selbige in die practische Meßkunst einschlagen) weitläuftiger wird gehandelt werden; hauptsächlich aber gehören diese krummlinigten Winkel zur Astronomie, und werden daher auch sphärische Winkel genennet.

Vier=

Vierter Abschnitt.
Von denen Flächen oder Figuren.

Erstens
von denen Flächen insgemein.

91. Erklärung.

Eine Fläche ist eine Figur an welcher man nur derselben Umkreis, das ist, die Länge und Breite, ohne auf die Stärke zu sehen, betrachtet; als da sind: die Anzahl der Quadrat- oder gevierten Morgen eines Stück Landes, item die Ruthen und Fuße eines Feldes; denn man sagt z. E. ich habe mir ein Stück Land von funfzig Morgen gekauft, oder aber, mein Feld ist 70 Ruthen lang und 30 Ruthen breit. Nie aber wird man hören, daß gesagt werde, mein Acker ist zwölf oder funfzehn Fuß dicke oder hoch: und folglich betrachtet man an einer Fläche nur die Länge und Breite, ohne auf derselben Höhe, Stärke oder Dicke zu sehen.

Ich meines Ortes glaube, daß meine Fläche oder Figur, sie sey gestaltet wie sie wolle, mit nichts besser zu vergleichen sey, als mit

dem Schatten so ein Körper oder Solidum von sich wirft: denn an selbigem ist nur der Umfang, aber keine Höhe oder Stärke auszumessen. Ja von einem Bilde selbst, an dem die aufgetragne Farbe gar keine Höhe ist, pfleget man doch öfters zu sagen, die Farben auf diesem Bilde sind zu stark aufgetragen; folglich siehet man allhier schon auf die Dicke oder Höhe der Farben, welches auf dem Bilde nebst dem Umfange der Figuren die Stärke, und also die dritte Vermessung ist, und folglich vor einen Körper angenommen werden kann. Alles dieses aber fällt bey der Vergleichung der Fläche mit dem Schatten weg; weil selbiger nur aus einem Umkreise oder Perimeter ohne alle Dicke, Stärke oder Höhe bestehet, indem er weiter nichts als ein Schein und also eine wahre Fläche ist.

Anmerkung.

Die Anzahl der Seiten aber, oder die Zahl der Linien so eine Fläche umgeben, ist nicht zu bestimmen, denn sie sind ein, zwey, drey, vier, fünf 2c. ja unzählig linigt. Da aber der ein- und zweylinigten Flächen wenig, und sonst nicht viel dabey zu beobachten: so habe sie denen dreyeckigten Flächen vorgesetzet und allhier eingerücket.

Zweytens
von denen Flächen insbesondere.

A. Von denen converen, concaven, ein- und zweylinigten Flächen.

Anmerkung.

Die Flächen oder Ebenen sind nicht nur allein ganz glatt, grade und eben wie etwa die Oberfläche einer großen Tafel, oder eines ausgespannten Tuches: nein! es giebt deren auch hohle oder einwärts gebogene, so concave und bauchigte, oder auswärts gebogene, so convexe genennet werden.

92. Erklärung.

Die hohlen Flächen kann man sich nicht besser vorstellen, als wenn man durch ein Gewölbe gehet, und in selbigem über sich siehet, so ist das geschlossene Gewölbe alsdenn nichts anders als eine concave Fläche.

93. Erklärung.

Oder aber man höhle das Fleisch d eines Kürbisses a b c ganz aus, daß nichts als die Schale bleibet, so ist der ausgeleerte Raum eine hohle oder concave einlinigte Fläche. Item man drücke eine Kugel c halb in Sand oder Erde fest ein, und nehme selbige wieder heraus, so bleibet gleichfalls eine concave circulaire einlinigte Fläche d zurück. Tab. XIII. Fig. 90. et 91.

94. Erklärung.

Tab. XIII. Fig. 92. Eine circulaire um und um convexe oder ausgebogene Fläche a c b kann auch von keiner zu determinirenden Linie eingeschlossen seyn: denn man betrachte einen Globum so z. E. unsere Erdkugel vorstellet, oder eine andere gemeine Kugel, sie sey von was Materie sie wolle, so ist solche eine wahre ausgebogene convexe Fläche, so von keiner scharfen Linie eingeschlossen ist.

95. Erklärung.

Tab. XIII. Fig. 93. Eine circulaire convexe oder erhabene, von einer scharfen Linie umgebene Fläche, kann man sich nicht besser als durch eine von einander geschnittene oder gesägte, und auf die platte oder grade Seite a c b gelegte Kugel a d b vorstellen, so gleichfalls eine wahre convexe Fläche ist, welche nur von einer einzigen, nämlich von einer Cirkellinie umgeben.

96. Erklärung.

Dergleichen convexe oder concave Flächen können auch aus ovalen Figuren bestehen. So ist z. E. die Oberfläche eines Eyes, eine convexe ovale Fläche, an welcher keine scharfe Linie zu spüren; wenn man nämlich an ihr nicht auf die Stärke siehet, wie man bey allen diesen erwähnten Flächen thun muß: denn sonst sind selbige vor Körper und nicht vor Flächen anzunehmen.

Schnei=

Schneidet man aber ein Ey der Länge nach von einander, und leget es auf die platte Seite, so giebt solches eine von einer scharfen Linie umgebene ovale Fläche.

Drücket man endlich ein Ey der Länge nach in Sand oder Mehl ein, so bekommt man, wenn es wieder herausgenommen, eine hohle oder concave ovale Fläche.

Anmerkung.

Man wird sich wundern, daß ich diese Kugeln, Eyer und dergleichen körperliche Figuren vor Flächen angebe und angenommen habe, da selbige doch, wie ich selbst gestehe, Körper sind: allein, da man in der Geometrie (wie wir weiter unten in der practischen Geometrie auf dem Felde sehen werden,) die Berge und Thäler bey dem Ausmessen und Berechnen vor Flächen annimmt und auch annehmen muß, so wird man mir diesen Fehler, oder vielmehr die Verwandelung der Körper in Flächen, verzeihen.

97. Erklärung.

Eine einlinigte platte und grade Fläche ist der Raum, so von denen in sich selbst laufenden krummen Linien, als da ist, der Cirkel, die Linsenlinie, die Eyerlinie, eingeschlossen wird. Siehe hiervon die 17. 57. und 58. Erklärung Fig. 10. 52. et 53. Denn diese sind weiter nichts als Figuren oder Flächen, so aus einer einzigen in sich selbst laufenden krummen Linie bestehen.

98. Erklärung.

Tab. XIII. Fig. 94. Eine zweylinigte Fläche a b c d ist, wenn ein Bogenstück a b c, ein ander Bogenstück a d c, an seinen äusersten Enden a und c dergestalt berühret, daß ihre concavité oder Aushöhlungen gegen einander gewendet sind.

99. Erklärung.

Tab. XIII. Fig. 95. Ferner entstehet eine solche zweylinigte Fläche auch, wenn zwey Bogenstücke a b c und a c d sich an ihren äußersten Enden a und d dergestalt berühren, daß die Convexité des Bogens a c d in die Concavité des Bogens a b d hineingehet, und beynahe die Gestalt eines halben Monden annimmt.

100. Erklärung.

Tab. XIV. Fig. 96. Item, entstehet eine zweylinigte Fläche a c b auch, wenn ein Bogenstück b c a von einer graden Linie a b berühret wird, wie ohngefähr der Abschnitt eines Cirkels.

101. Erklärung.

Tab. XIV. Fig. 97. Auch kann eine zweylinigte Fläche a b c d von einer graden Linie a d, und von einer krummen, aus- und eingebogenen Linie a b c d eingeschlossen seyn.

B. Von

B. Von denen dreyeckigten Flächen, und zwar

I. Von denen gradlinigten Triangulis.

a) Vom Ursprung derer Dreyecke.

102. Erklärung.

Ein Dreyeck a b c entstehet, wenn sich drey grade Linien a b, b c, c a, dergestalt gegen einander neigen, bis sich ihre äußersten Endpunkte a, b, c, berühren, und also einen Raum a b c mit drey Winkeln f g h formiren. Tab. XIV. Fig. 98.

103. Erklärung.

Oder aber es formiret sich auch ein Dreyeck c d e, wenn sich eine grade Linie a b in zweyen Punkten c und d bricht, und sich dann die Theile a c und d b der graden Linie a b gegen einander bewegen, bis sie in einem Punkte e zusammen eintreffen, welcher Punkt e sodann den Triangel e c d machet, und so wie vorige Figur drey Winkel f, g, h, in seinem Raum einschließet. Tab. XIV. Fig. 99.

Anmerkung.

Die gradlinigten Trigona oder Dreyecke betrachtet man auf zweyerley Art, weil sie auf zweyerley Art erzeuget werden, und auch zweyerley Eigenschaften an sich haben. Als erstens in Ansehung der Winkel, so die graden Linien welche selbigen formiren, einschlies-

schließen; und zweytens in Ansehung der Seiten oder Linien, woraus sie erzeuget worden, oder von welchen diese Triangula eingeschlossen sind.

In Ansehung der Winkel haben wir wieder drey Sorten zu besehen, als: erstens recht- zweytens spitz- und dann drittens stumpfwinklichte Triangula.

Und dann in Ansehung der Seiten, nämlich, ob sie erstens gleichseitig, oder zweytens gleichschenklicht, oder drittens scalena, das ist, aus ungleich-langen Linien oder Seiten welche selbige einschliessen, bestehen.

b) Von denen Dreyecken in Ansehung der Winkel.

104. Erklärung.

Tab. XIV. Fig. 100. Ein rechtwinklichtes Dreyeck b a c entstehet, wenn eine grade Linie a b auf einer andern graden Linie a c perpendicular aufstehet, und eine dritte grade Linie b c diese Figur schließet: daß also der Winkel d einen Quadranten oder den vierten Theil eines Cirkels zu seinem Maasse hat.

105. Erklärung.

Tab. XIV. Fig. 101. Ein spitzwinklichtes Dreyeck d e f ist, wenn die Winkel a y z dieses gradlinigten Triangels jeder vor sich selbst kleiner, als ein rechter Winkel oder Quadrant sind.

106. Erklärung.

Ein stumpfwinklichtes Dreyeck h g i ist ein Tab. XIV.
solcher Triangel, in welchem sich ein Winkel z Fig. 102.
befindet, welcher grösser als ein Quadrant, und also, laut der 81. Erklärung Fig. 76. ein stumpfer Winkel ist.

c) Von denen Dreyecken in Ansehung der Seiten.

107. Erklärung.

Ein gleichseitiger Triangel a b c ist ein sol- Tab. XIV.
ches Dreyeck, so aus drey gleichlangen graden Fig. 103.
linien a b, b c und c a zusammengesetzet ist.

Anmerkung.

In einem solchen gleichseitigen Triangulo sind alle darinnen befindlichen Winkel d, e, f, einander gleich. vid. Reg. Geom. 47.

108. Erklärung.

Ein gleichschenklichtes Dreyeck, welches Tab. XV.
auch Triangulum aequicrurum genennet wird, Fig. 104.
ist ein solcher Trigonus a c b, so aus zwey gleichlangen etwas hohen Schenkeln a c und b c, und aus einer etwas kürzeren Basi oder Grundlinie als einer von beyden Schenkeln a c oder b c ist, bestehet.

Anmerkung.

In einem solchen Triangulo sind die Winkel d und e an der Basi a b einander gleich: und weil die Basis a b kürzer als einer von beyden Schenkeln a c oder b c ist, so ist der Scheitelwinkel f auch kleiner als einer von beyden auf der Basi a b stehenden Winkeln. vid. Reg. Geometr. 35.

109. Erklärung.

Tab. XV. Fig. 105. Ein gleichschenklichtes Dreyeck g h i ist ferner auch ein solcher Trigonus, in welchem die Basis g h länger, als einer von denen beyden auf selbiger Basi stehenden gleichlangen Schenkeln g i oder h i ist.

Anmerkung.

In diesem gradlinigten Dreyeck sind die Winkel k und l an der Basi g h wiederum einander gleich; der der Basi g h gegenüberstehende Winkel m aber ist grösser, als einer von beyden auf der Basi g h stehenden Winkeln k oder l, weil die Basis g h viel länger als einer von beyden Schenkeln g i oder h i ist: jedoch wenn die Basis nicht viel länger als einer von beyden Schenkeln ist, so ist der Scheitelwinkel m zwar allezeit, ob schon nicht sehr merklich, größer als einer von beyden auf der Basi stehenden Winkeln, und also auch noch ein spitzer Winkel. Desgleichen kann es sich in einem gleichschenklichten Triangulo treffen, daß der der Basi gegenüberliegende Winkel ein rechter Winkel ist, wenn nämlich die Basis darnach proportioniret worden: jedoch muß sie alsdenn auch länger als einer von beyden Schenkeln seyn. Desgleichen kann auch in einem solchen gleichschenklichten Triangulo der Scheitelwinkel m ein stumpfer Winkel seyn, wenn nämlich die Basis

Basis g h sehr viel länger als einer von beyden gleich-langen Schenkeln, oder die Schenkel viel kürzer als die Basis sind.

110. Erklärung.

Triangulum scalenum, ein ungleichseitiges Dreyeck n o p ist ein solches Triangulum, worinnen weder die Seiten n o, o p, p n, noch die Winkel q, r, s, gleich sind, oder ein gewisses Verhältniß gegen einander, noch sonst etwas regulaires in sich haben. Tab. XV. Fig. 106.

Anmerkung.

Weil in einem solchen Triangulo die Seiten n o, o p, p n, von verschiedener Länge sind, so folget natürlicher Weise auch, daß die Winkel q, r, s, von ungleicher Größe seyn müssen.

II. Von denen gemischt- und krummlinigten oder sphärischen Trilateris.

a) Von denen gemischtlinigten Dreyecken.

111. Erklärung.

Ein gemischtlinigtes Dreyeck wird beschrieben, wenn zwey grade Linien v t und t u von einer converen oder einwärts gebogenen krummen Linie berühret werden: in selbigem Trigono Tab. XV. Fig. 107.

 befin-

befindet sich ein gradlinigter spitzer Winkel w und zwey gemischtlinigte Winkel x und z.

112. Erklärung.

Tab. XV. Fig. 108. Oder aber so geben auch zwey grade Linien w x und x y nebst einer concaven oder auswärts gebogenen krummen Linie w y ein gemischtlinigtes Triangulum w x y, in welchem sich ein gradlinigter Winkel c nebst zwey gemischtlinigten Winkeln a und b befindet.

113. Erklärung.

Tab. XV. Fig. 109. Ein gemischtlinigtes Dreyeck a c b entstehet auch, wenn eine grade Linie a c und zwey convexe oder einwärts gebogene krumme Linien a b und c b ein Triangulum a c b formiren. Es schließet ein solcher Triangel zwey gemischtlinigte Winkel d und e, und einen sphärischen Winkel f ein.

114. Erklärung.

Tab. XV. Fig. 110. Ferner so entstehet auch ein gemischtlinigtes Dreyeck d e f, wenn eine grade Linie d e und zwey concave Linien d f und e f sich einander an ihren Endpunkten d, f, e, berühren; welche zugleich zwey gemischtlinigte Winkel i und h und einen sphärischen Winkel g in sich fassen.

115. Erklärung.

Noch kann auch eine grade Linie g h nebst einer convexen Linie g i und einer concaven Linie h i ein gemischtliniges Dreyeck g h i geben: in welchem sich wiederum zwey gemischtlinigte Winkel k und l, nebst einem sphärischen Winkel m befinden. Tab. XV. Fig. 111.

b) Von denen krummlinigten Trilateris.

116. Erklärung.

Ein krummlinigtes Dreyeck a b c entstehet, wenn sich drey convexe oder einwärts gebogene krumme Linien a c, c b und b a an ihren äussersten Endpunkten a, b und c berühren, und drey sphärische Winkel n, o, p, einschließen. Tab. XVI. Fig. 112.

117. Erklärung.

Ein krummlinigtes Dreyeck d f e wird auch beschrieben, wenn drey concave Linien d e, e f und f d sich gegen einander neigen, und einen dreyeckigten Raum d e f nebst drey sphärischen Winkeln q, r, s, einschließen. Tab. XVI. Fig. 113.

118. Erklärung.

So können auch zwey convexe, oder eingebogene krumme Linien g h und h i nebst einer concaven Linie g i einen krummlinigten Triangel Tab. XVI. Fig. 114.

gel g h i, worinnen sich drey sphärische Winkel t, u, w, formiren.

119. Erklärung.

Tab. XVI. Fig. 115. Und denn geben letztens auch zwey concave krumme Linien k l und l m, nebst einer convexen Linie k m, einen sphärischen Triangel k l m, in welchem drey sphärische Winkel x, y, z, anzutreffen.

C. Von denen vierecktigen Flächen.

I. Von denen concaven, convexen und irregulairen oder höckrichten vierecktigen Flächen.

Anmerkung.

Man findet auch unter den vierecktigen Flächen, so wie von denen runden und ovalen in der Erklärung Fig. 90. 91. 92. 93. etc. gesaget worden, convexe, das ist, ausgebogene oder bauchigte, concave, das ist, eingebogene oder hohle, und denn höckrichte oder irregulaire Flächen.

120. Erklärung.

Tab. XVI. Fig. 116. Eine convexe oder ausgebogene vierecktigte Fläche a b c d kann man sich nicht besser vorstellen, als man rolle einen Bogen Pappier etwas

was zusammen, und lege solchen, wenn er wieder aus einander gelaufen, dergestalt auf den Tisch daß die Ränder des Pappiers unten zu liegen kommen, so wird solcher, wie die Figur zeiget, eine erhabene convexe Fläche a b c d vorstellen.

121. Erklärung.

Eine concave hohle oder eingebogene vier- Tab. XVI. Fig. 117.
eckigte Fläche e f g h ist just von vorhergehender 116. Figur das Gegentheil: denn wenn man den zusammengerollten Bogen Pappier, nachdem er aus einander gelaufen, also auf den Tisch leget, daß die Ränder oben zu liegen kommen, so werden sie sich an den Seiten in die Höhe biegen, und eine concave oder hohle Fläche darstellen, wie solches die Figur ausweiset.

122. Erklärung.

Eine irregulaire viereckigte Fläche kann man sich nicht besser als durch ein viereckigtes Feld vorstellen: denn der Erdboden von selbigem mag so eben seyn wie er wolle, so wird er doch allezeit einige Erhabenheiten und Vertiefungen an sich haben, und niemals so glatt als ein abgehobeltes Bret seyn. Dieses kann man am besten sehen, wenn es geregnet hat, denn da werden sich hin und her trockne Oerter zeigen, und werden auch auf demselben Felde hin und her

Pfützen stehen bleiben; woraus also vernünftiger Weise leicht zu schließen, daß das Feld nicht ganz eben, sondern an einigen Orten, nämlich wo es trocken ist, erhöhet, an andern aber wo das Wasser stehen geblieben, vertiefet seyn müsse.

II. Von denen gradlinigten Quadrilateris.

123. Erklärung.

Tab. XVI. Fig. 118. Ein regulaires Quadrat oder Viereck a b c d ist ein Raum, so von vier gleichlangen auf einander perpendicular stehenden graden Linien a c, c d, d b, b a, und folglich auch von vier rechten, also gleichgroßen Winkeln i, k, l, m, eingeschlossen wird.

124. Erklärung.

Tab. XVI. Fig. 119. Ein länglichtes Viereck, Parallelogrammum rectangulum oder oblongum e f g h ist eine Fläche, so von vier graden auf einander perpendicular stehenden je zwey zu zwey einander entgegengesetzten gleichlangen graden Linien e h, f g und e f, h g, und von vier rechten oder gleichgroßen Winkeln n, o, p, q, zusammengesetzet ist.

125. Erklärung.

Eine Raute, Rhombus, oder geschobenes Viereck a c b d entstehet, wenn vier gleichlange grade Linien a c, c d, d b, b a, schief und parallel auf einander aufstehen, da sodann die darinnen befindlichen einander entgegengesetzten Winkel e, g, f, h, einander gleich sind. T. XVII. Fig. 120.

126. Erklärung.

Eine länglichte Raute, oder geschoben abIanges Viereck, oder Rhomboides i k l m ist eine Figur, die von vier einander je zwey zu zwey entgegengesetzten gleichlangen graden Linien i m, k l, und i k, m l, und von vier einander je zwey zu zwey entgegengesetzten gleichgroßen Winkeln n, q und o, p, mit welchen es just die Bewandniß wie in voriger Figur hat, eingeschlossen wird. T. XVII. Fig. 121.

Anmerkung.

Man hat noch verschiedene Arten von gradlinigten Quadrangulis, so aus ungleichlangen graden Linien bestehen, und folglich auch ungleichgroße Winkel haben. Diese werden wiederum in halb regulaire, so man Trapezia heißet, und ganz irregulaire, welche Trapezoida genennet werden, eingetheilet.

Die halb regulairen oder Trapezia sind folgende. Als:

127. Erklärung.

T. XVII. Fig. 123. Trapezium rectangulum ist ein rechtwinklichtes irregulaires Viereck r s t u, denn es bestehet solches aus vier ungleichlangen graden Linien r s, s u, r t, t u: doch da die Linie oder Seite t r auf r s und t u perpendicular aufstehet, so ist auch t u mit r s parallel, und sind die beyden Winkel y, w, rechte Winkel; der Winkel z aber ist ein spitzer, und der Winkel x ein stumpfer Winkel.

128. Erklärung.

T. XVII. Fig. 124. Trapezium isosceles ist, wenn in einem solchen irregulairen Viereck a c d b die Seiten a c mit b d von gleicher Länge sind, und die Linie c d mit der Basi a b parallel läuft, und also in selbigem zwey gleichlange Perpendicularen c e und d f anzutreffen sind. Folglich ist auch in dieser Figur der Winkel g so groß als der Winkel h, und der Winkel i so groß als der Winkel k.

129. Erklärung.

T. XVII. Fig. 125. Trapezium parallelarum Linearum ist ein Viereck l m n o, so zwar aus vier ungleichlangen

gen graden Linien l m, m o, o n, n l, bestehet, in welchem aber die der Basi l m entgegen liegende Seite n o parallel gehet, und folglich zwey gleichlange Perpendicularen n p und o q, wie auch vier ungleichgroße Winkel r, s, t, u, in sich begreifet.

Die irregulairen Trapezoida sind annoch folgende zwey.

130. Erklärung.

Trapezoides rectangulum r s t u ist ein solches ungleichseitiges Viereck, so zwar aus vier ungleichlangen graden Linien oder Seiten r s, s u, u t, t r, bestehet, in welchem aber die eine Seite t r auf der Basi r s perpendicular aufstehet, daß also der Winkel w ein rechter Winkel, die übrigen drey x, y, z, aber ungleichgroße Winkel sind. T. XVII. Fig. 126.

131. Erklärung.

Trapezium scalenum a c d b ist ein wirkliches ganz ungleichseitiges Viereck, denn es bestehet aus vier ungleichlangen graden Seiten a c, c d, d b, b a, wo keine Linie mit der andern parallel gehet: und folglich sind auch die in diesem Trapezio scaleno befindlichen T. XVII. Fig. 127.

vier Winkel e, f, g, h, von ungleicher Größe.

132. Erklärung.

T. XVII. Fig. 128. Ein Gnomon c d b e g i entstehet, wenn man durch ein Parallelogrammum Rectangulum a c d b eine Diagonallinie a d ziehet, und durch einen auf selbiger Diagonal a d angenommenen Punkt g mit denen Linien c d und d b die Linien e f und h i durch g parallel reißet, so ist sodann das Parallelogrammum c h e g samt dem Parallelogrammo g f c b und dem kleinen Quadrangulo h d g f das Gnomon c h d f b e g i. Auch sind die Parallelogramma l, n, k, ein Gnomon, daß sich also in dieser Figur zwey Gnomones oder Winkelhaken befinden.

Anmerkung.

In dieser Figur werden die zwey Parallelogramma rectangula e g a i und h d g f die complementa der Gnomonum genennet, und ist das Parallelogrammum e g a i das complementum vom Winkelhaken k m l, und das Parallelogrammum h d g f, das complementum vom Winkelhaken k n l.

III. Von

III. Von denen sphärischen viereckigten Flächen.

a) Von denen gemischtlinigten Quadrangulis.

133. Erklärung.

Ein gemischtlinigtes Viereck a b d c ist, wenn drey grade Linien b a, a c, c d, und eine convexe oder einwärts gebogene krumme Linie d b einen Raum einschließen, in welcher Figur sich sodann zwey gradlinigte Winkel e und f und zwey gemischtlinigte Winkel g und h befinden. T. XVIII. Fig. 129.

134. Erklärung.

Auch entstehet ein gemischtlinigtes Viereck i k l m, wenn drey grade Linien l i, i k und k m, nebst einer concaven oder auswärts gebogenen krummen Linie l m sich an ihren äusersten Endpunkten berühren, und zwey gradlinigte Winkel n, o, nebst zwey gemischtlinigten Winkeln p, q, in sich fassen. T. XVIII. Fig. 130.

135. Erklärung.

Ferner geben auch zwey grade Linien r s, s u, nebst zwey convexen oder eingebogenen krummen Linien r t, t u, ein gemischtlinigtes Viereck r t u s, worinnen ein gradlinigter Winkel y, T. XVIII. Fig. 131.

zwey

zwey gemischtlinigte Winkel w und x, und ein sphärischer Winkel v anzutreffen.

136. Erklärung.

T. XVIII. Fig. 132. Ferner entstehet ein gemischtlinigtes Viereck a c d b auch, wenn zwey grade Linien c d, a b, und zwey concave a c, b d, einen viereckigten Raum einschließen. In dieser Figur trift man vier gemischtlinigte Winkel f, z, g, e, an, weil die graden Linien a b und c d einander gegenüber liegen: wenn sie aber auf einander gerichtet stünden, wie in vorhergehender Figur, so würde man einen gradlinigten, zwey gemischtlinigte und einen sphärischen Winkel darinnen antreffen.

137. Erklärung.

T. XVIII. Fig. 133. Item entstehet ein solches gemischtlinigtes Viereck h k l i auch, wenn zwey grade Linien h i, k l, nebst einer convexen h k und i l sich an ihren äußersten Endpunkten berühren, und sodann entweder wie in Fig. 132. vier gemischtlinigte Winkel m, o, p, n, oder wie in Figura 131. einen gradlinigten Winkel, zwey gemischtlinigte, und einen sphärischen Winkel in sich enthalten.

138. Erklärung.

T. XVIII. Fig. 134. Es entstehet auch ein Quadrangulum mixtilineum q s t r, wenn eine Fläche von einer graden

den Linie q r, und von drey converen oder eingebogenen krummen Linien q s, s t, t r, eingeschlossen wird: in welchem gemischtlinigten Viereck q s t r zwey gemischtlinigte Winkel u und x nebst zwey sphärischen Winkeln v und w anzutreffen sind.

139. Erklärung.

So können auch drey concave oder auswärts gebogene krumme Linien a b, b c, c d, nebst einer graden Linie a d ein gemischtlinigtes Viereck a b c d formiren; in welchem wiederum zwey gemischtlinigte Winkel e und f nebst zwey sphärischen Winkeln y und z befindlich. T. XVIII. Fig. 135.

140. Erklärung.

Ferner kann eine solche gemischtlinigte viereckigte Fläche g i k h aus einer graden Linie g h einer concaven k h und zweyen converen g i und und i k bestehen. In dieser Figur sind sodann die beyden Winkel l und o gemischtlinigte, die beyden andern m und n aber sphärische Winkel. T. XVIII. Fig. 136.

141. Erklärung.

Endlich entstehet auch ein gemischtlinigtes Viereck a b c d, wenn zwey concave oder auswärts gebogene krumme Linien a c und c d nebst einer conver oder eingebogenen krummen Linie d b, und einer graden Linie a b, einen viereckigten Tab. XIX. Fig. 137.

ten Raum a c d b umgeben, und folglich so wie vorhergehende 134, 135, 136. Figuren zwey gemischtlinigte Winkel e und f und zwey sphärische Winkel g und h in sich enthalten.

b) Von denen krummlinigten oder sphärischen Vierecken.

142. Erklärung.

Tab. XIX. Fig. 138. Ein Quadratum curvaelinium i k l m kann erstens aus vier convexen oder einwärts gebogenen krummen Linien i l, l m, m k, k i, zusammengesetzet seyn, und sind in selbigem die vier Winkel n, o, p, q, sphärische Winkel.

143. Erklärung.

Tab. XIX. Fig. 139. Auch entstehet ein solches sphärisches Viereck r t u s, wenn vier concave oder auswärts gebogene krumme Linien r t, t u, u s, s r, sich an ihren äußersten Endpunkten berühren, und so wie vorhergehende Figur vier sphärische Winkel w, x, z, y, formiren.

144. Erklärung.

Tab. XIX. Fig. 140. Ferner kann ein krummlinigtes Viereck a c d b durch drey an ihren äußersten Endpunkten sich berührende convexe oder eingebogene krumme Linien b a, a c, c d, und eine concav oder

oder auswärts gebogene krumme Linie d b, welche zugleich vier sphärische Winkel e, f, h, g, einschließen, construiret seyn.

145. Erklärung.

So kann man auch eine Quadratum curvi lineum i l m k aus drey concav oder auswärts gebogenen krummen Linien i l, l m, m k, und einer convex oder einwärts gebogenen krummen Linie k i zusammensetzen, welche so wie vorhergehende sphärische Vierecke gleichfalls vier sphärische Winkel in ihrem Raume begreifet. Als: der Winkel p wird von zwey concaven, so wie der Winkel q auch von zwey concaven Linien beschlossen; hingegen werden die Winkel n und o von einer convexen und einer concaven Linie formiret. Tab. XIX. Fig. 141.

146. Erklärung.

Endlich formiren auch ein krummlinigtes oder sphärisches Viereck r t u s, zwey convex oder eingebogene Linien s r und r t nebst zwey concav oder auswärts gebogenen Linien t u und u s, welche sodann gleichfalls den krummen Linien r t, t u, u s, s r, wegen, so solches sphärische Viereck einschließen, vier sphärische Winkel w, x, z, y, in ihren Raume enthalten. Tab. XIX. Fig. 142.

D. Von

D. Von denen Multilateris oder regulairen und irregulairen Vielecken.

Anmerkung.

Diejenigen Figuren welche von mehr als von vier Seiten oder Linien, selbige mögen grade oder krumm seyn, eingeschlossen sind, werden Multangula oder Vielecke genennet; dererselben haben wir dreyerley Arten zu betrachten, als: erstens regulaire oder gleichseitige, so zugleich auf doppelte Art gleichwinklicht, und mehrentheils gleichseitige Vielecke oder Polygona regularia genennet werden; und denn irregulaire oder ungleichseitige, welche als die zweyte Art zwar von graden aber ungleichlangen Linien oder Seiten, welche folglich auch ungleichgroße Winkel in sich fassen, umgeben sind; sodann drittens diejenigen, welche aus graden und aus krummen Linien oder Seiten bestehen, und welche folglich theils gradlinigte Winkel, theils gemischtlinigte Winkel, theils sphärische Winkel in sich begreifen. Diese beyden letzten Arten heißen multangula irregularia, oder ungleichseitige Vielecke, und der Umfang oder die Linien welche selbige umgeben, werden die Perimeter genennet.

147. Erklärung.

Tab. XX. Fig. 143. Polygonum regulare oder ein gleichseitiges Viereck a b c d e ist, wenn eine fünf- sechs- sieben- achteckichte Fläche oder Figur aus gleichlangen graden Seiten oder Linien a b, b c, c d, d e, e a, welche solche einschließen, bestehet; und worinnen die Winkel g, h, i, k, l, am Centro oder Mittelpunkt f von gleicher Oefnung oder

oder Spannung sind; wenn dieses ist, so sind alsdenn auch die Polygonen- oder Figurwinkel m, n, o, p, q, so von denen gleichlangen Seiten oder graden Linien a b, b c, c d, d e, e a, formiret werden, einander gleich; und folglich treffen auch, wie wir weiter unten in der practischen Geometrie auf dem Pappiere im dritten Theile unsers Werkes bey der Construction sehen werden, dererselben Ecken oder Spitzen a, b, c, d, e, an die Peripherie ihres Cirkels r s t u w, welcher aus dem Centro f mit dem Radio f a um dieselben herumgezogen worden, accurat ein.

148. Erklärung.

Multangulum irregulare, oder ein ungleichseitiges von graden Linien umgebenes Vieleck a b c d e f, ist eine Fläche, Figur oder Planum, woran die Seiten a b, b c, c d, d e, e f, f a, so selbige umgeben, oder derselben Perimeter formiren, von ungleicher Länge; und folglich sind auch die in diesem Plano befindlichen, und von denen ungleichlangen graden Linien formirten Winkel g, h, i, k, l, m, von ungleicher Größe oder Oefnung. Tab. XX. Fig. 144.

149. Erklärung.

Drittens haben wir zu betrachten die zweyte Art der ungleichseitigen oder ganz irregulairen Tab. XX. Fig. 145.

Vielecke a b c d e f, diese werden theils von graden Linien oder Seiten a b, c d, e f, theils von krummen Linien b c, d e, f a, umgeben, in selbigen sind die Winkel gemischt und krummlinigt, folglich nicht so leicht als in vorhergehender 144. Figur zu determiniren.

Anmerkung.

Diese vielseitigen Figuren sind ohnzählbar, und nicht alle zu nennen oder zu determiniren: denn sie können erstens, wie allbereits erwähnet, aus gleichlangen graden Linien und gleichgroßen Winkeln bestehen. Zweytens können solche aus lauter ungleichlangen graden Linien zusammengesetzet seyn, und denn drittens werden solche Figuren theils aus graden, theils aus krummen Linien formiret. Da nun die Arten der krummen Linien ohnmöglich alle zu bestimmen sind, so ist auch folglich diese letzte Art der ungleichseitigen oder gemischtlinigten Vielecke, ohnmöglich ihrer Mannigfaltigkeit und Veränderung wegen zu determiniren: da sie aber unten in der practischen Aufgabe der Geometrie bey Vermessung, Eintheilung und Berechnung der Figuren wieder vorkommen, so ist unnöthig, eine große Menge derselben allhier anzuführen, zu erklären, oder uns länger dabey aufzuhalten.

Fünfter Abschnitt.

Von
denen concentrischen, excentrischen, gleichen, ähnlichen und gleich und ähnlichen Figuren.

a) Von denen concentrischen Flächen.

150. Erklärung.

Concentrische Figuren sind solche Flächen die einerley Mittelpunkt haben, deren Perimeter einander ähnlich ist, und da die Linien, welche selbige Figuren einschließen, parallel mit einander laufen.

151. Erklärung.

Der Cirkel a b c hat mit dem Cirkel d e f einerley Centrum oder Mittelpunkt g, weil sie alle beyde, der große Cirkel a b c mit dem grossen Radio g a, und der kleine Cirkel d e f mit dem kleinen Radio g d aus dem Centro g gezogen worden sind. Tab. XX. Fig. 146.

152. Erklärung.

Tab. XXI. Fig. 147. Desgleichen sind die beyden Dreyecke a c b und d e f concentrische Triangula, weil die Seiten a c mit d f, c b mit f e, und b a mit e d, nicht allein parallel laufen, sondern derselben Entfernung oder Zwischendistanz a d, b e und c f, wie auch die zwischen beyden Figuren liegende Perpendicularen k g, m h und i l gleich sind, und der Mittelpunkt n sowohl in medio des großen Triangels a c b, als des kleineren Triangels d f e stehet, und also beyden Dreyecken gemein ist.

153. Erklärung.

Tab. XXI. Fig. 148. So sind auch die beyden Quadrate a c d b und e g h f concentrische Figuren oder Vielecke, erstens weil derselben Seiten a b mit e f, b d mit f h, d c mit g h, c a mit g e parallel laufen; zweytens ist der Winkel a vom Winkel e; der Winkel b, vom Winkel f; der Winkel d, vom Winkel h so weit entfernet, als wie der Winkel c vom Winkel g: im übrigen kreuzen und decken sich folglich drittens dererselben gemeinschaftliche Diagonalen a d und c b mit und auf e h und g f, dergestalt, daß sie sich viertens auf dem Mittelpunkte i sowohl des grossen Quadrats a c d b, als des kleineren Quadrats e f g h schneiden. Derohalben ist auch fünftens dieses Centrum oder Mittelpunkt i bey-

der

der Vierecke gemeinschaftliches Centrum: und folglich sind sechstens diese Quadrate, concentrische Quadrate oder Vierecke.

154. Erklärung.

Concentrische Polygona regularia, oder gleichseitige Vielecke sind z. E. die beyden Pentagona a b c d e und f g h i k. Denn erstens laufen die graden Linien, welche solche umgeben, als: a b mit f g, b c mit g h, c d mit h i, d e mit i k, e a mit k f parallel. Zweytens ist ihre Zwischendistanz a f, b g, c h, d i, e k, gleich weit von einander. Drittens sind die Winkel l, m, n, o, p, am Centro l beyden gleichseitigen Fünfecken gemeinschaftlich, und folglich haben auch beyde gleichgroße Centriwinkel. So treffen auch viertens die Polygonenwinkel r, s, t, u, q, des großen Fünfecks mit denen Polygonenwinkeln w, x, y, z, v, des kleinen Fünfecks an die aus dem gemeinschaftlichen Centro l um beyde regulaire Fünfecke a b c d e und f g h i k gezogene Cirkelperipherien: folglich sind fünftens die Polygonenwinkel r, s, t, u, q und x, y, z, v, w, gleichgroß mit einander. Tab. XXI. Fig. 149.

b) Von denen excentrischen Flächen.

155. Erklärung.

Excentrische Flächen sind solche Figuren die nicht einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt mit einander haben, und wo auch folglich nicht allezeit alle Linien oder Seiten mit ihrem Perimeter parallel laufen.

156. Erklärung.

Tab. XXI. Fig. 150. Als der Cirkel b c a ist aus dem Centro d mit dem großen Radio d a gezogen worden, da hingegen der kleinere Cirkel f c e aus dem Centro g mit dem kleineren Radio g e beschrieben worden ist. Weil also das Centrum d nicht auf dem Mittelpunkt g aufstehet, so kann auch die Peripherie a b c nicht mit der Circumferenz c e f parallel laufen, und sind diese beyden Cirkel in diesem Falle küssende Cirkel, weil sie im Punkt c sich berühren, folglich sind beyde Cirkel a b c und f c e excentrische Cirkel.

157. Erklärung.

Tab. XXI. Fig. 151. Excentrische Cirkel sind auch die beyden Cirkel a b c und e f g, weil der erste aus dem Centro d mit dem großen Radio d a und der zweyte aus dem Centro h mit dem kleinern Radio h e gezogen werden, da nun das Centrum h nicht auf dem Centro d stehet, so läuft auch die

die Circumferenz e f g des kleinen Cirkels mit der Circumferenz a b c des großen Cirkels nicht parallel, und derohalben sind es excentrische Cirkel.

Anmerkung.

Wenn man aber zum Exempel mit einem Cirkel einem andern einen excentrischen ziehen und darzu das Centrum nahe oder auf der Peripherie des ersten Cirkels annehmen wollte, so wären solche zwar einigermaßen vor excentrische Cirkel zu halten; weil ein Centrum das andre nicht decken würde; hingegen würden die Cirkelperipherien der entfernten Distanz ihrer Mittelpunkte wegen durch einander durchgehen und sich kreuzen: folglich entstünden daraus nicht nur excentrische, sondern gar durchschneidende Cirkel.

158. Erklärung.

Excentrische gradlinigte Flächen sind z. E. die beyden gleichseitigen Triangel a c b und a d e, welche zwar zwey gemeinschaftliche Seiten a b und a c und einen gemeinschaftlichen Winkel x haben; denn so decken die graden Linien oder Seiten a e und a d des Triangels a d e zum Theil die graden Linien oder Seiten a b und a c des Triangels a c b; folglich da sich diese benannten Seiten einander decken, so ist auch der Winkel x gemeinschaftlich, sowohl dem großen als kleineren Triangel. Hingegen decket die aus dem Scheitelpunkte d auf die Basis a e des Triangels a d e gefällte Perpendicular d g nicht T. XXII. Fig. 152.

die Perpendicular c f des Triangels a c b, folglich sind diese beyden Triangula a c b und a d e excentrische Trigona.

159. Erklärung.

T. XXII. Fig. 153. Auch sind die gleichseitigen Triangula a c b und e d f excentrische Trigona; denn ohngeachtet die Basis e f des Triangels e d f, die Basis a b des Triangels a c b zum Theil decket, so decket doch nicht die aus dem Winkel e auf die Seite d f des Triangels e d f gefällte Perpendicular e h die Perpendicular a g des Triangels a c b; auch decket weder der Winkel e den Winkel a, noch der Winkel d den Winkel c, noch der Winkel f den Winkel b, folglich sind die beyden Trigona e d f und a c b excentrische Triangula.

160. Erklärung.

T. XXII. Fig. 154. Item sind auch die Triangula a c b und d f e excentrische Triangula; denn erstens haben sie keinen gemeinschaftlichen Winkel; zweytens decket die Seite d f nicht die Seite a c, noch die Seite d e die Seite a b, noch die Seite e f die Seite b c; und denn drittens decket keine von denen im kleinen Triangulo d f e gezogenen Perpendicularen d k, e l, f m, die im großen Triangulo a c b befindlichen Perpendicularen a h, b g, c i. Derohalben sind

auch diese beyden Triangula a b c und d e f excentrische Trigona.

161. Erklärung.

Excentrische Figuren sind ferner die beyden rechtwinklichten Quadrate a c d b und a e f g; denn ohngeachtet die Seiten a b und a e des kleinen Quadrats a e f g die Seiten a b und a c des großen Quadrats a c d b zum Theil decken und der Winkel h samt der Diagonal a d beyden Quadraten gemeinschaftlich ist; so decken doch die Linien e f und f g und die Diagonale e g des kleinen Quadrats a e f g, nicht die Linien oder Seiten c d und d b samt der Diagonale c b des großen Quadrats a c d b, und also stehet auch nicht der Mittelpunkt i des kleinen Quadrats auf dem Mittelpunkte c des großen Quadrats; also sind beyde Quadrate excentrische Quadrate. T. XXII. Fig. 155.

162. Erklärung.

Desgleichen sind die beyden Quadrate a b d c und e g h f excentrische Figuren; denn ohngeachtet die Linie e f des kleinen Quadrats e g h f die Linie a c des großen Quadrats a b d c zum Theil deckt, so decken dennoch nicht die Linien e g, g h und h f, samt den Diagonalen e h und g f des kleinen Quadrats die Linien a b, b d, d c, und die Diagonalen a d und b c; auch stehet der von denen Diagonalen g f und e h entstandene T. XXII. Fig. 156.

Mittelpunkt k nicht auf dem Centro i, so von denen Diagonalen a d und b c formiret worden: ergo sind die beyden Quadrate a b d c und e g h f excentrische Vierecke.

163. Erklärung.

T. XXII. Fig. 157. Ferner sind auch die zwey Quadrate a b c d und e g f h excentrische Vierecke; denn erstens decken die Linien e g, g h, h f, f e, des kleinen Quadrats e g h f nicht die Seiten oder Linien a b, b d, d c, c a, des größern Quadrats a b d c; desgleichen decken auch nicht die Winkel e, f, g, h, des kleinen Quadrats die Winkel a, c, b, d, des größern Quadrats; derohalben hat das kleine Quadrat e g h f weder gemeinschaftliche Seiten noch Winkel mit dem großen Quadrat a b d c, auch decken die Diagonalen e h und f g nicht die Diagonalen a d und c b; ergo stehet auch nicht das Centrum i des kleinen Quadrats auf dem Centro k des größern Quadrats, und folglich sind dieses wiederum zwey excentrische Quadrate.

164. Erklärung.

T. XXIII. Fig. 158. Excentrische regulaire Vielecke sind z. E. die beyden Pentagona a b c d e und b f i h g. Denn ohngeachtet die Seiten b f und f g des kleinen Fünfecks b f i h g gemeinschaftlich sind denen Seiten b a und b c des größern Fünf-

ecks

ecks b a e d c, und beyde Fünfecke einen gemeinschaftlichen Winkel k haben; so decken doch nicht die Radii m g, m h, m i, m f, des kleinen Fünfecks die Radios l c, l d, l e, l a des größern Fünfecks; folglich decken auch nicht die Figurwinkel f, i, h, g, und das Centrum m des kleinen Fünfecks die Figurwinkel a, e, d, c, und das Centrum l des größern Fünfecks; derohalben sind die beyden Fünfecke f b g h i und a b c d e excentrische Pentagona.

165. Erklärung.

Desgleichen sind auch die beyden Pentagona oder regulairen Fünfecke a b c d e und f g k i h excentrische Vielecke. Denn ohngeachtet die Seite oder grade Linie f g die Seite oder grade Linie a e zum Theil decket, so haben sie erstlich keinen gemeinschaftlichen Winkel: denn die Seiten des kleinen Fünfecks f h, h i, i k, k g decken nicht die Seiten des größern Fünfecks a b, b c, c d, d e; weil die Radii m f, m h, m i, m k, m g des kleinen Fünfecks die Radios l a, l b, l c, l d, l e des größern Fünfecks nicht decken; folglich stehet auch das Centrum l des großen Fünfecks nicht auf dem Centro m des kleinen Fünfecks; und derohalben sind diese beyden Pentagona excentrische Vielecke. T. XXIII. Fig. 159.

166. Erklärung.

T. XXIII. Fig. 160. Ferner sind auch die beyden gleichseitigen Fünfecke a b c d e und f g h i k excentrische Vielecke. Denn sie haben weder eine gemeinschaftliche Seite noch Winkel mit einander; weil die Radii l a, l e, l d, l c, l b des großen Fünfecks a b c d e die Radios m k, m i, m h, m g, m f des kleinen Fünfecks nicht decken; so kann auch nicht der Mittelpunkt l des großen Fünfecks auf dem Mittelpunkte m des kleinen Fünfecks stehen. Und folglich können auch nicht die Figurwinkel einander decken, denn der Winkel f stehet nicht auf dem Winkel a, der Winkel g nicht auf dem Winkel b, der Winkel h nicht auf dem Winkel c, der Winkel i nicht auf dem Winkel d, und der Winkel k nicht auf dem Winkel e: also sind diese beyden regulairs Pentagona, so wie alle vorigen, excentrische Figuren.

c) Von denen gleichen Figuren.

167. Erklärung.

T. XXIII. Fig. 161. et 162. Gleiche Figuren sind solche Flächen die einen gleichgroßen Quadratraum in sich fassen, ohngeachtet sie einander nicht ähnlich sind, noch von einem gleichen Perimeter eingeschlossen werden. So sind z. E. die beyden Triangula a b c uud e f g gleiche Triangula, denn die

Basis

Basis oder Grundlinie a b des Triangels a c b, ist gleich der perpendiculairen Höhe f g, des Triangels e f g, und die perpendiculaire Höhe c d des Triangens a c b ist gleich der Basi e f des Triangels e g f; da nun nach der XXXVII. Vorgabe des ersten Buchs des Euclides alle Triangula, so gleiche Länge und gleiche perpendiculaire Höhe haben, einander gleich sind, so ist folglich auch der Triangel a c b gleichen Inhalts mit dem Triangel e f g.

168. Erklärung.

Gleiche Flächen oder Figuren sind ferner das Quadrangulum rectangulum a b c d No. 1. mit dem Oblongo a b c d No. 2. Denn die Basis a c des Rechtecks a b d c No. 1. ist zum Exempel sechs Ruthen lang, und dessen Seiten a b oder c d fünf Ruthen; welche laut Reg. Geometr. 82. dreyßig Quadratruthen an Flächeninhalte betragen: nun ist das Oblongum a b c d auf der Seite von a b drey Ruthen, und auf der Seite von a c zehn Ruthen lang; folglich enthält es auch, laut Reg. Geometr. citat. dreyßig Quadratruthen am Flächeninhalte, und derohalben ist das Quadrangulum a b c d No. 1. am Flächeninhalte gleich dem Oblongo a c d b sub. N. 2.

T. XXIV. Fig. 163. et 164.

d) Von

d) Von denen ähnlichen Flächen.

169. Erklärung.

T. XXIV. Fig. 165. et 166. Aehnliche Flächen oder Figuren sind zum Exempel die beyden Cirkel c b d und f g h; denn sie sind aus ähnlichen Dingen, worunter sich die Radii a b und e f verstehen, auf ähnliche Art, worunter die Bewegung der Radiorum begriffen ist, erzeuget worden: das ist, der Radius a b, womit der große Cirkel c b d beschrieben worden ist, ist dem Radio e f, so den kleinen Cirkelkreis f g h beschrieben, ähnlich. Denn ein Radius ist eine grade Linie, und alle graden Linien sind einander ähnlich, vid. Reg. Geometr. 8. Die grade Linie a b hat so wie sie den Cirkel b d c beschrieben, sich um ihren festen Punkt a herumbeweget, bis sie wieder in b eingetroffen ist. So hat sich auch die grade Linie oder der Radius e f des kleinern Cirkels f g h um seinen festen Punkt herum beweget, bis der Punkt f in f wieder eingetroffen ist. Da nun der große Cirkel so wie der kleine durch die graden Linien a b und e f auf ähnliche Art, das ist, durch die Bewegung um den festen Punkt erzeuget worden ist: so müssen auch die beyden Cirkel b c d und f g h einander ähnlich seyn.

170. Erklärung.

Aehnliche Flächen sind ferner auch die beyden Triangula a b c und d e f: denn es sind erstens im Triangulo a c b die drey graden Linien oder Latera a b, b c und c a, so selbigen einschließen, einander gleich, so wie im Triangulo d e f die graden Linien d e, e f, f d, welche selbigen formiren, auch einander gleich sind. Nun sind laut Reg. Geometr. 47. alle drey Winkel eines gleichseitigen Dreyecks einander gleich; folglich sind die Winkel g, i, l, im großen Triangulo aequilatero a c b einander gleich. Desgleichen sind auch, laut Reg. Geometr. citat. die Winkel h, k, m, des kleinen gleichseitigen Triangels einander gleich. Da nun der gleichseitige Triangel a c b mit dem Triangulo aequilatero d e f aus ähnlichen Dingen, worunter in beyden Triangeln die einander ähnlichen graden Linien und ähnlichen Winkel verstanden werden, auf ähnliche Art, worunter die Neigung beyder Laterum a c und c b des großen Triangels im Punkt c und d f, und e f im Punkt f des kleinen Triangels zu verstehen, erzeuget worden; so sind auch folglich beyde Triangula a b c und d e f einander ähnlich.

T. XXIV. Fig. 167. et 168.

171. Er-

171. Erklärung.

T. XXV. Fig. 169. et 170. Eben solche Bewandniß hat es auch mit dem großen Quadrangulo perfecto a b d c gegen das kleine Quadratum perfectum i l m k; denn die graden Linien a c, c d, d b, b a, welche das große Quadrat a c d b einschließen, sind einander gleich, so wie die graden Linien i k, k m, m l, l i, welche das kleinere Quadrat i l m k umgeben, auch von gleicher Länge sind; ferner stehet die grade Linie c a auf a b im großen Quadrat, so wie die grade Linie l i auf i k im kleinen Quadrat perpendicular. Derohalben ist auf a b in e ein rechter Winkel, so wie auf i k in n auch ein rechter Winkel ist; und da die Seiten a b, b d, d c, c a, des großen Quadrats a c d b unter sich, so wie die Seiten i k, k m, m l, l i, des kleinern Quadrats i l m k auch unter sich von gleicher Länge sind; so müssen auch alle übrigen drey Winkel eines jeden Quadrats rechte Winkel seyn, oder 90 Grad halten. Denn weil c a auf a b so wie l i auf i k perpendiculair aufstehet, so gehet auch c a mit d b so wie l i mit m k parallel. Desgleichen ist auch aus obiger Ursache c d mit a b, so wie l m mit i k parallel oder gleichlaufend. Da nun diese Linien oder Seiten winkelrecht auf einander stehen, so sind auch die drey Winkel g, h, f, so wie die drey Winkel p, q, o, ein

ein jeder ein rechter Winkel, und derohalben sind die beyden Quadrate a b d c und i k m l ähnliche Figuren.

Anmerkung.

Diese erwähnte Figuren sind einander allezeit vermöge ihres Ursprungs ähnlich: denn wenn man tausend Menschen, welche in so viel verschiedenen Oertern der Welt befindlich wären, aufgäbe, Cirkels zu ziehen, gleichseitige Triangula aufzusetzen, und regulaire Quadrate zu construiren; so werden sich alle diese tausend Cirkel unter einander, so wie die tausend gleichseitigen Triangula unter einander, und so wie die tausend Quadrata unter einander, in allen Stücken ähnlich seyn; denn sie sind alle aus ähnlichen Dingen auf ähnliche Art erzeuget worden.

T. XXV. Fig. 171. et 172.

Ein anderes aber ist es mit denen ähnlichen ungleichseitigen Vielecken oder irregulairen Figuren: denn da muß man des Unterschieds ihres Perimeters und der Verschiedenheit ihrer Winkel wegen selbige Figuren vor sich haben: oder es müssen diejenigen, welche einer irregulairen Figur ähnliche irregulaire Figuren machen sollen, wenigstens der vorgegebenen Figur irregulaire Seiten auf eine proportionirte Art, nebst denen Winkeln und deren Größe, auf welche Linien selbige gehören, numeriret vor sich haben, oder es müssen denenjenigen,

welche einer vorgegebenen Figur eine ähnliche construiren sollen, derselben vorgegebenen ungleichseitigen Figur Theile, das ist, Linien und Winkel schon bekannt seyn, um die verlangten irregulairen Vielecke nach der gegebenen ähnlich machen zu können.

172. Erklärung.

T. XXV. Fig. 171. et 172.

Aehnliche ungleichseitige Vielecke sind alle diejenigen, da die Seiten gegen einander in gewisser Proportion stehen, und die gleichnamigen Winkel einander gleich sind, als z. E. die irregulaire Fläche a b e d c ist der irregulairen Fläche f g k i h in allen ähnlich; denn die respectiven Seiten a b, b e, e d, d c, c a, der großen Figur a c d e b verhalten sich zu denen respectiven Seiten f g, g k, k i, i h, h f, der kleinern ungleichseitigen Figur f h i k g, wie 49 zu 35, das ist, wenn die Seiten der großen Figur eine jede in 49 Theile getheilet worden, so hat man 35 Theile derselben zu denen respectiven Seiten der kleineren Figur und deren Construction genommen; ferner sind die Winkel l, m, n, o, p, der großen Figur denen gleichnamigen Winkeln q, r, s, t, u, der kleinern Figur an Graden und Oefnung gleich, derohalben ist in allen die große Figur a c d e b ähnlich

der

der kleineren Figur f h i k g, denn sie sind beyde aus ähnlichen Dingen auf ähnliche Art erzeuget.

e) Von denen gleich und ähnlichen Figuren.

173. Erklärung.

Gleich und ähnliche Figuren sind erstens die beyden Cirkel b c d und f g h, denn der Radius a b des Cirkels b c d ist gleich dem Radio e f des Cirkels f g h, folglich ist ein Cirkel dem andern gleich und ähnlich, weil sie beyde von gleichlangen Radiis a b und e f auf gleich und ähnliche Art, durch die Bewegung dieser Radiorum erzeuget worden sind. T. XXV. Fig. 173. et 174.

174. Erklärung.

Zweytens sind gleich und ähnliche Figuren die beyden Triangula scalena a b c und g h i; denn die Linie a b ist so groß wie die Linie g h; die Seite b c ist gleich der Seite h i; und das Latus c a hat mit dem Latus i g eine gleiche Länge, und also sind auch, laut Reg. Geometr. 40. die gleichnamigen Winkel einander gleich; als der Winkel d ist gleich dem Winkel k, der Winkel e ist gleich dem Winkel l, und der Winkel f ist gleich dem Win- T. XXVI. Fig. 175. et 176.

kel m; da nun diese beyden Trigona scalena aus gleich und ähnlichen Dingen auf gleiche und ähnliche Art erzeuget worden, so ist auch das Dreyeck a c b gleich und ähnlich dem Triangulo g i h.

175. Erklärung.

T. XXVI. Fig. 177. et 178. Drittens sind gleich und ähnliche Figuren oder Flächen die beyden Rhomboides n o q p und r s u t, denn n o und p q haben mit r s und t u eine gleiche Länge, auch gehet n o mit p q, so wie r s mit t u, parallel; n p und o q sind gleichlang mit einander, r t hat die Länge von n p, und s u ist so lang wie o q; derohalben ist auch r t so lang wie s u; denn wenn zwey Größen einer dritten gleich sind, so sind sie einander selbst gleich, vid. Regula Arithmet. 2. Da dieses ist, so gehen auch die graden Linien t r und u s, so wie p n und q o parallel mit einander; folglich haben auch die gleichnamigen Winkel eine gleiche Größe oder Oefnung gegen einander, denn der Winkel x ist gleich dem Winkel a, der Winkel b ist so groß wie der Winkel y, der Winkel v deckt den Winkel z, und der Winkel w hat mit dem Winkel & eine gleiche Weite oder Spannung; derohalben sind auch

auch diese beyden Quadrangula gleiche und ähnliche Figuren.

176. Erklärung.

Gleich und ähnliche Figuren sind endlich zum Exempel auch die beyden gradlinigten ungleichseitigen irregulairen Flächen a b c d e f und g h i k l m, denn in selbigen sind nicht allein die gleichnamigen gradlinigten Seiten a b mit g h, b c mit h i, c d mit i k, e f mit l m, und f a mit m g, einander an Länge gleich; sondern die gleichnamigen Winkel haben auch gegen ihre Seiten auf welchen sie stehen, einerley Größe und Verhältniß, als: der Winkel n ist gleich dem Winkel t, der Winkel o ist gleich dem Winkel u, der Winkel r ist gleich dem Winkel y, der Winkel s ist gleich dem Winkel z, der Winkel q ist gleich dem Winkel x, der Winkel p ist gleich dem Winkel v; folglich sind diese ungleichseitigen irregulairen Figuren a b c d e f und g h i k l m aus gleich und ähnlichen Dingen auf gleich und ähnliche Art erzeuget worden, und derohalben sind sie auch beyde einander gleich und ähnlich.

T. XXVI. Fig. 179. et 180.

Anmerkung.

Wenn aber verschiedenen Personen gleiche Cirkels, regulaire Triangula, Quadrata oder Polygona regularia zu construiren aufgegeben würden, so darf man nur zum Cirkel die Länge vom Radio, zu denen Triangeln die Länge der Seiten, zu denen Quadraten die Länge einer Seite, und zu denen gleichseitigen Vielecken entweder den Radium oder die Länge einer Seite wissen, ohne sich um die übrigen Seiten und Winkel zu bekümmern, so werden diese Figuren gewiß alle einander gleich und ähnlich werden.

Ende des ersten Bandes.

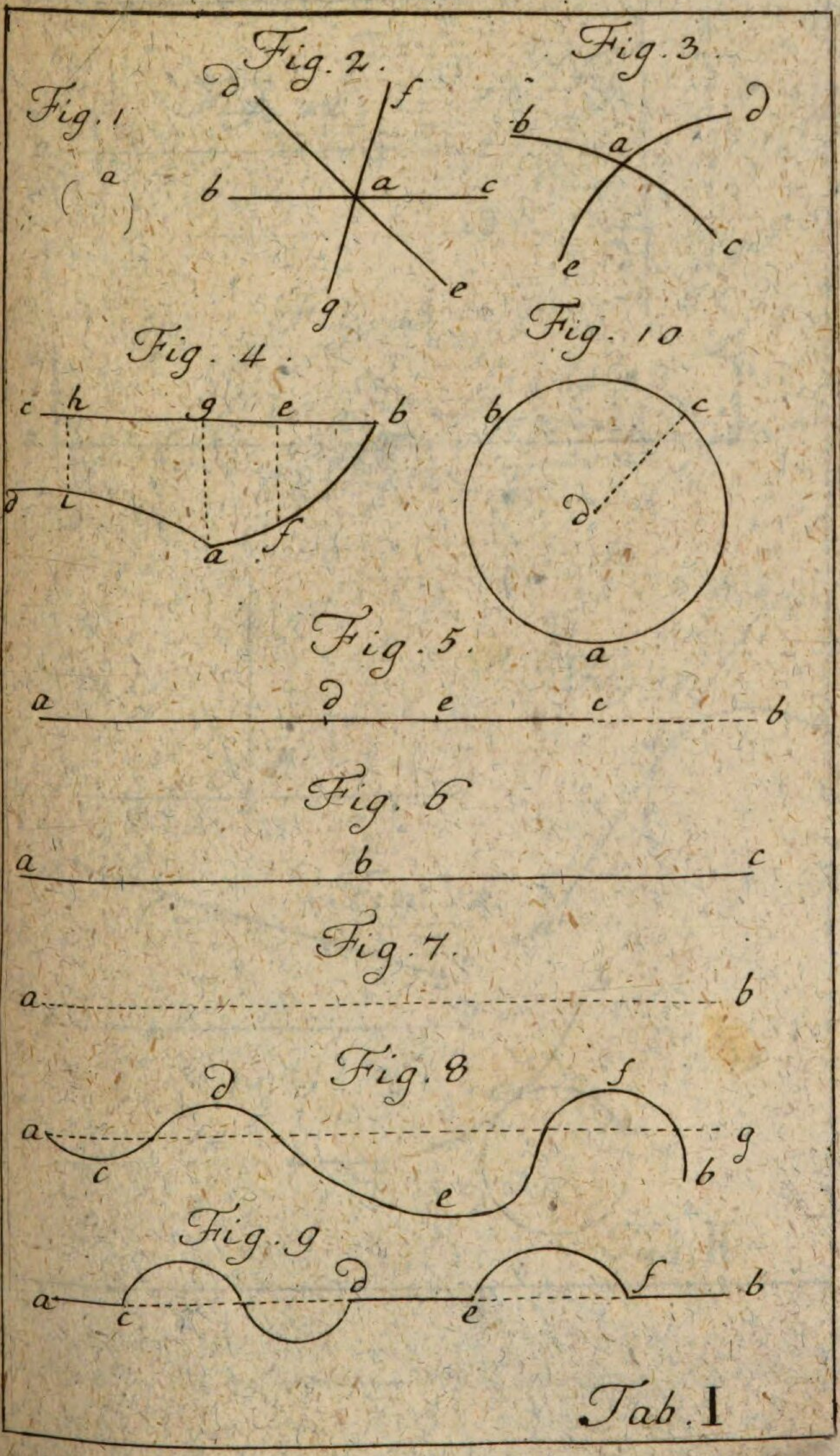


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 10
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Tab. I

Fig. 11

Fig. 12

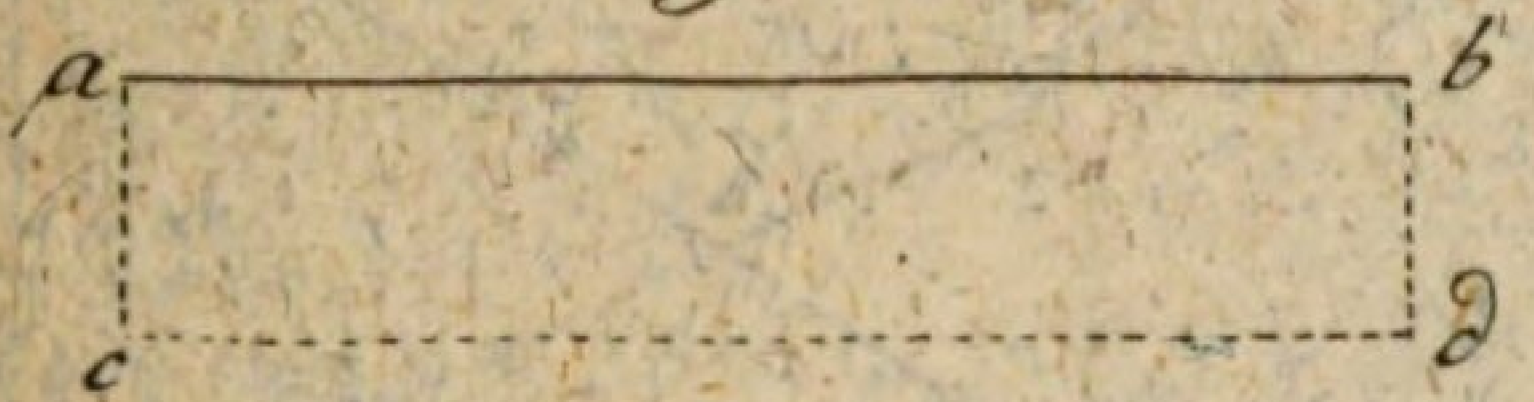


Fig. 14

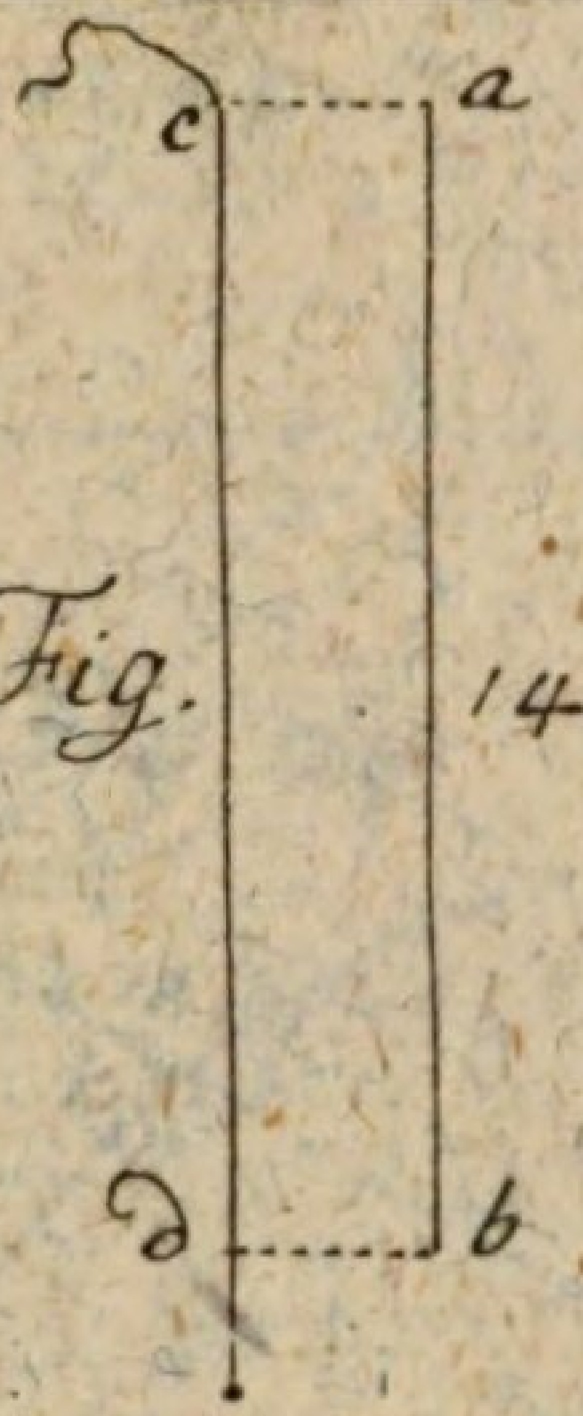


Fig. 13

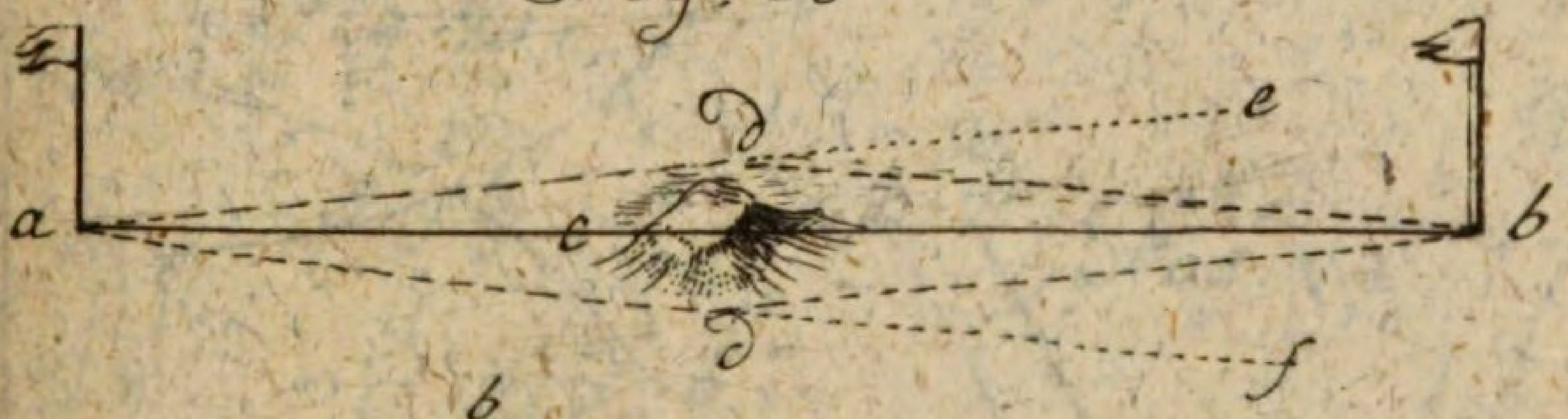


Fig. 15.

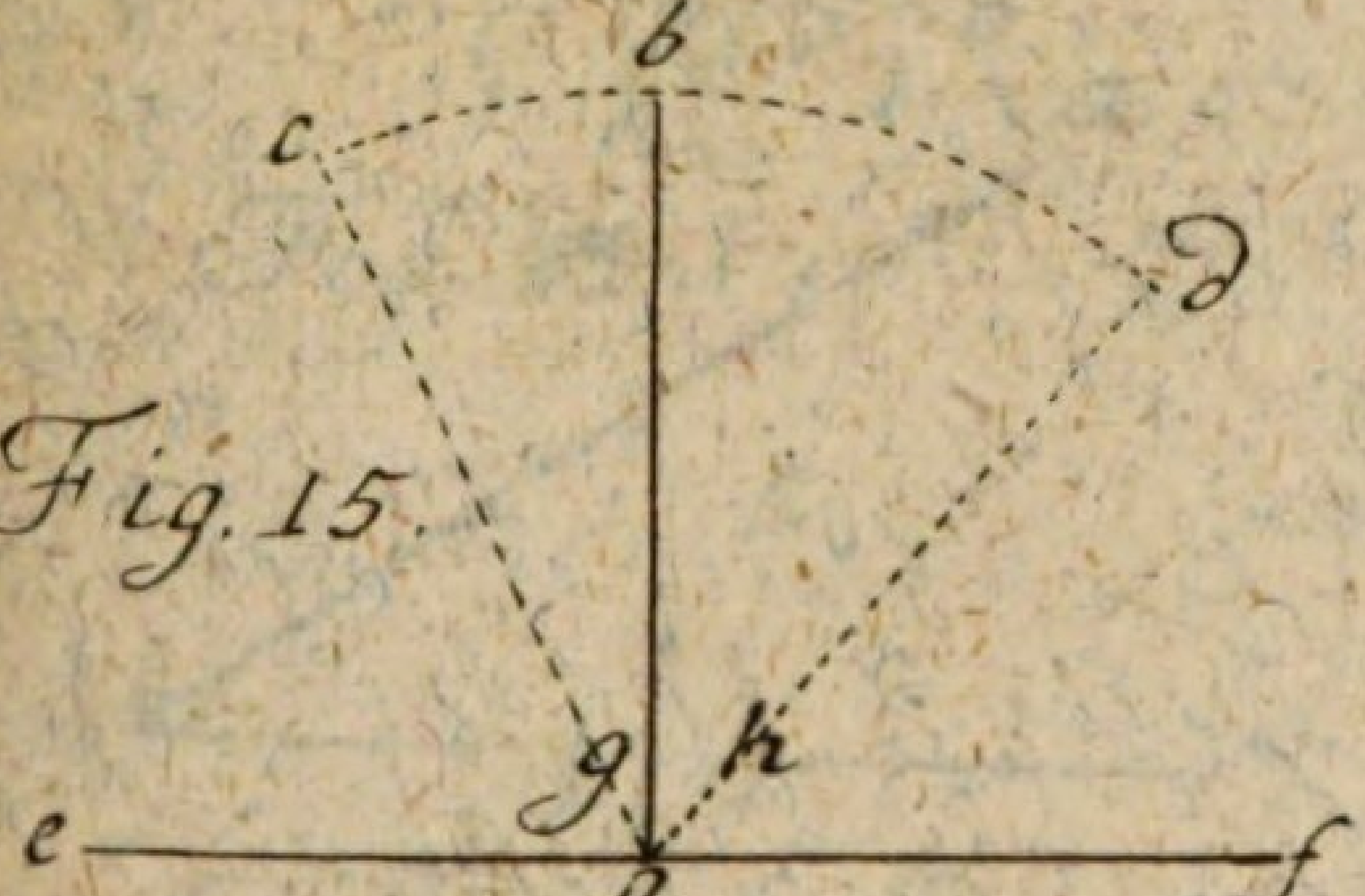


Fig. 17.

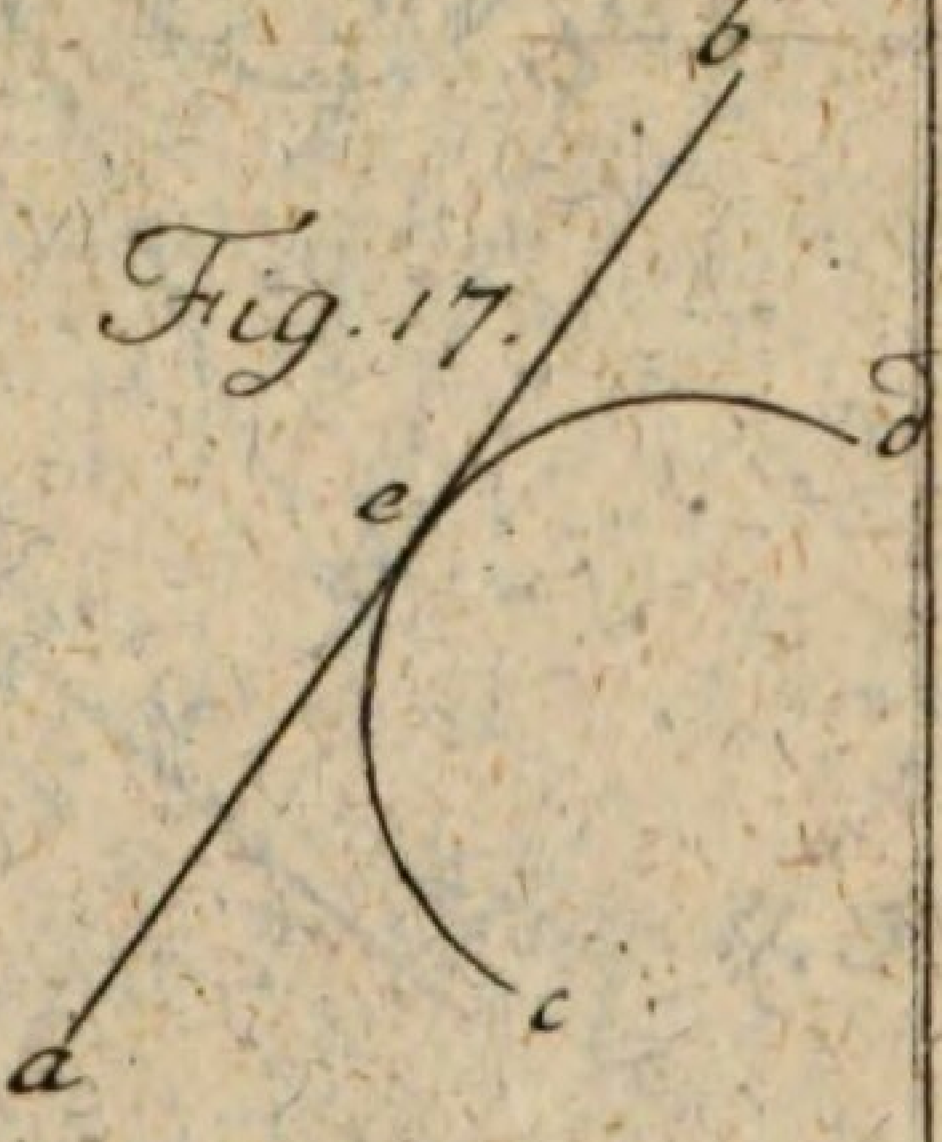


Fig. 16

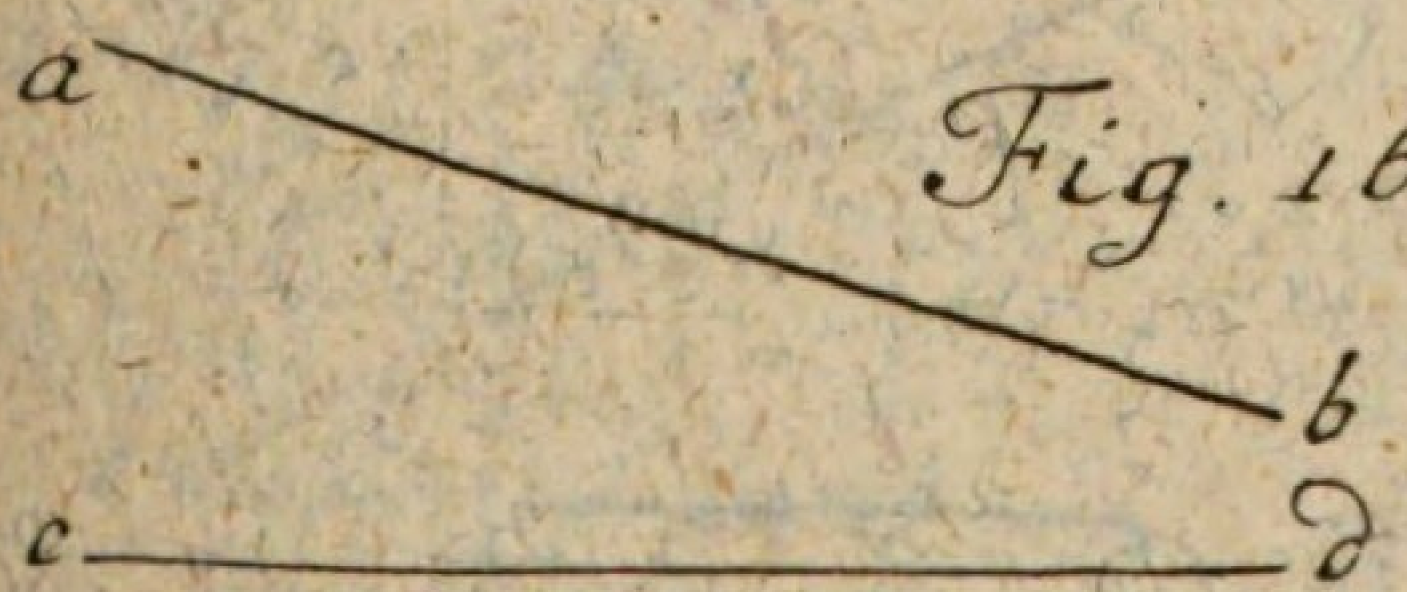
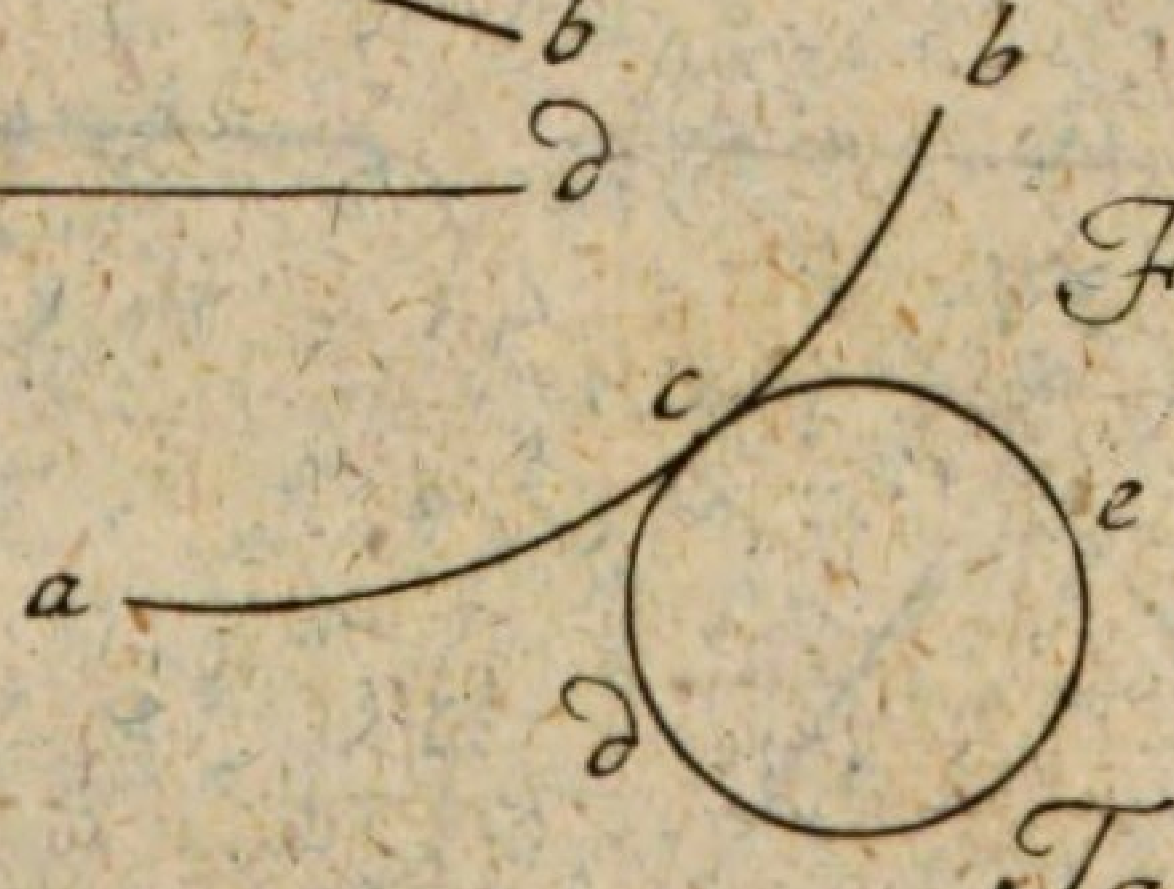


Fig. 18



Tab. II

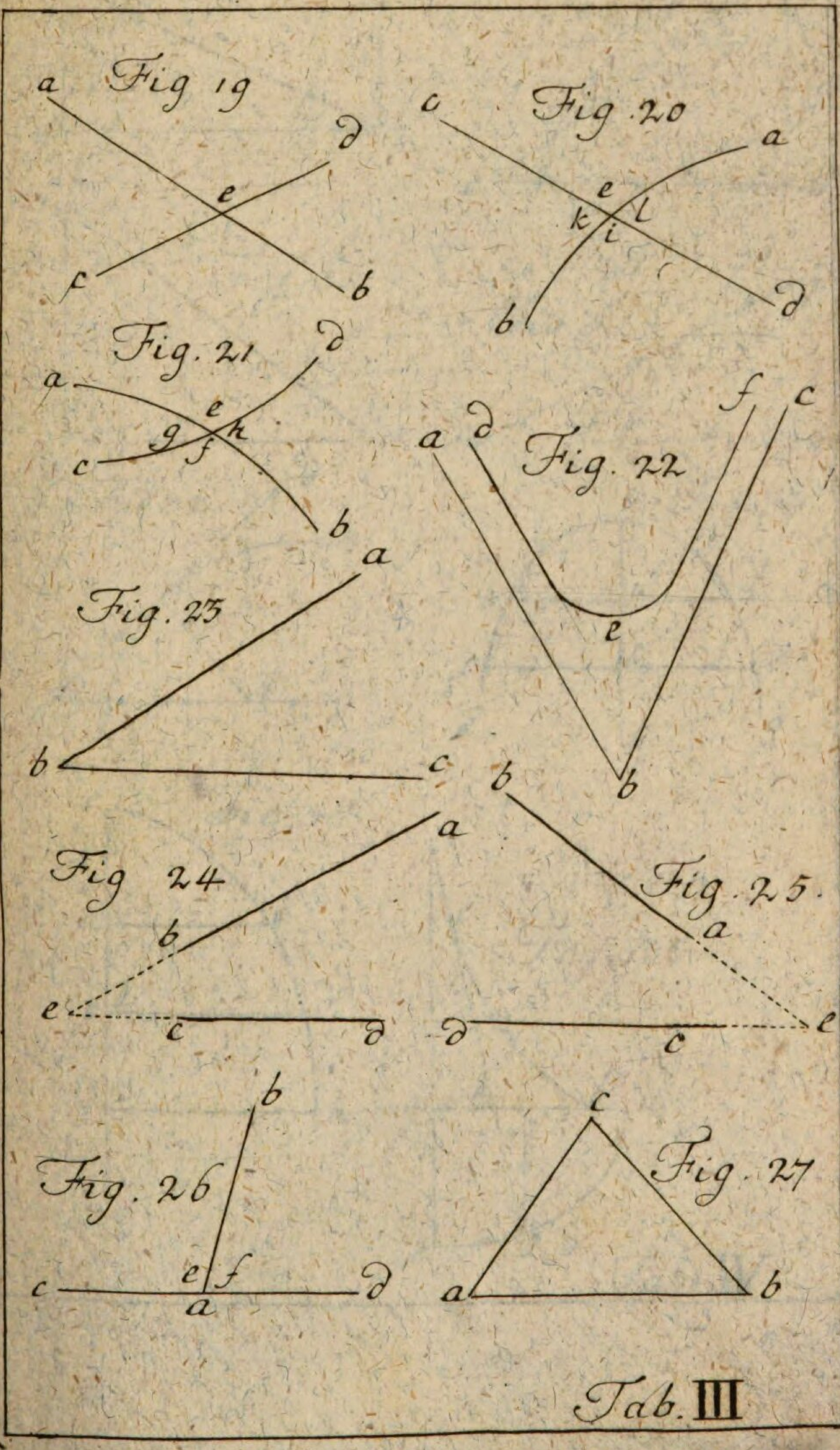


Fig 19
Fig. 20
Fig. 21
Fig. 22
Fig. 23
Fig 24
Fig. 25.
Fig. 26
Fig. 27
Tab. III

Fig. 28

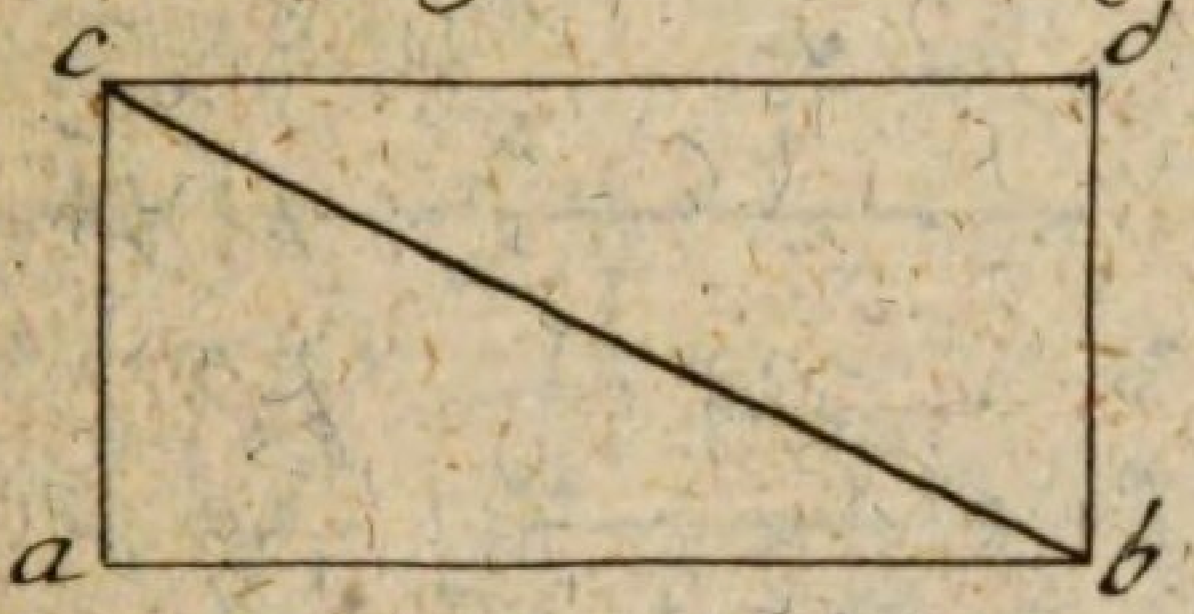


Fig. 29.

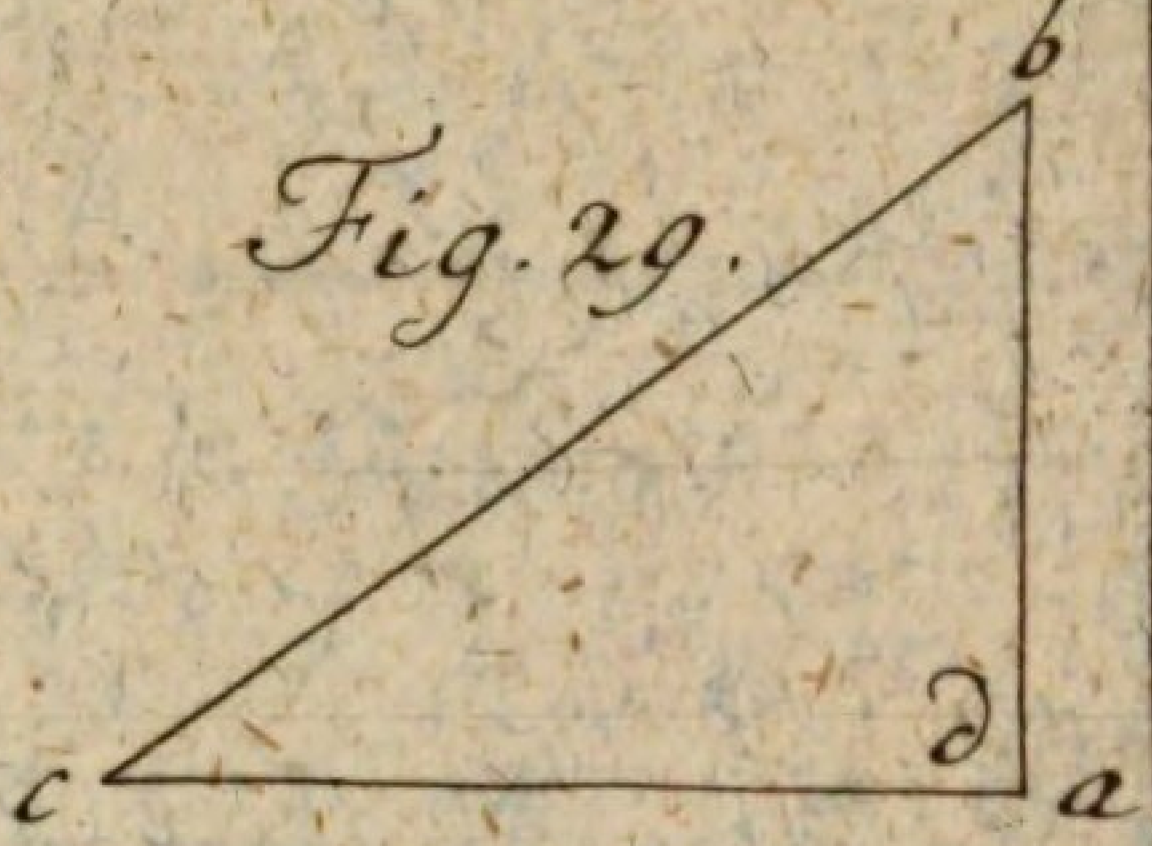


Fig. 30

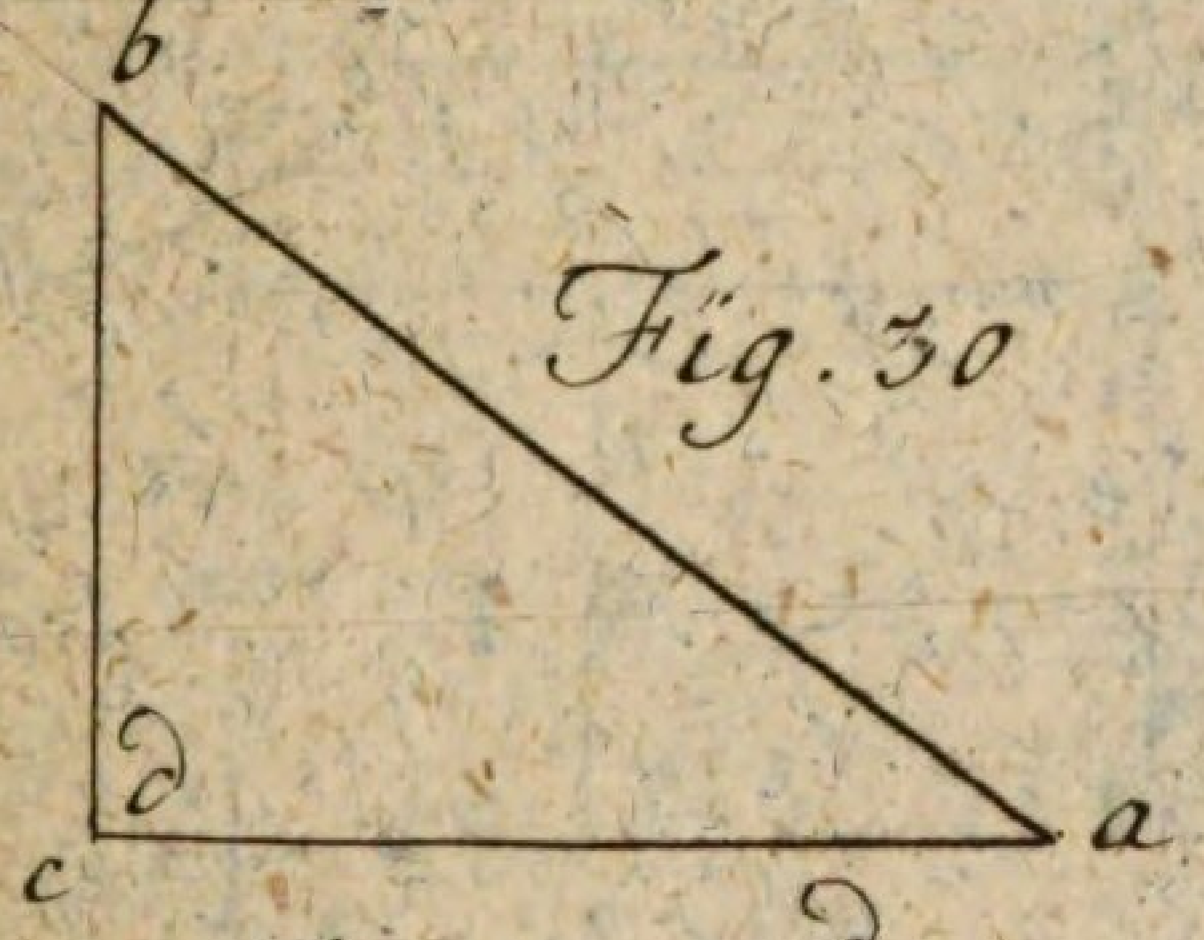


Fig. 31

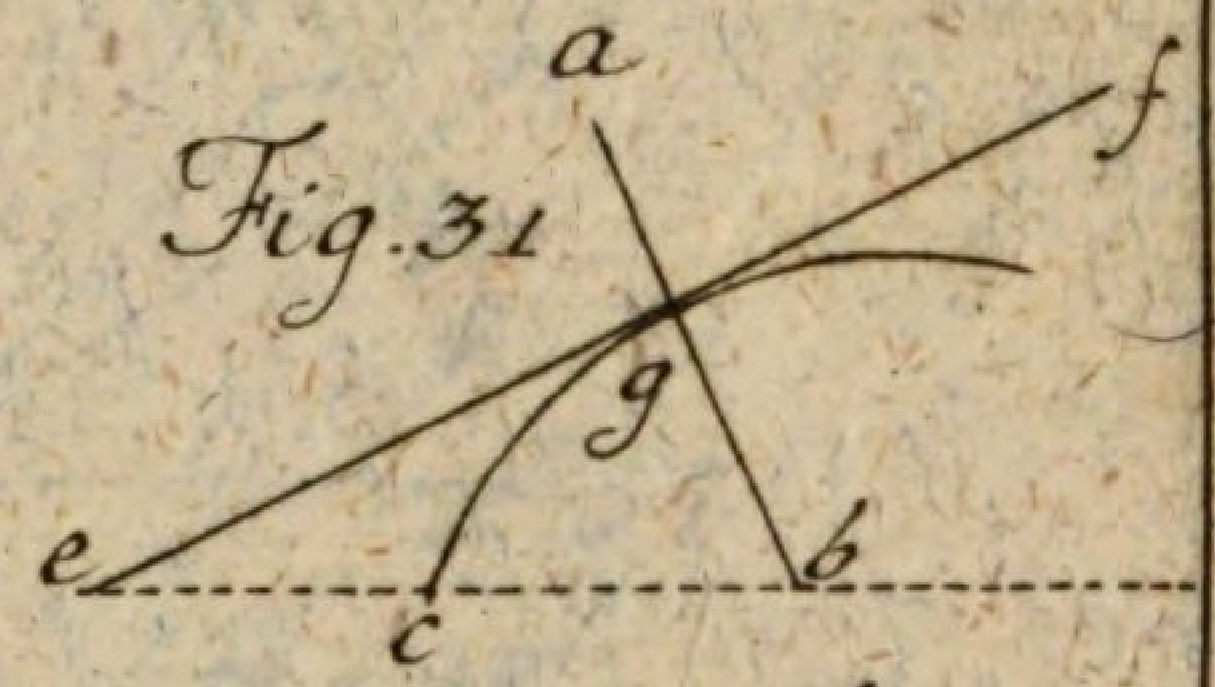


Fig. 32.

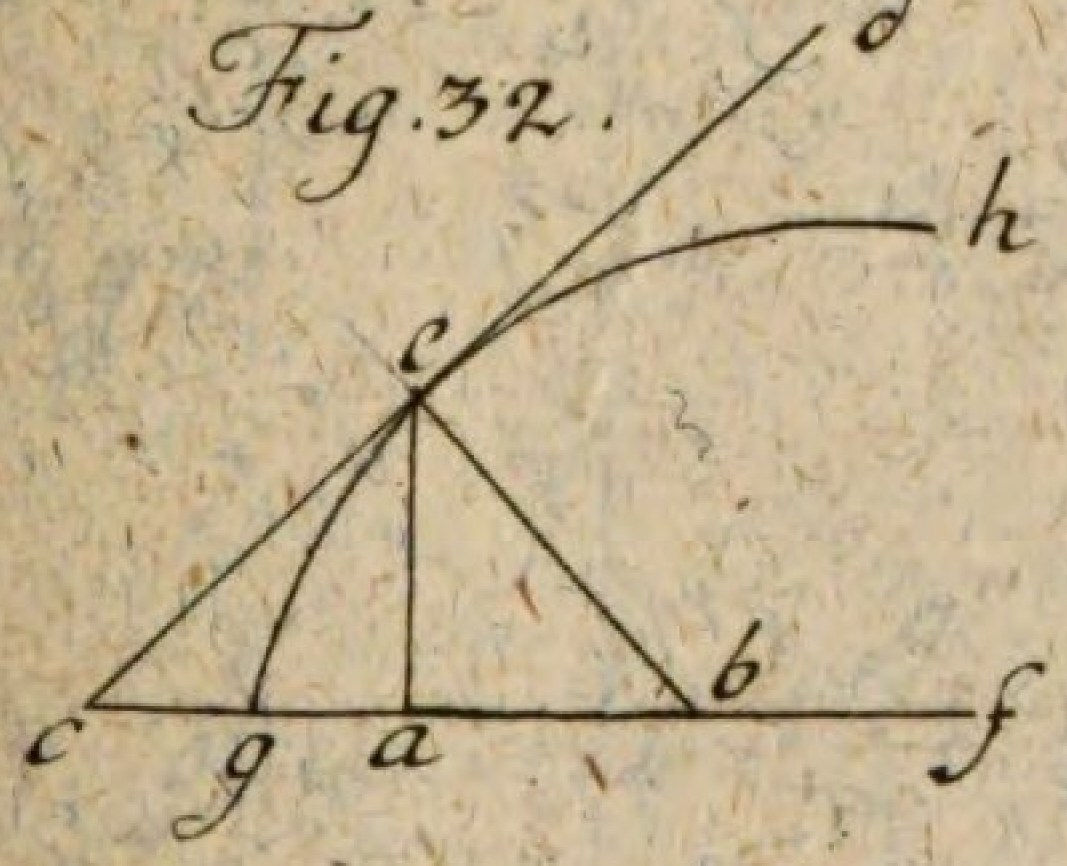


Fig. 33

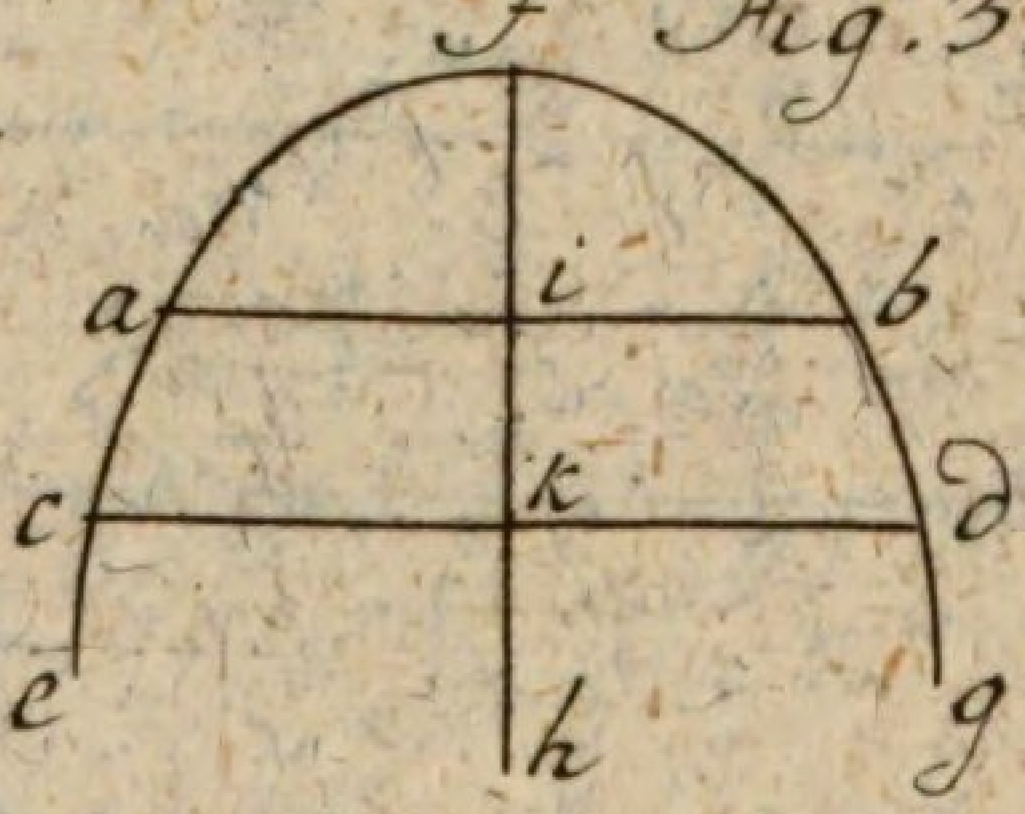


Fig. 34

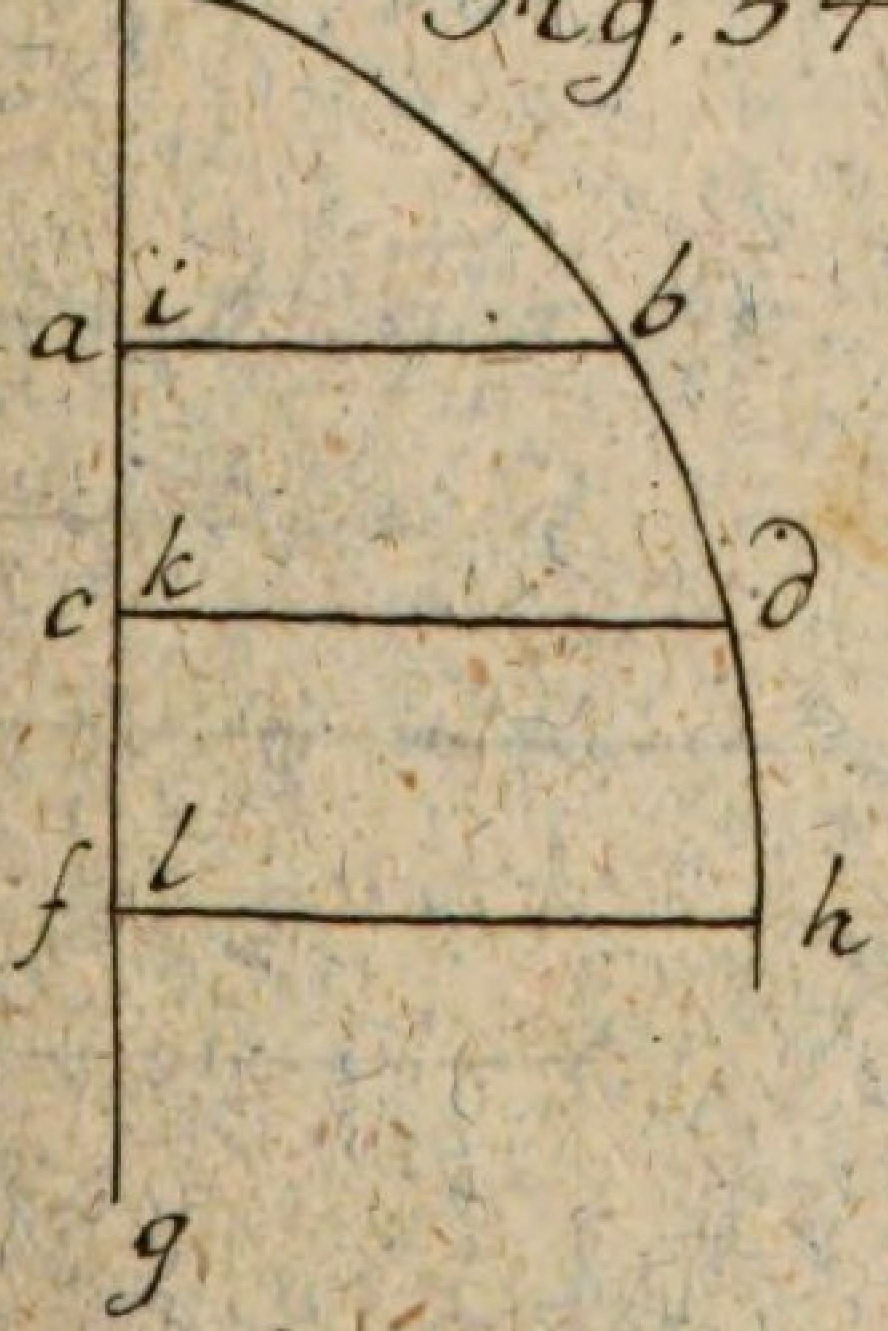
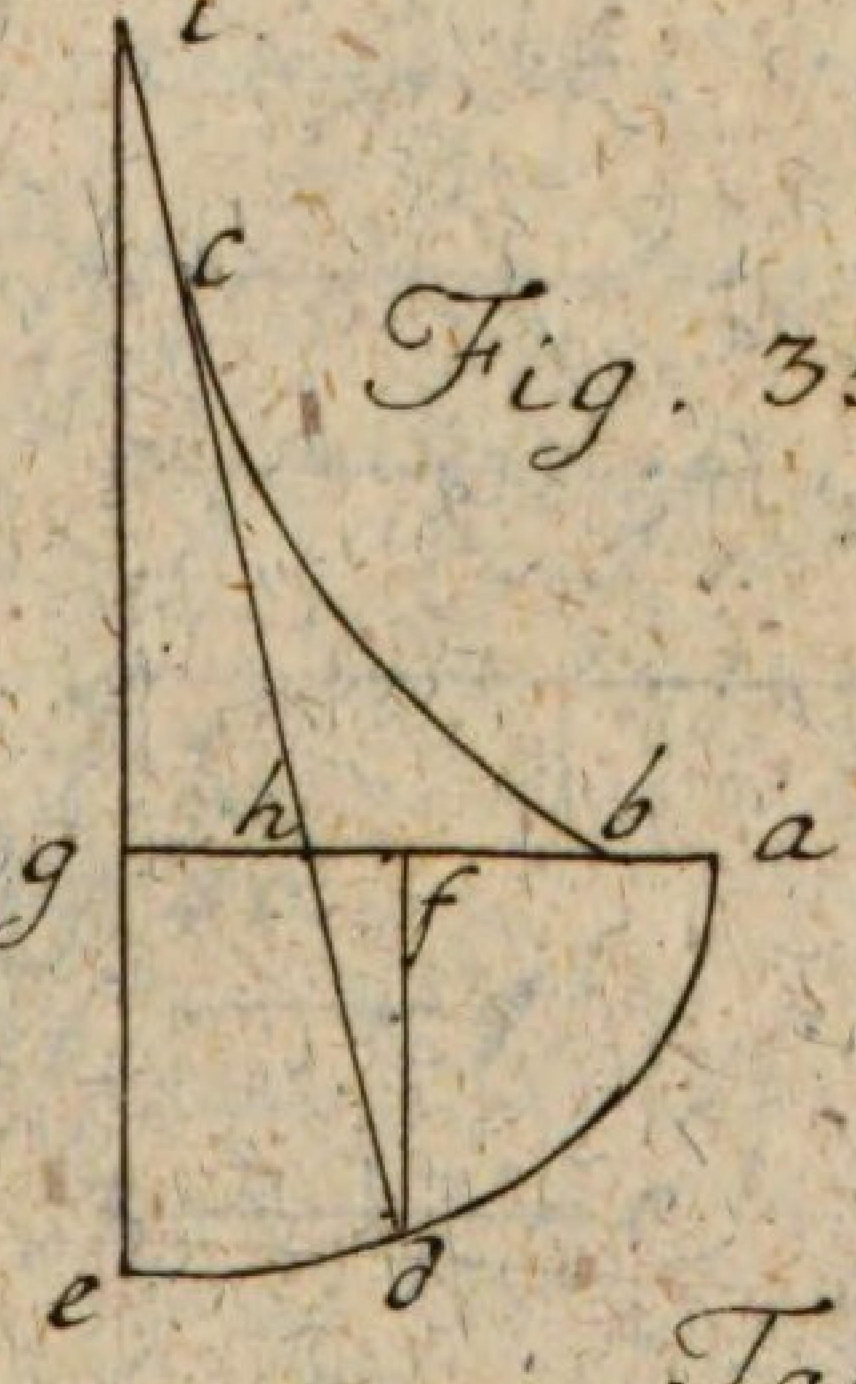


Fig. 35



Tab. IV

Fig. 36

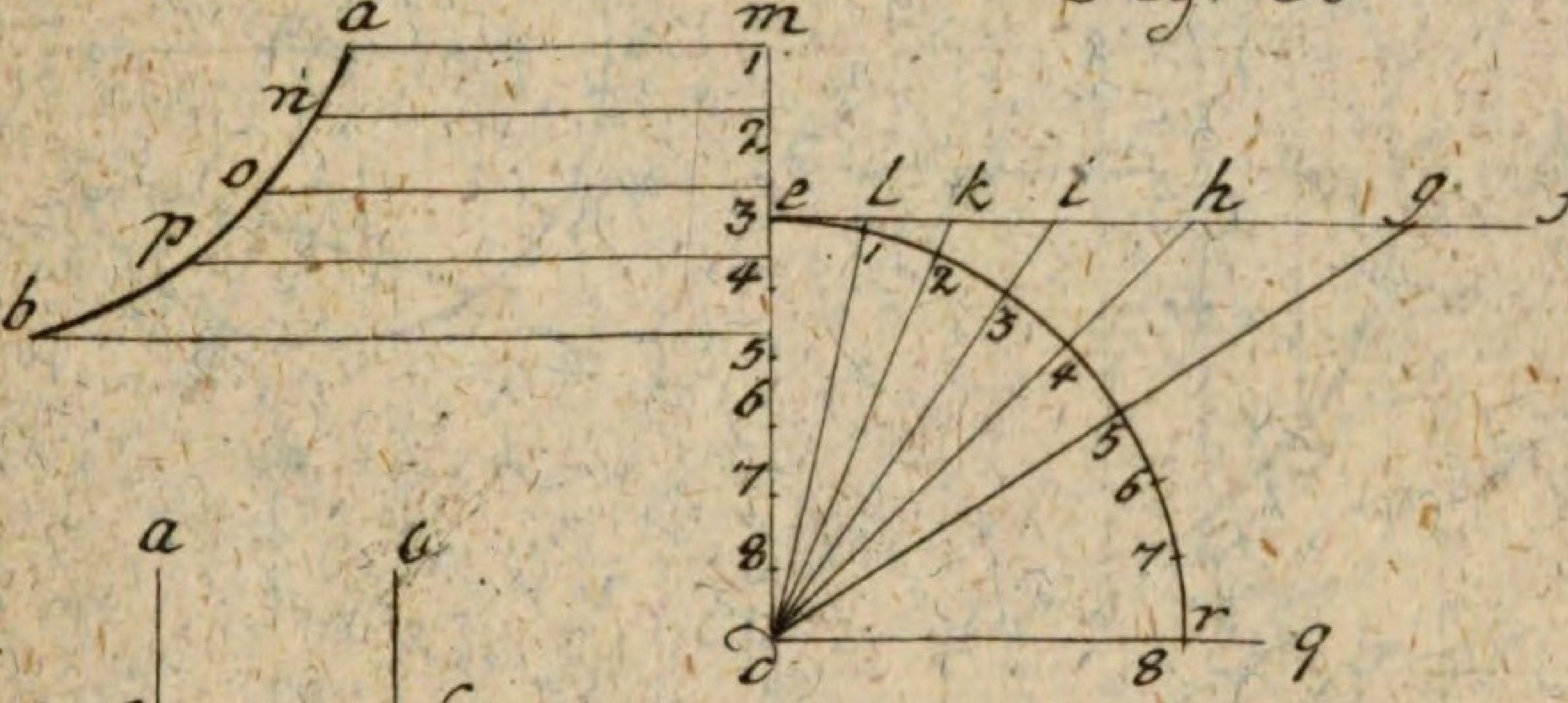


Fig. 37

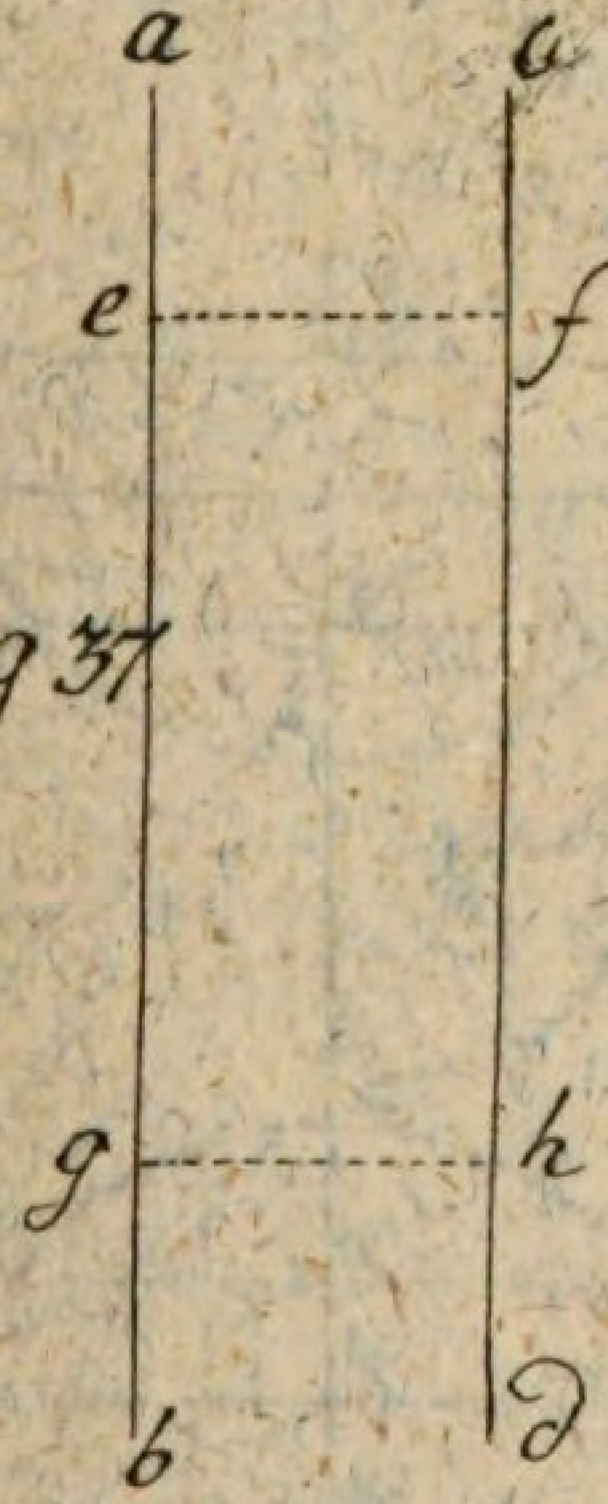


Fig. 38.

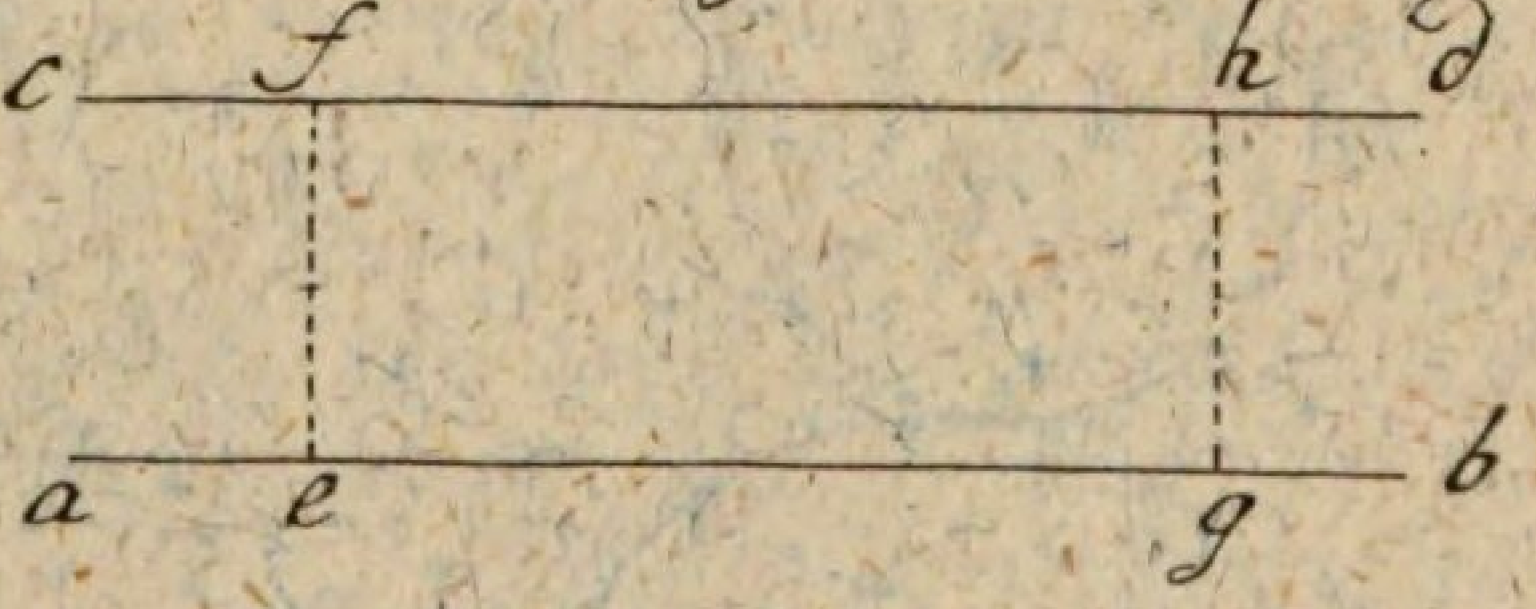


Fig. 40

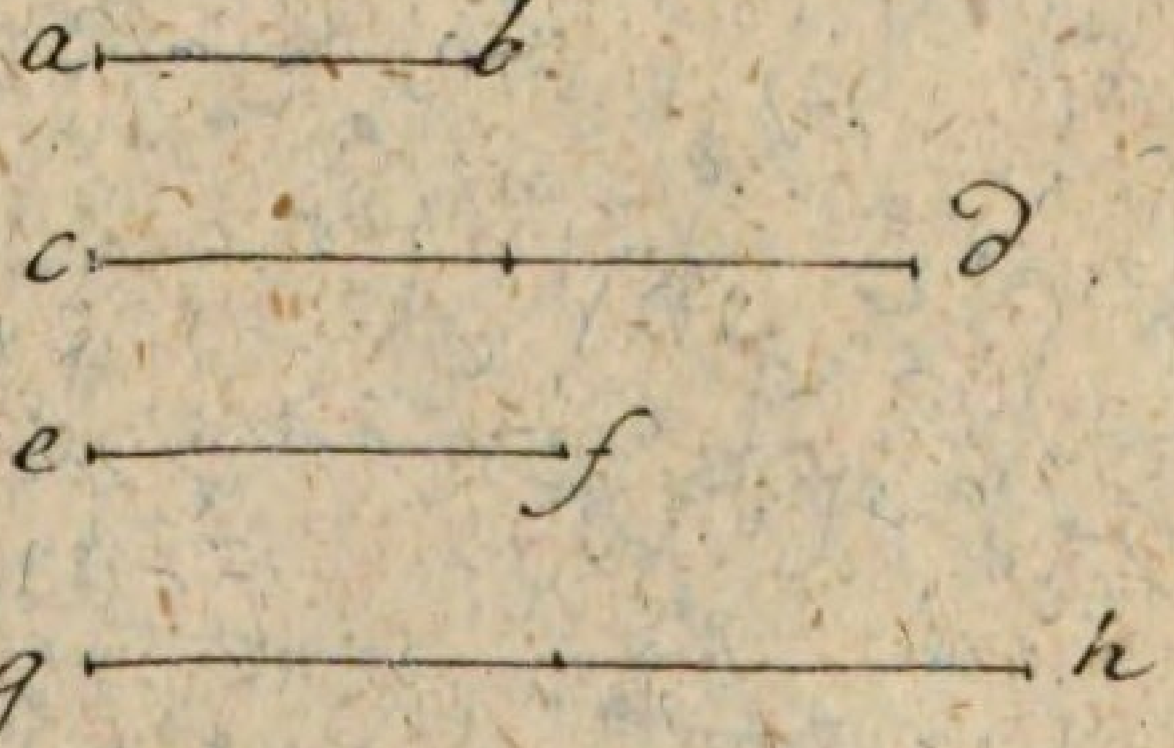


Fig. 39.

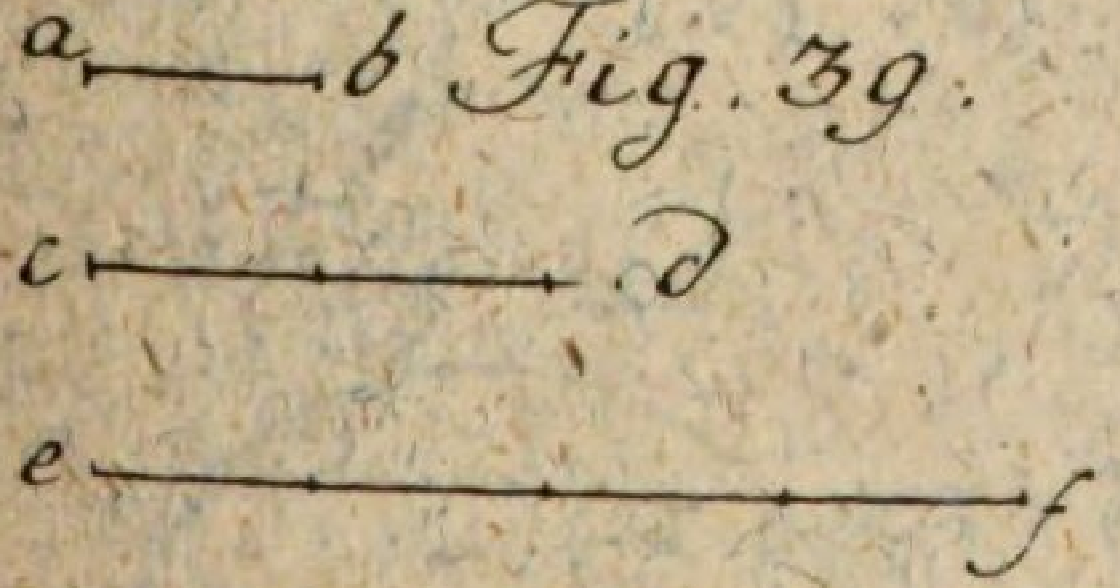
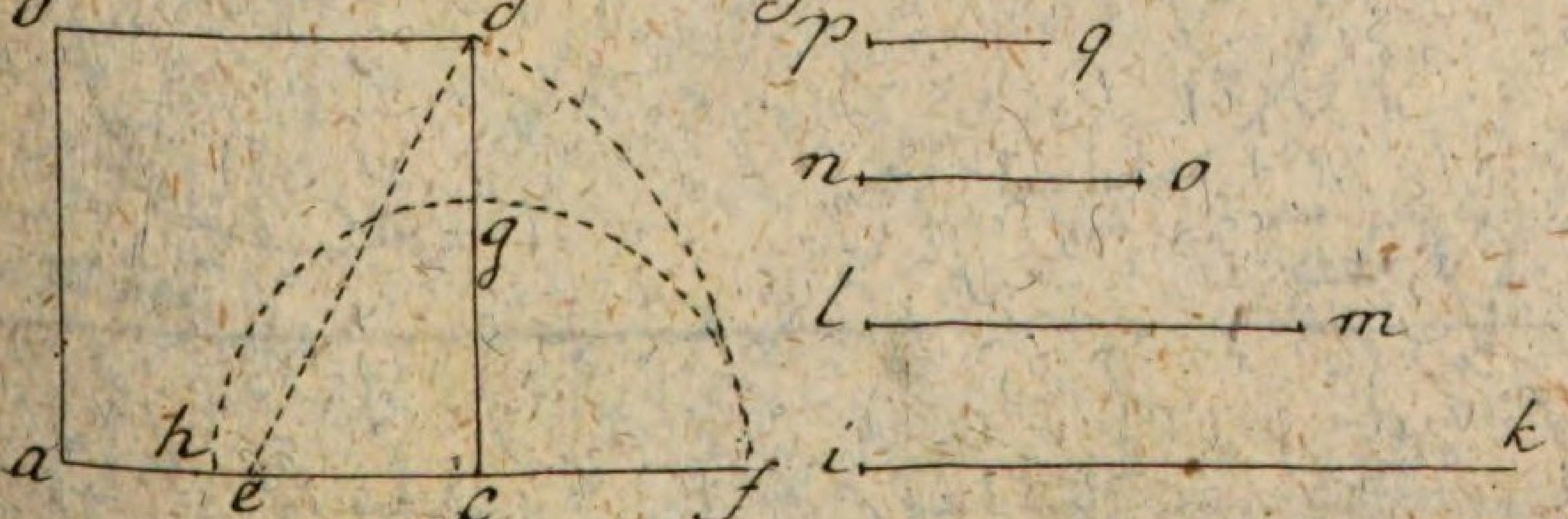


Fig. 41



Tab. V

Fig. 42.

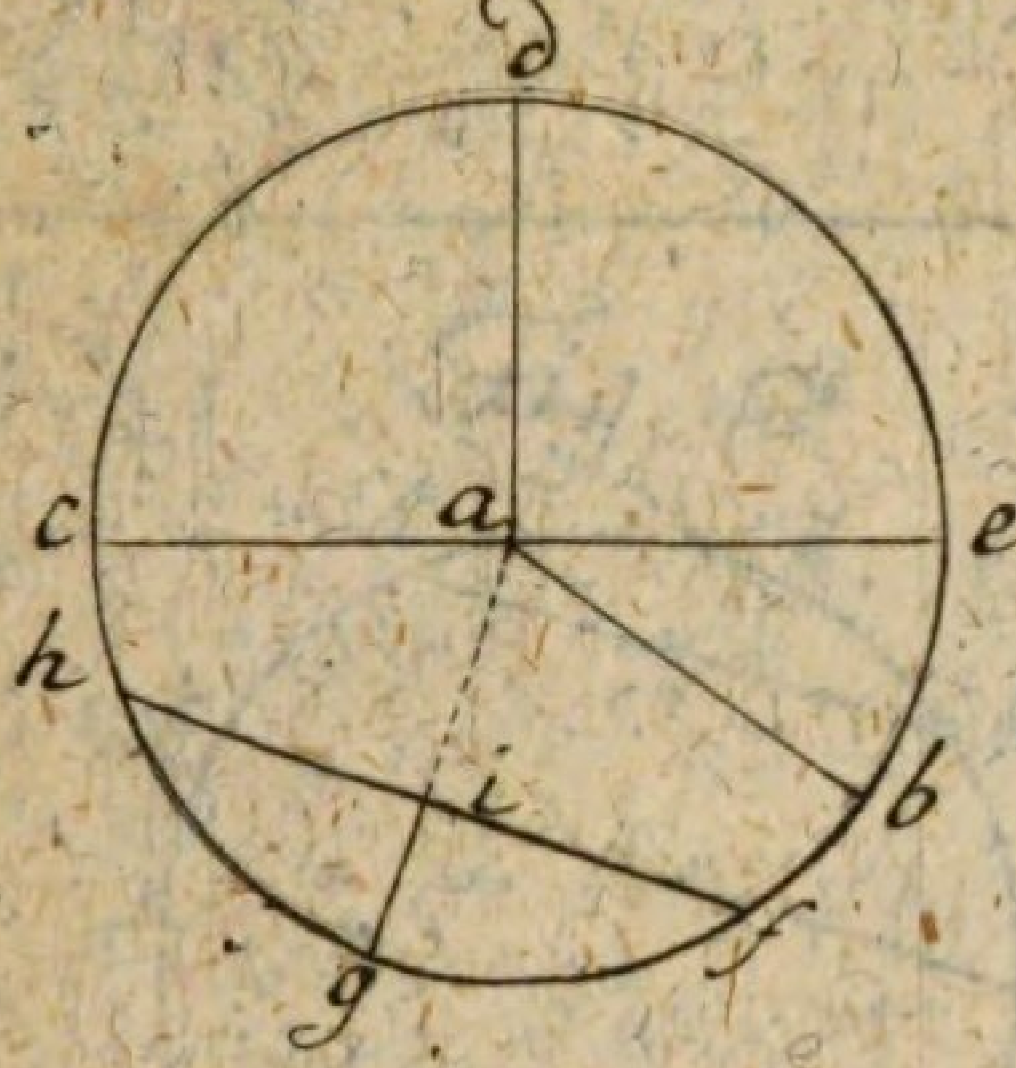
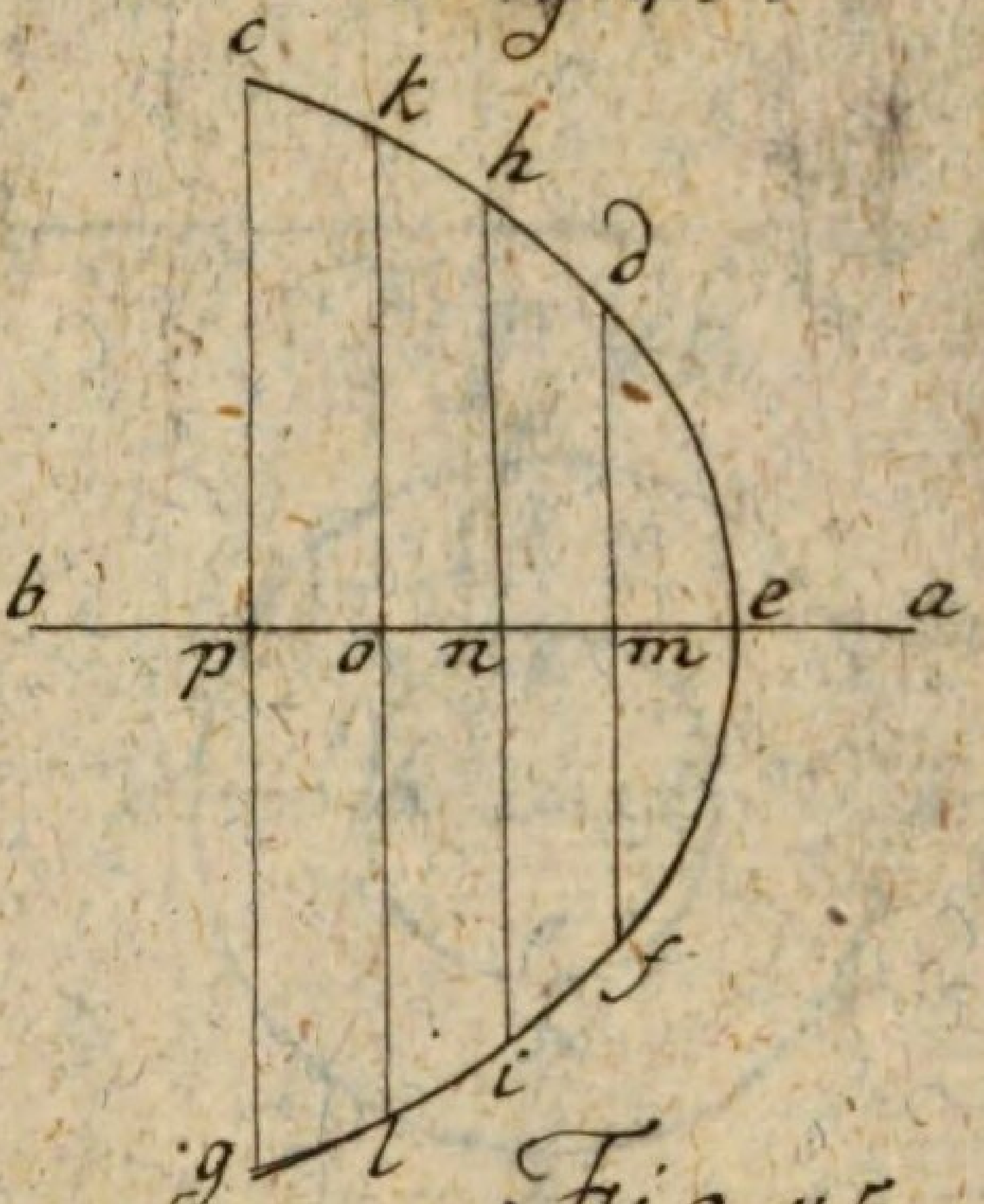


Fig. 43.



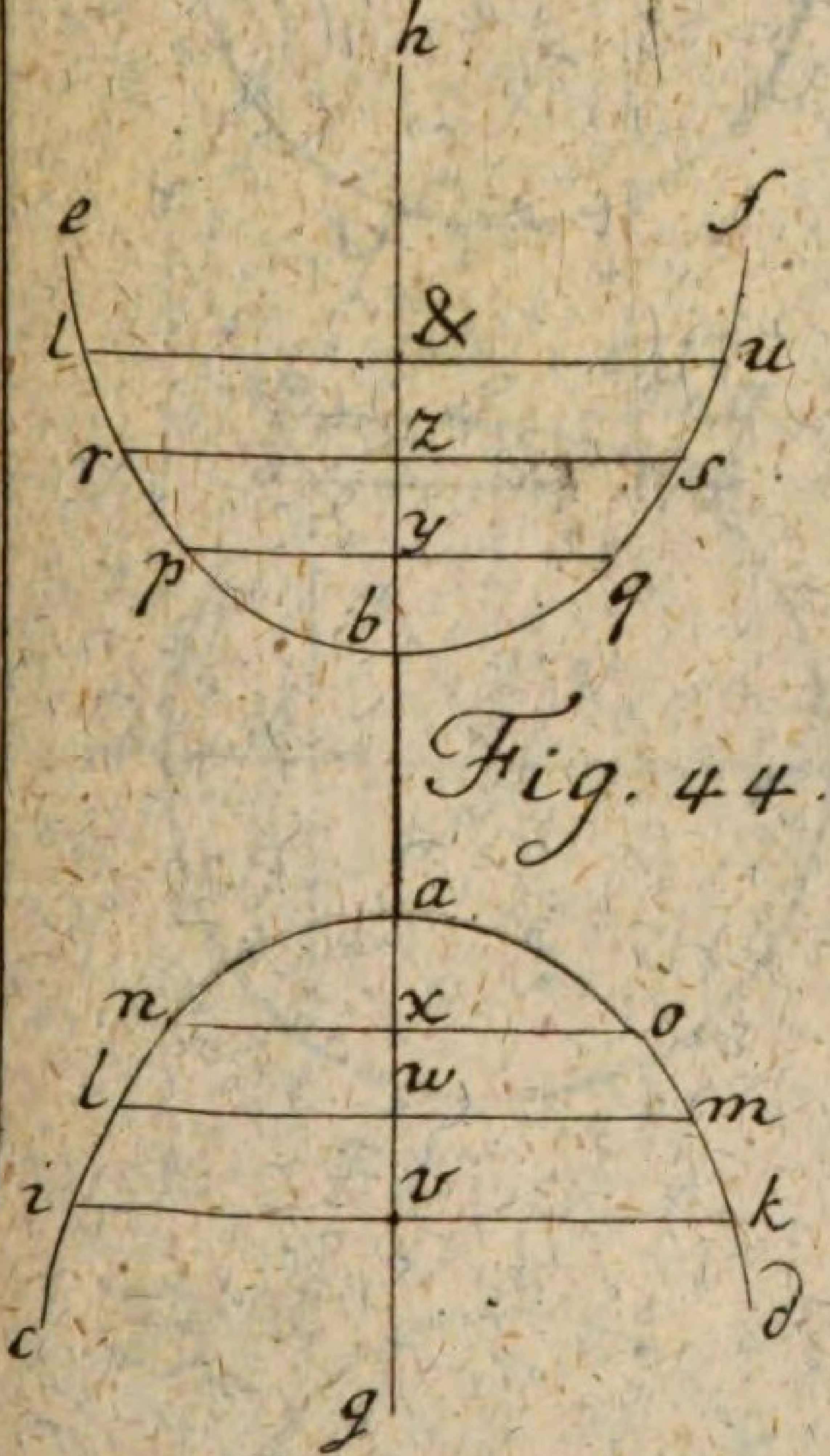


Fig. 44.

Fig. 45.

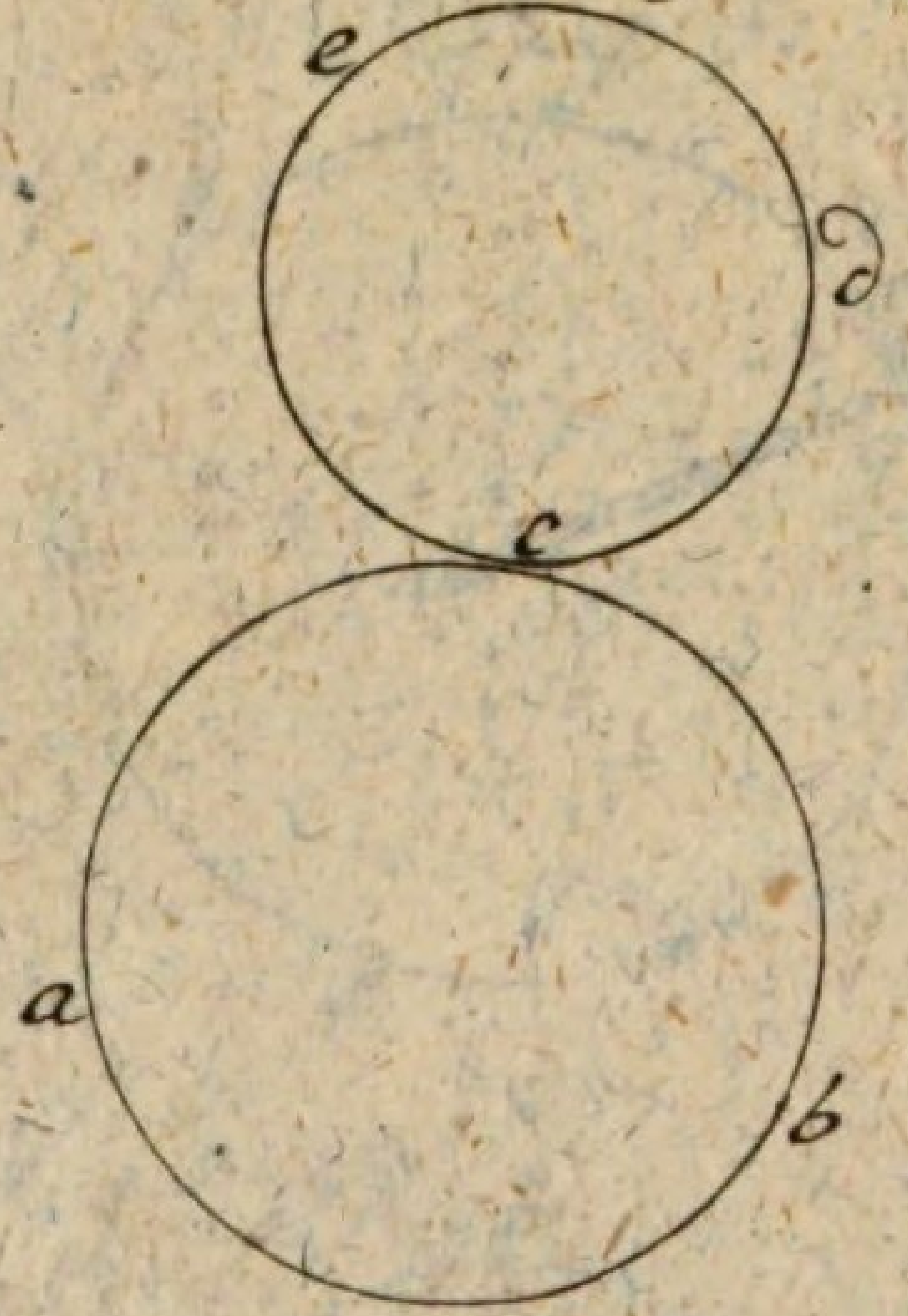


Fig. 46

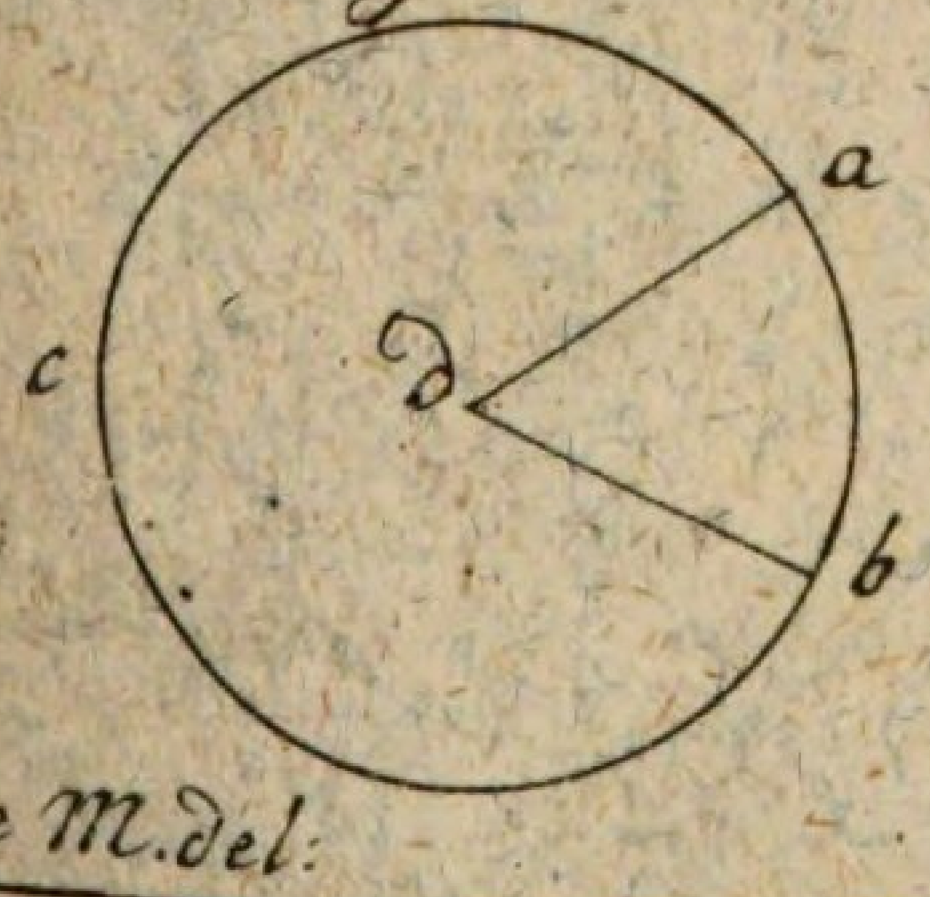
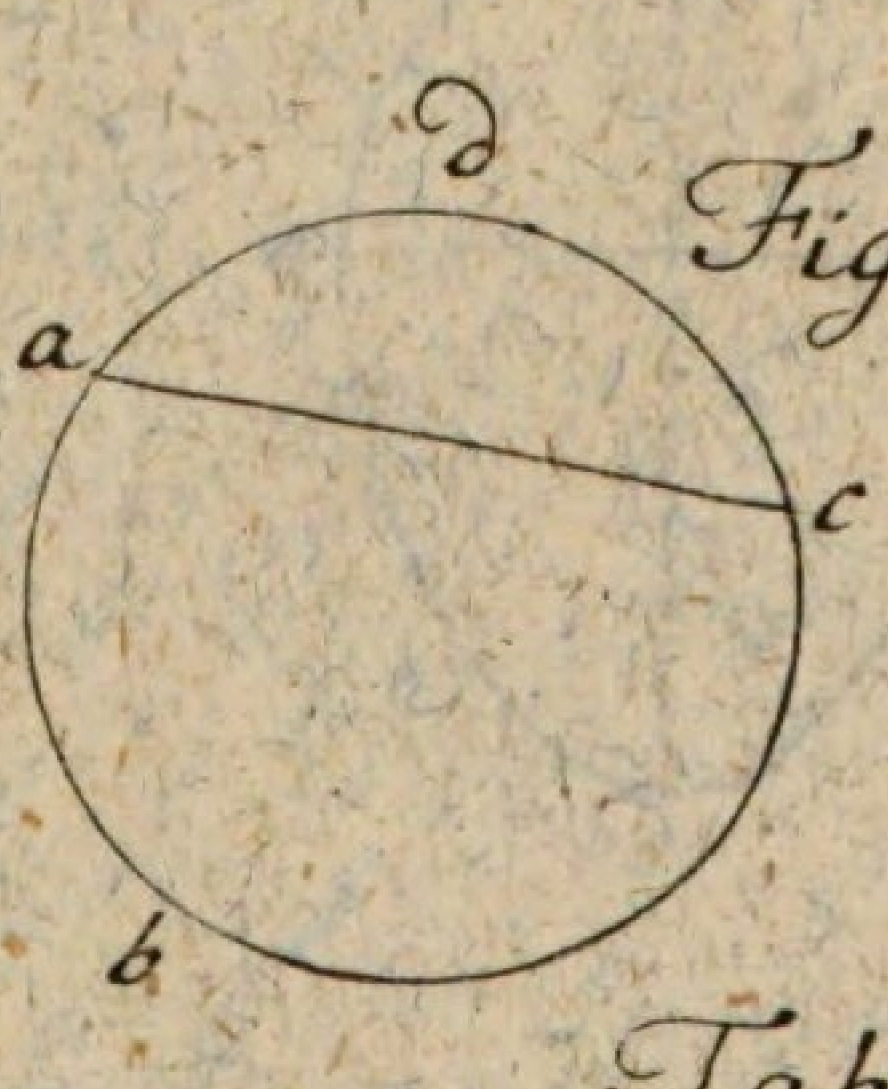


Fig. 47



de M. del.

Tab. VI

Fig. 48

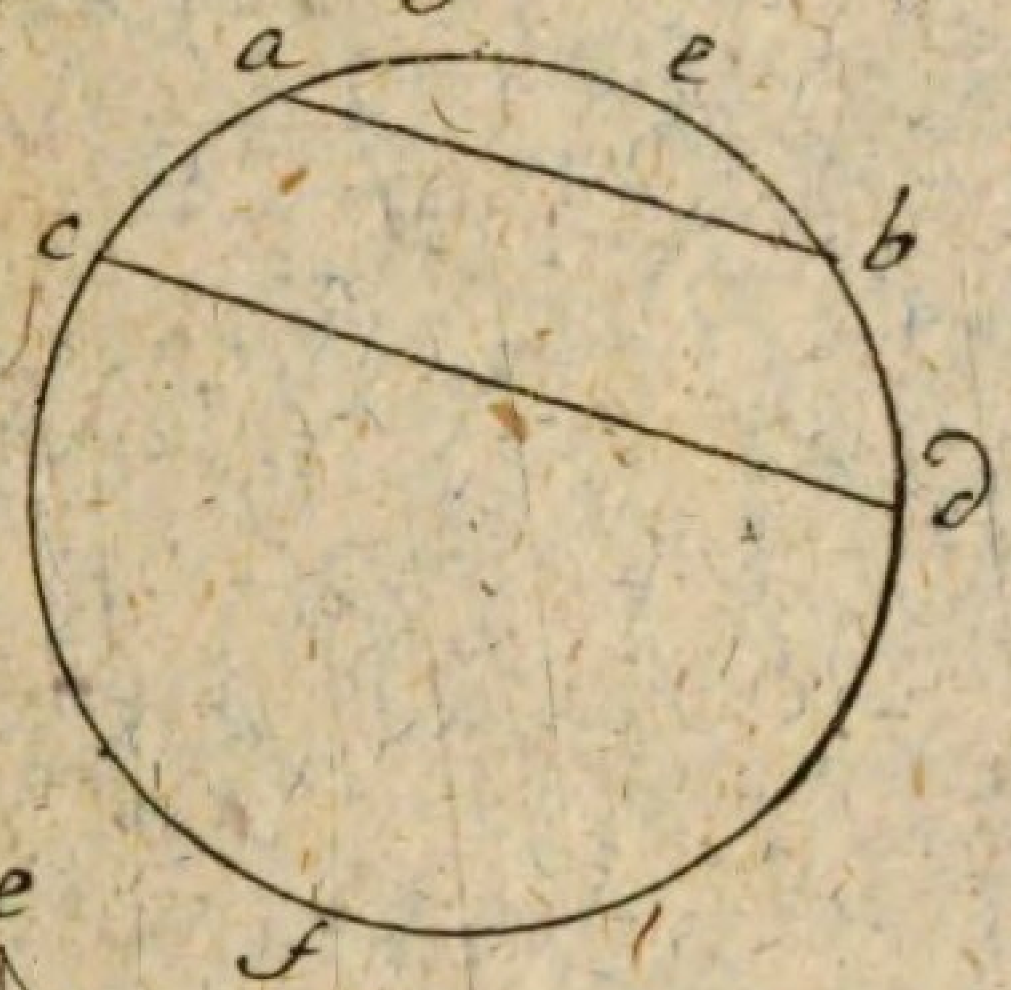


Fig. 49.

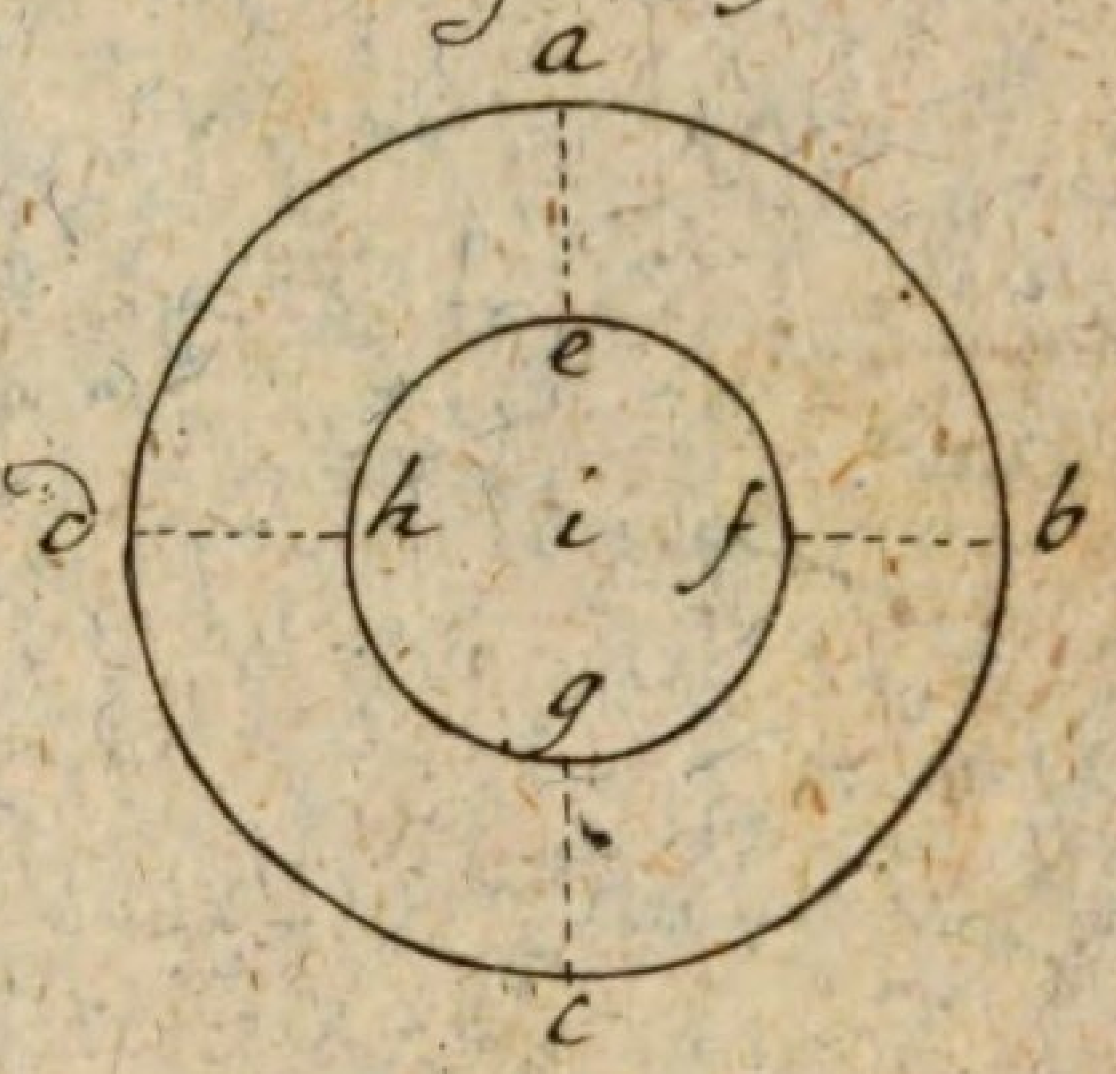


Fig. 50

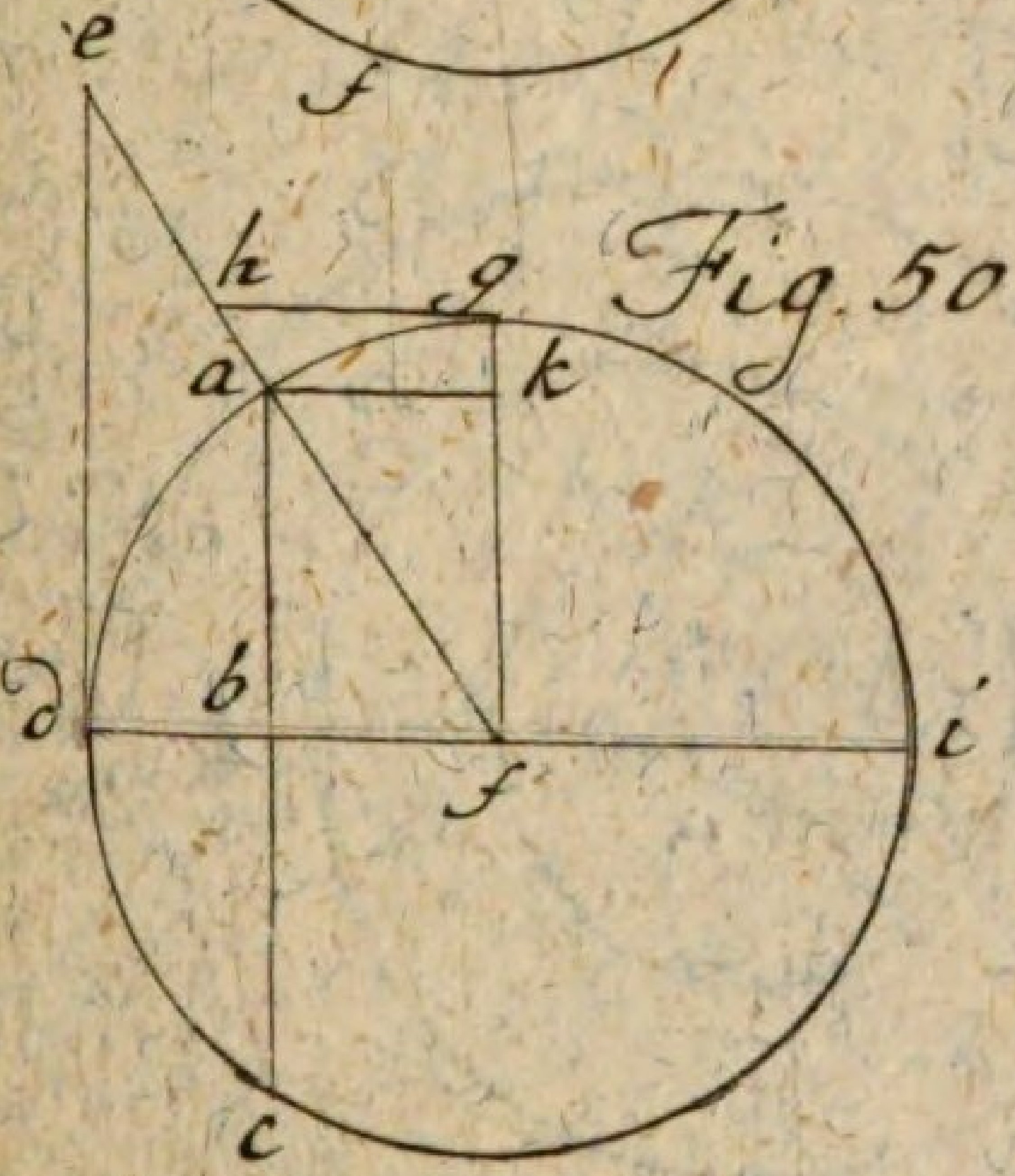


Fig. 51

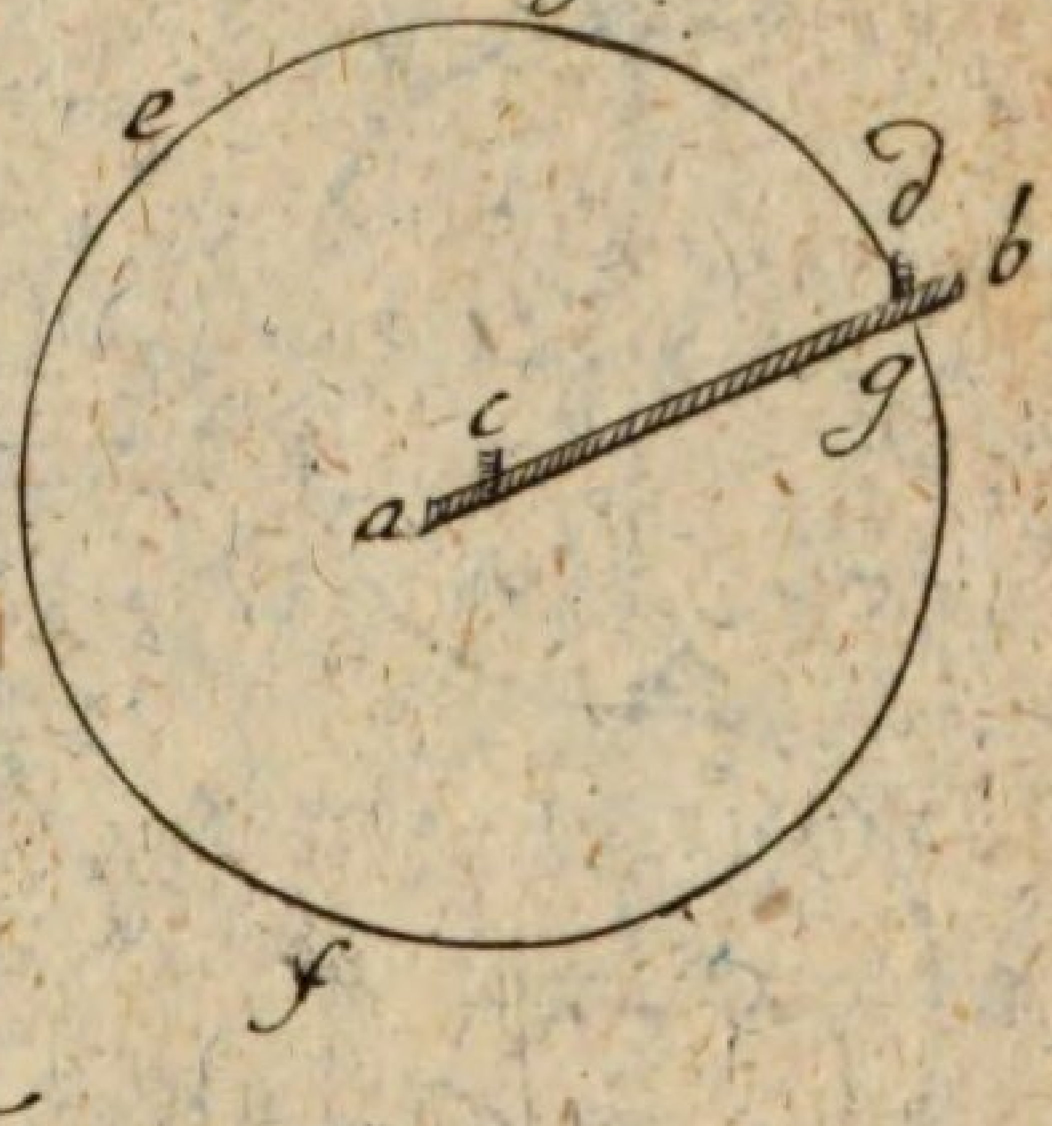


Fig. 52

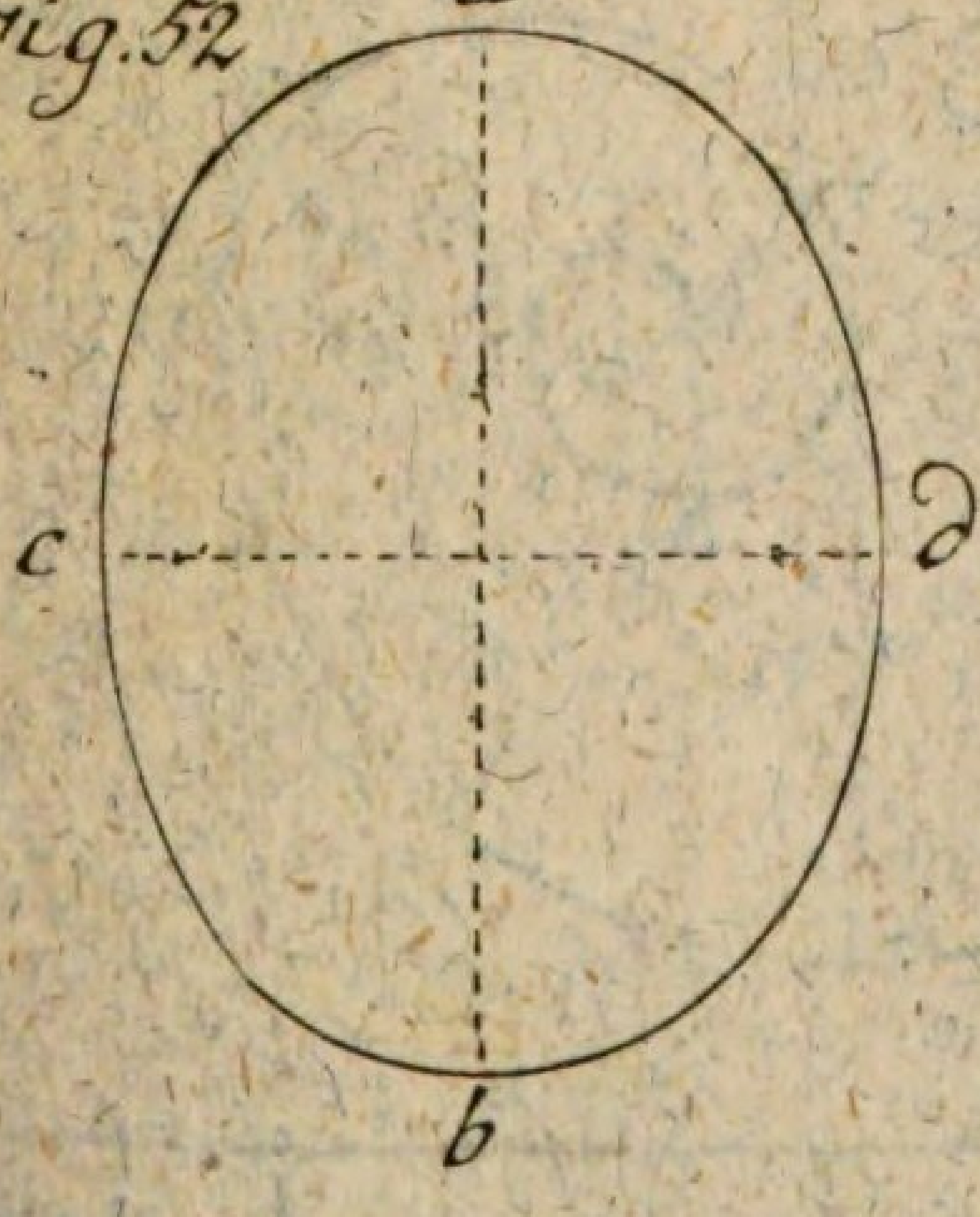
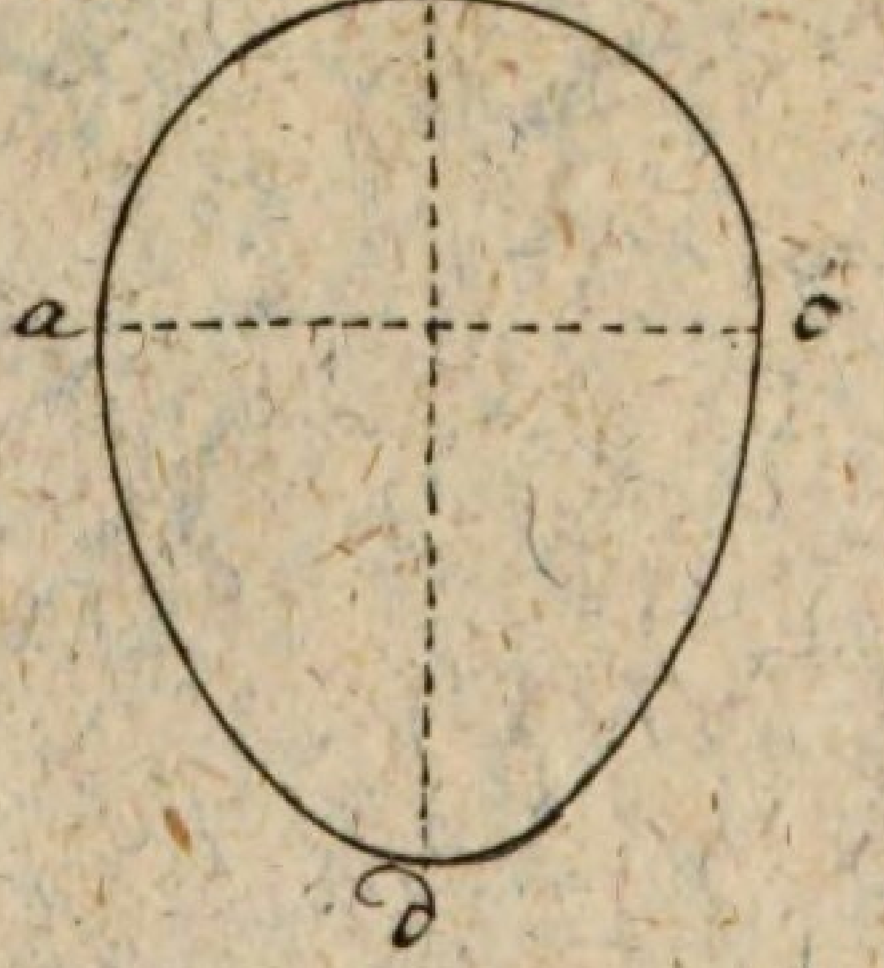


Fig. 53



Tab. VII

Fig. 54
Fig. 55
Fig. 56
Fig. 57.
Tab. VIII

Fig. 57.

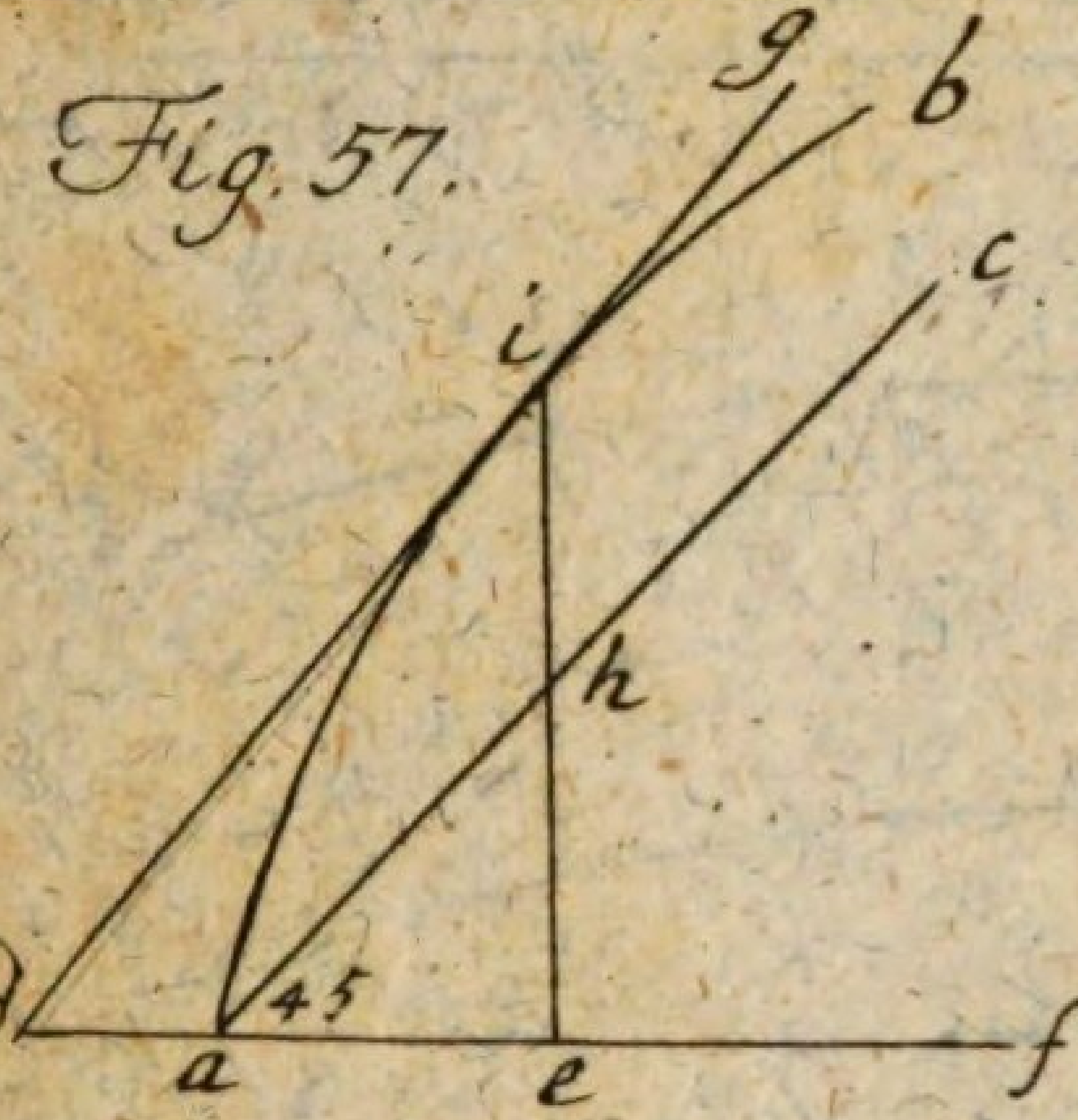


Fig. 58.

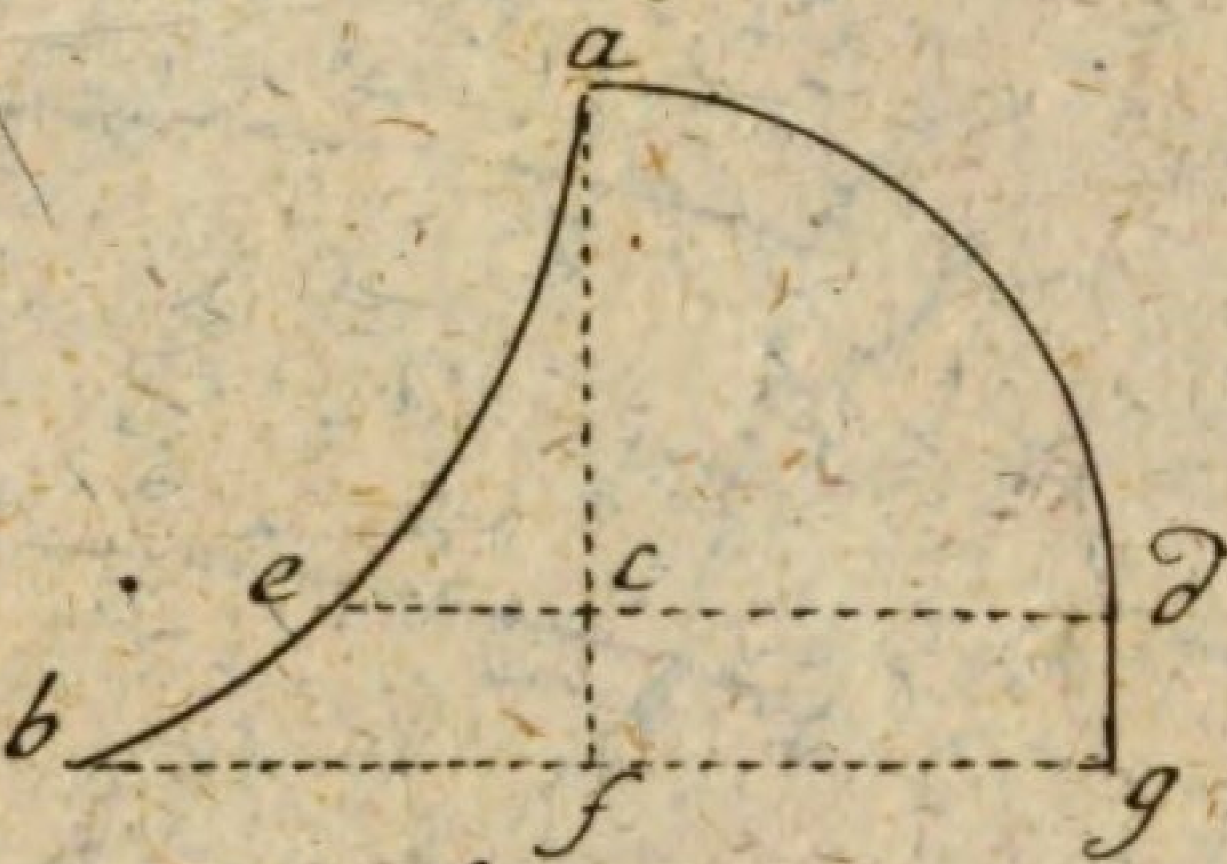


Fig. 59

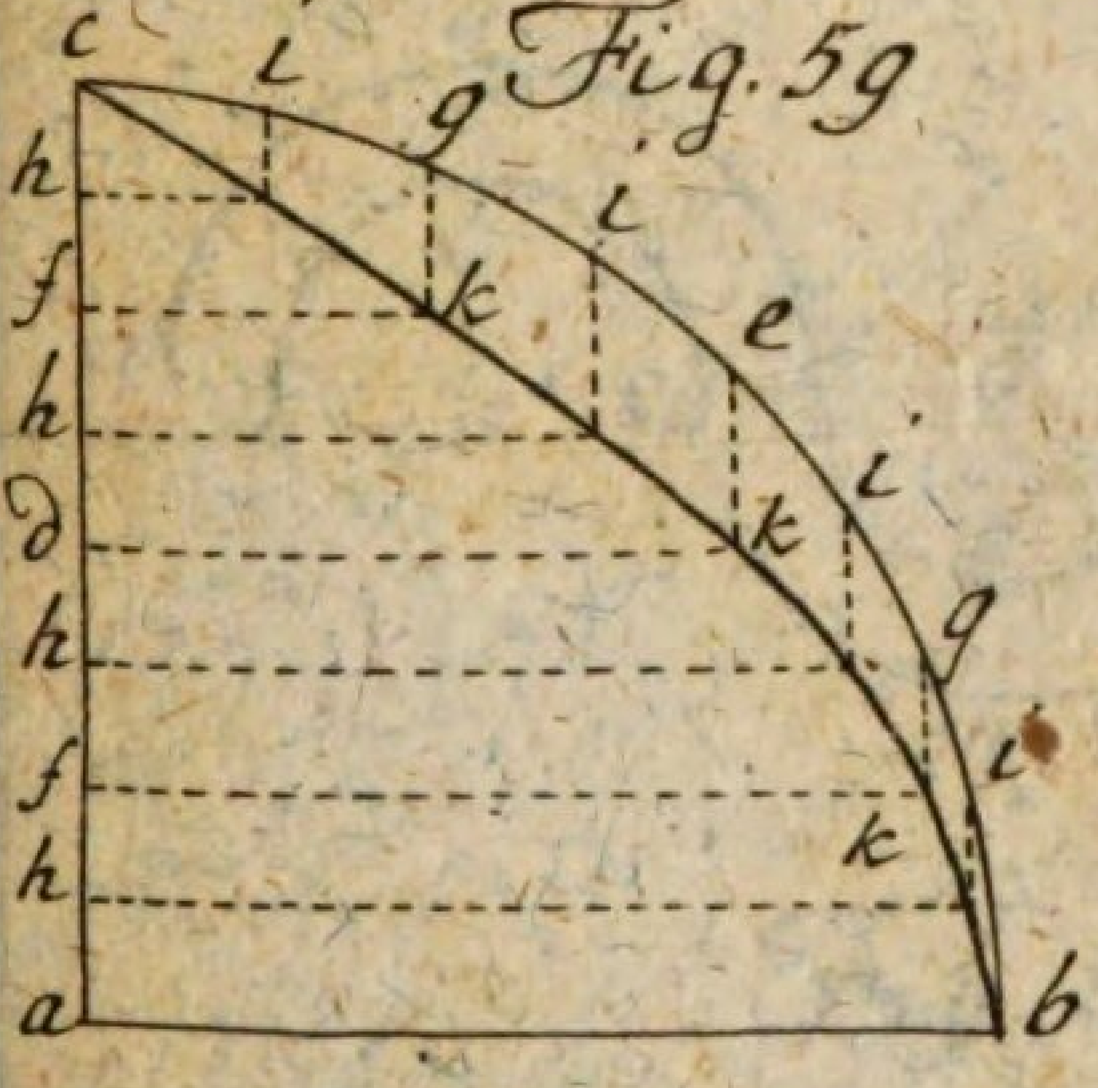


Fig. 60.

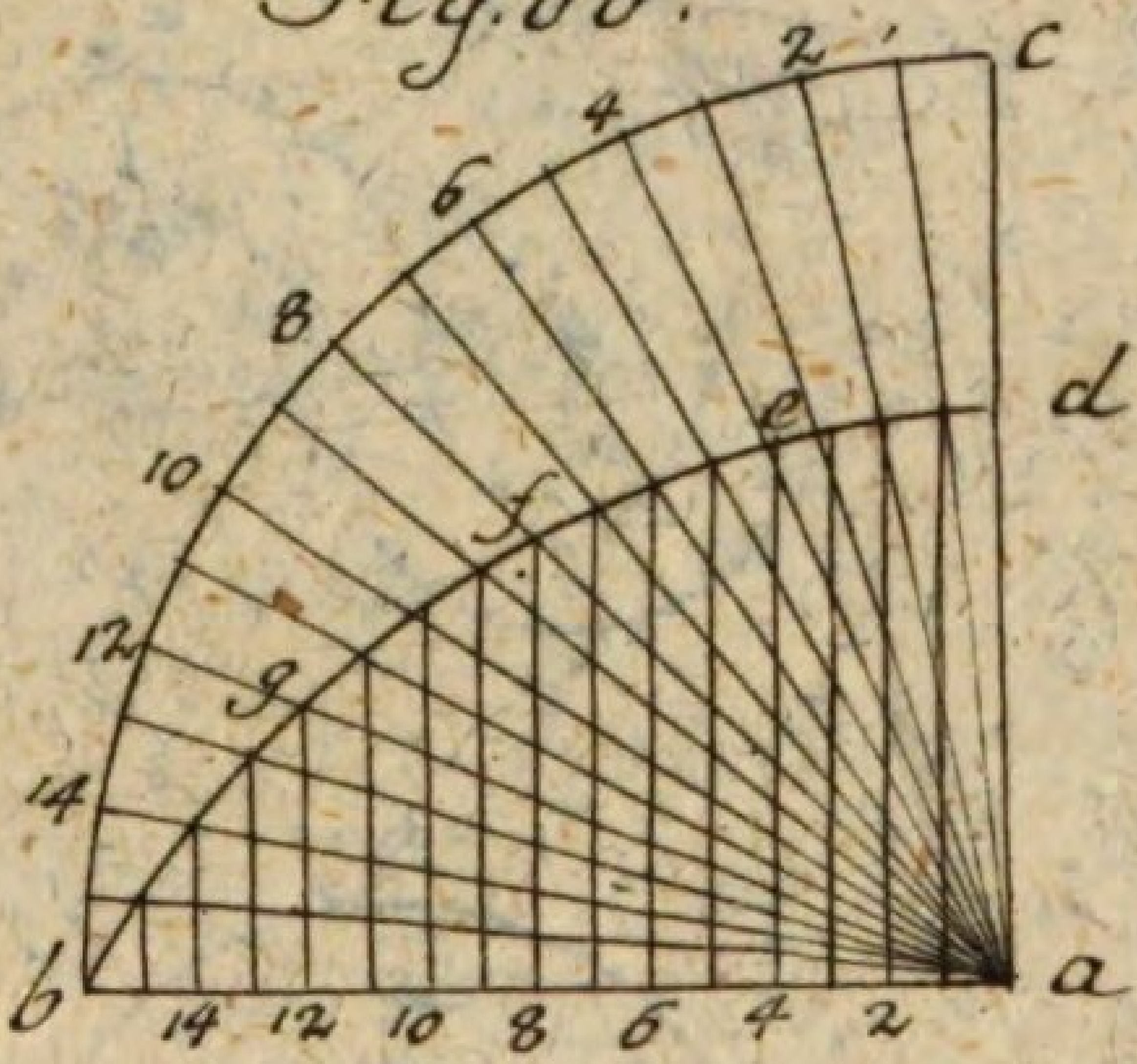


Fig. 61.

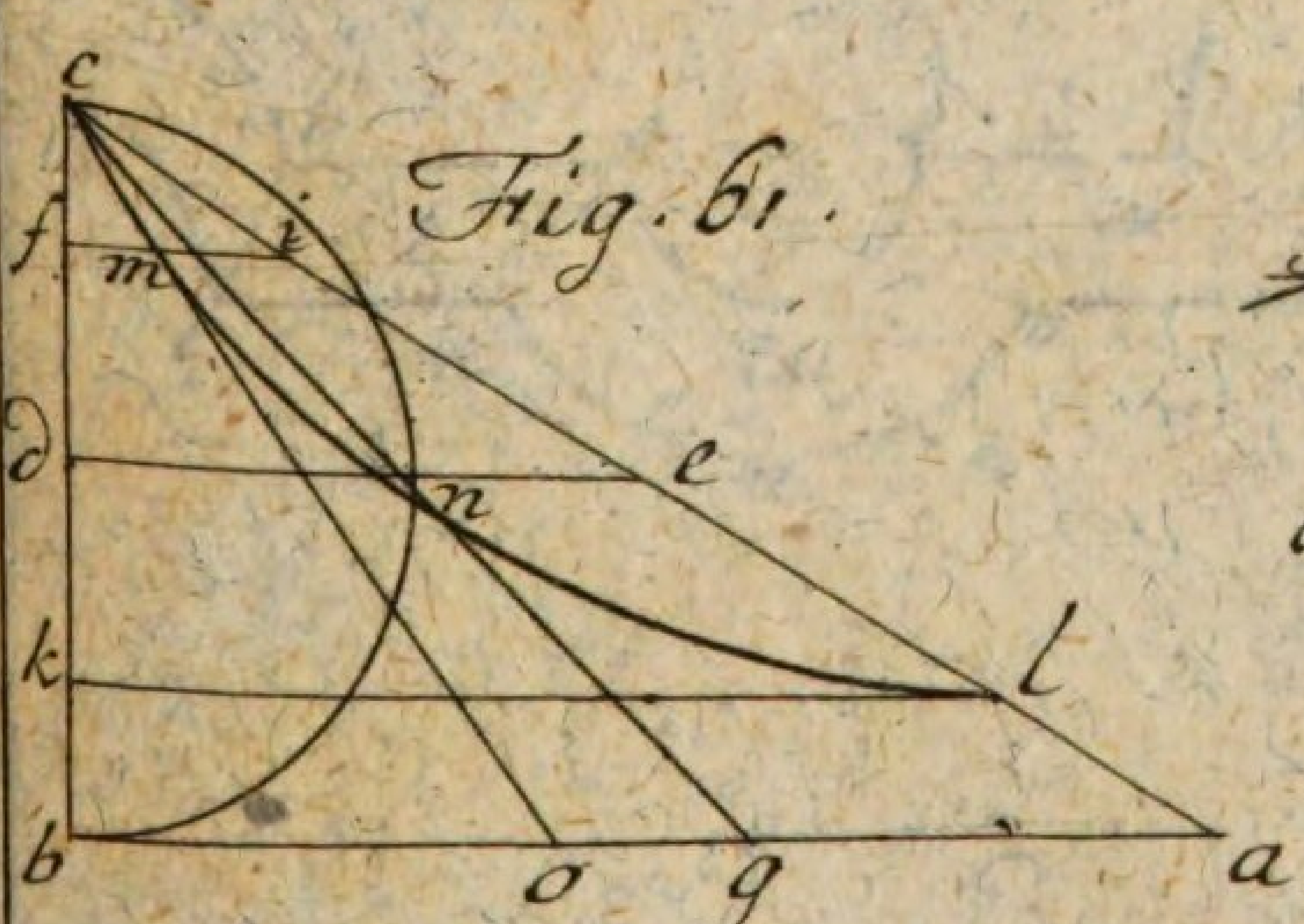


Fig. 62.

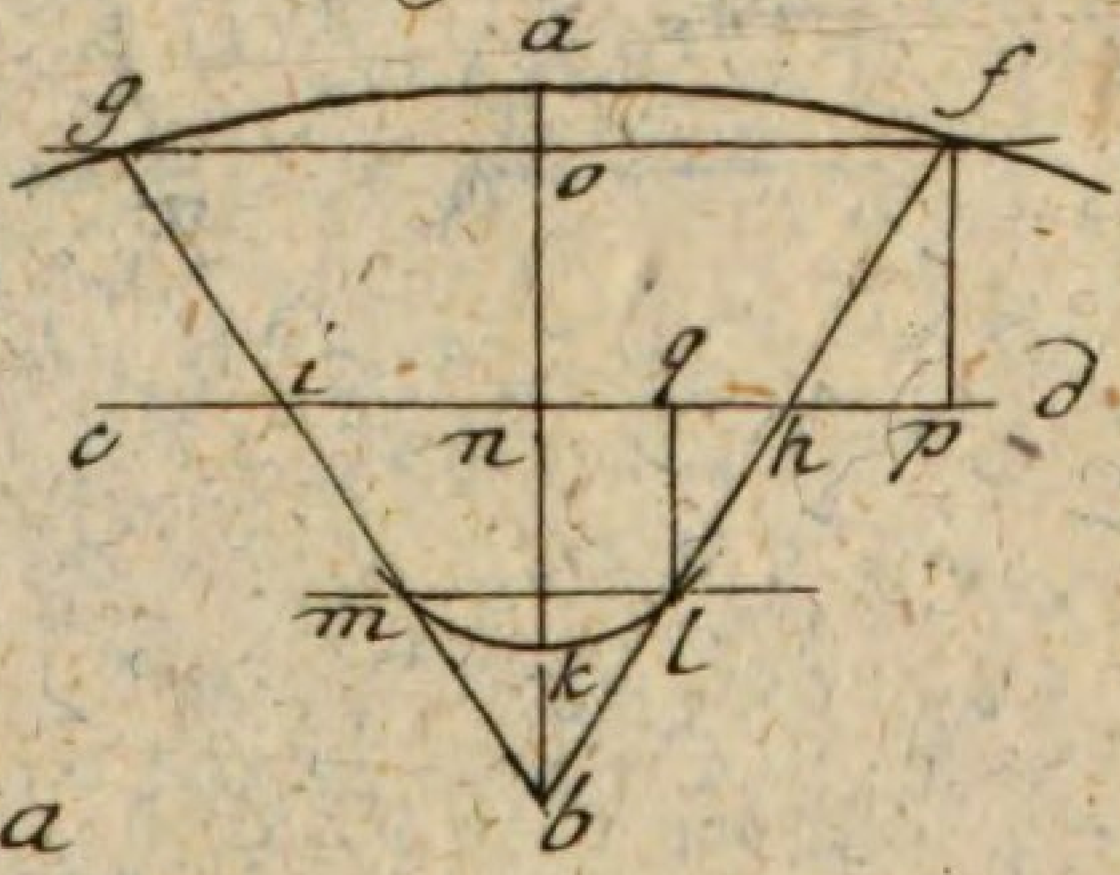


Fig. 63.

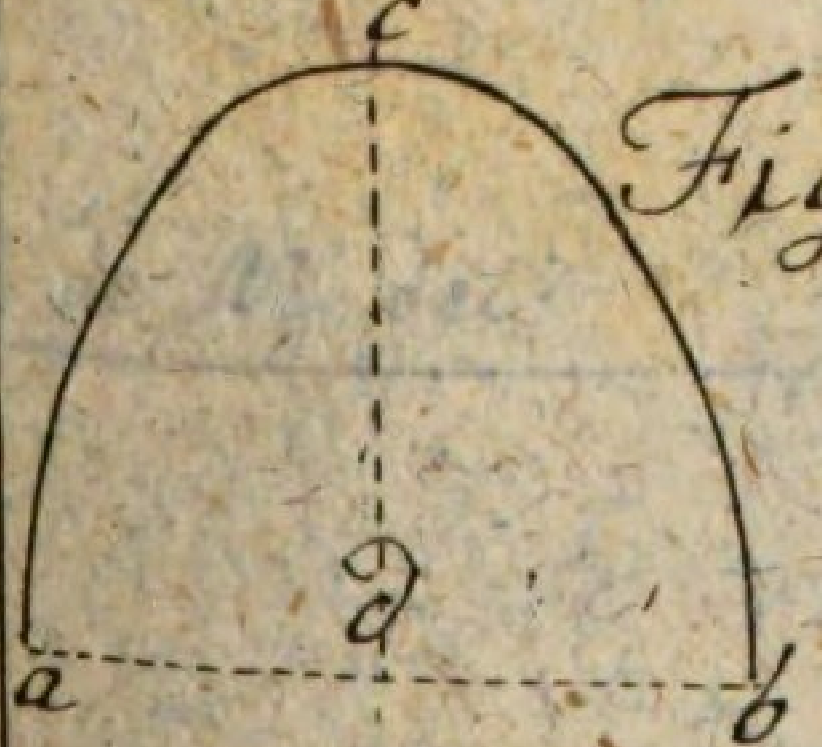
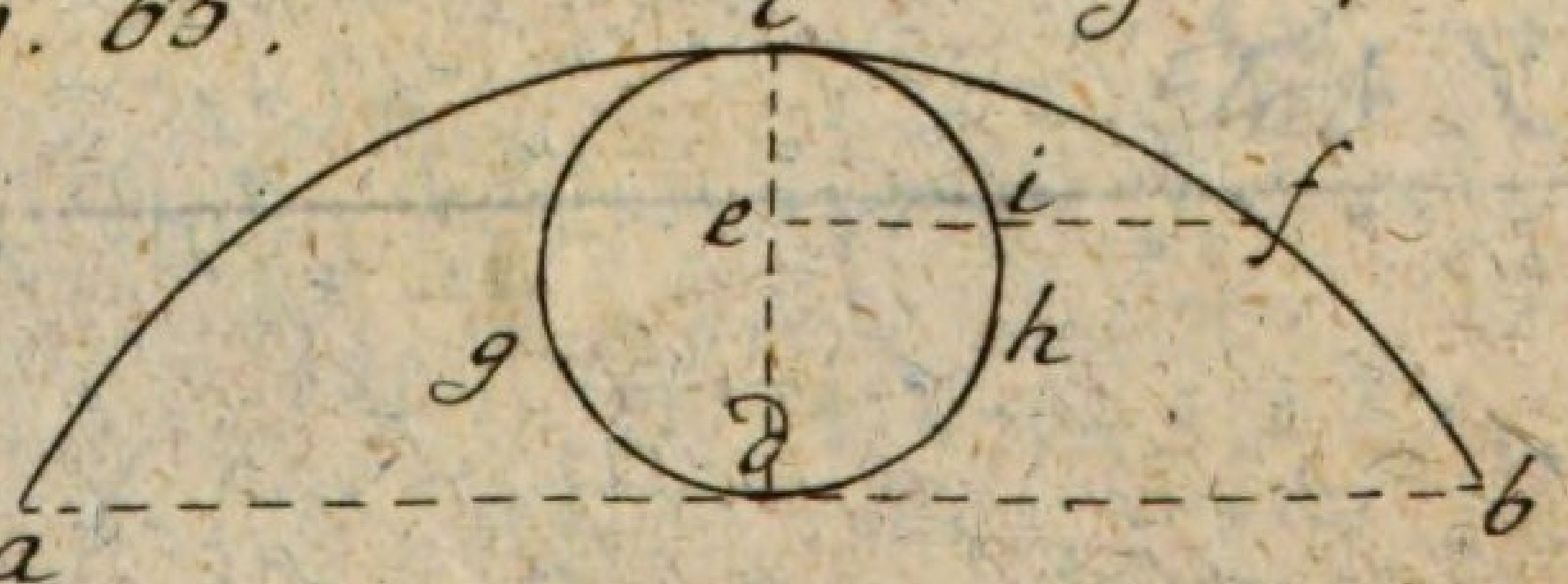


Fig. 64.



de M: del:

Tab. IV

Fig. 65.

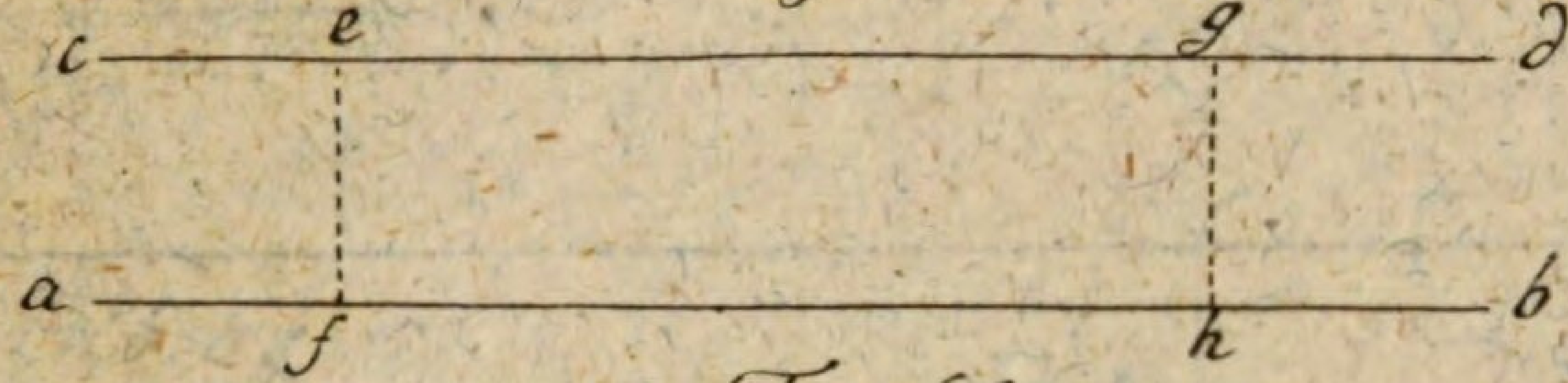


Fig. 66.

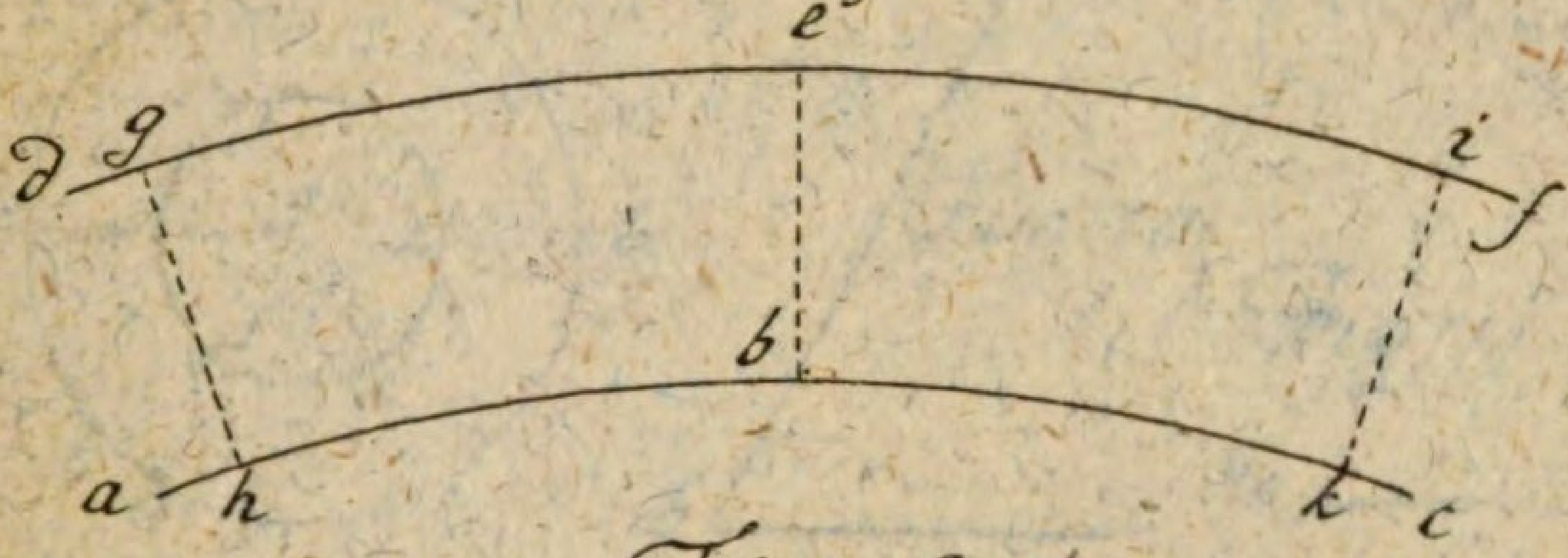


Fig. 67.

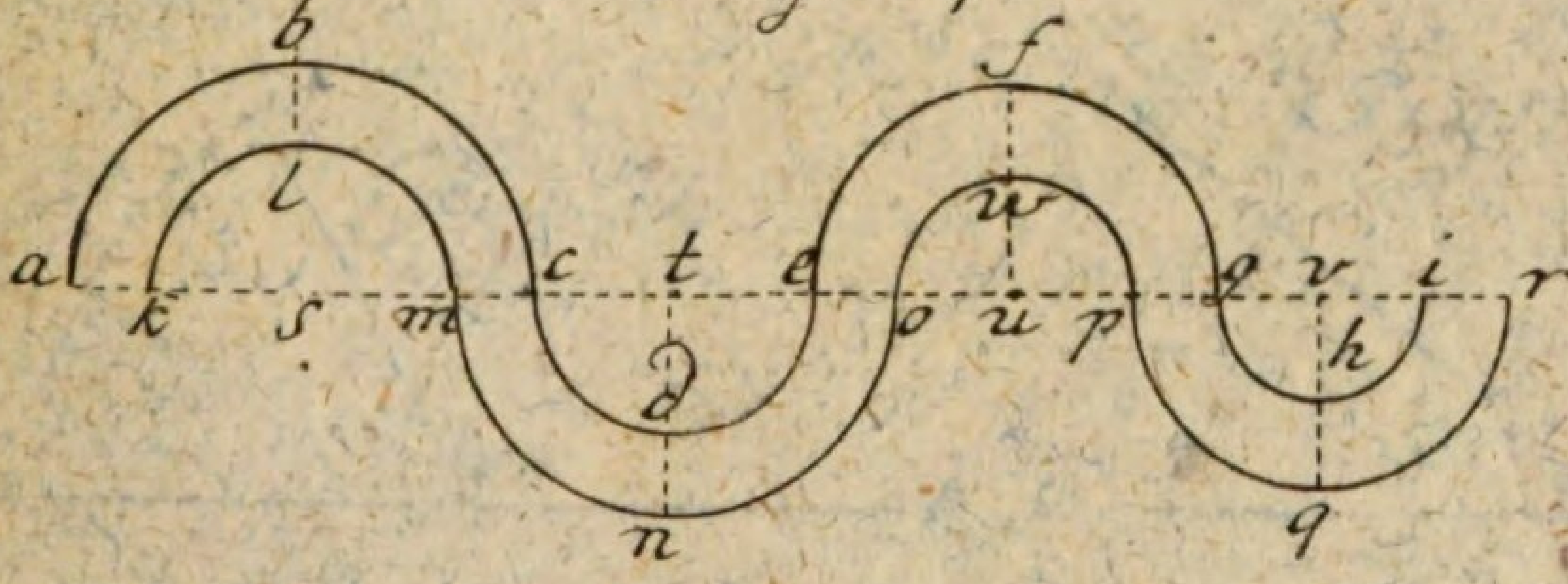
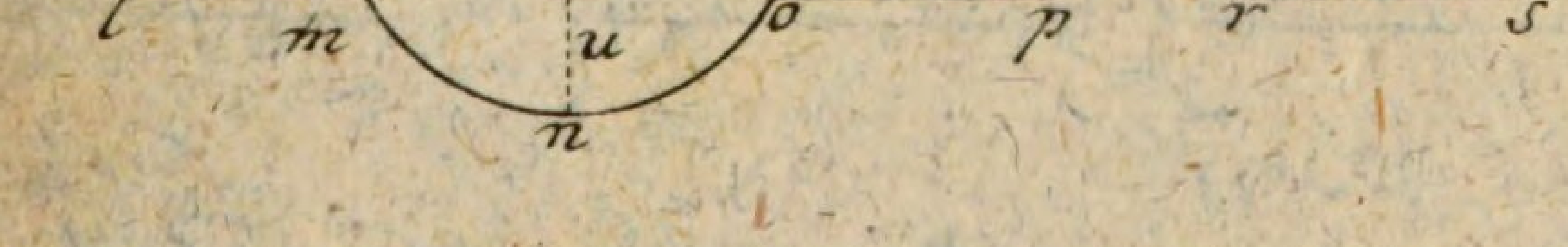


Fig. 68



de M. del: Tab X

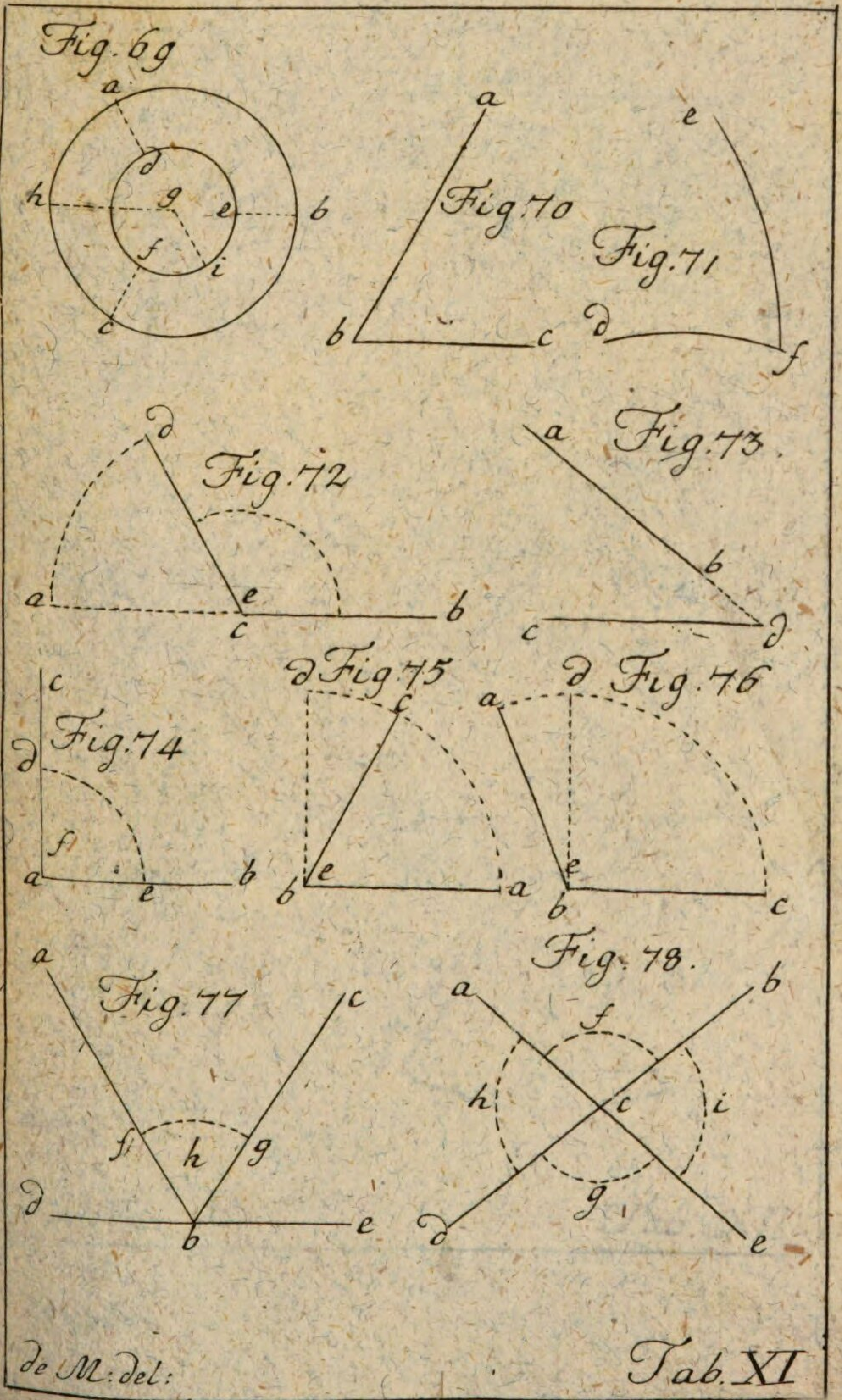


Fig. 69
a b c d e f g h i
Fig. 70
a b c
Fig. 71
d e f
Fig. 72
a b c d e
Fig. 73
a b c d
Fig. 74
a b c d e f
Fig. 75
a b c d e
Fig. 76
a b c d e
Fig. 77
a b c d e f g h
Fig. 78.
a b c d e f g h i
de M: del:
Tab. XI

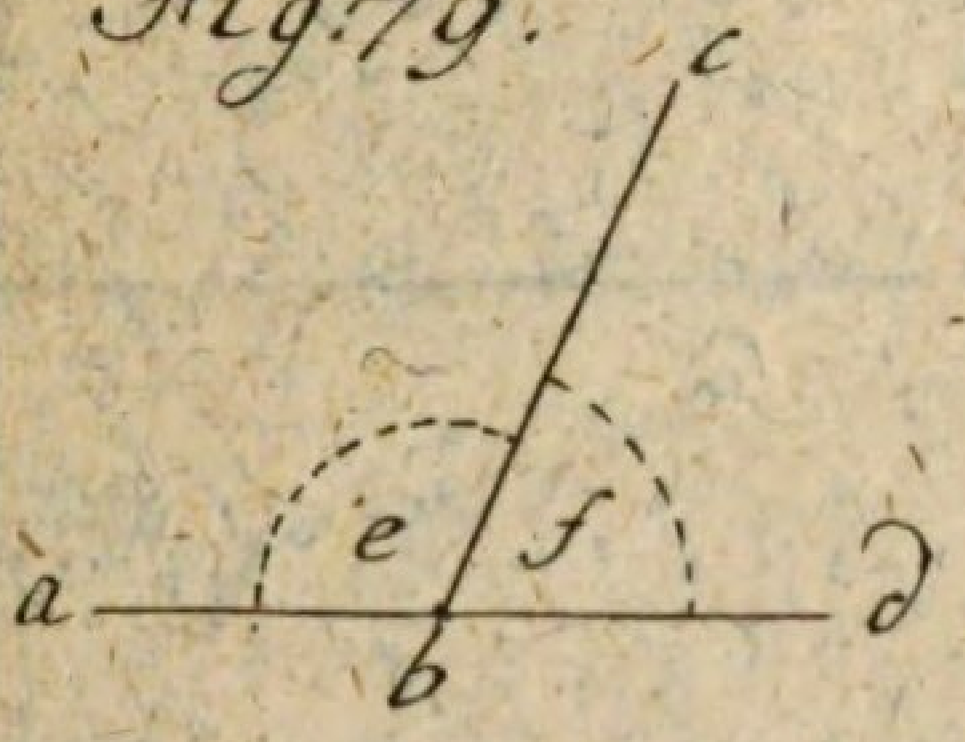


Fig: 79.

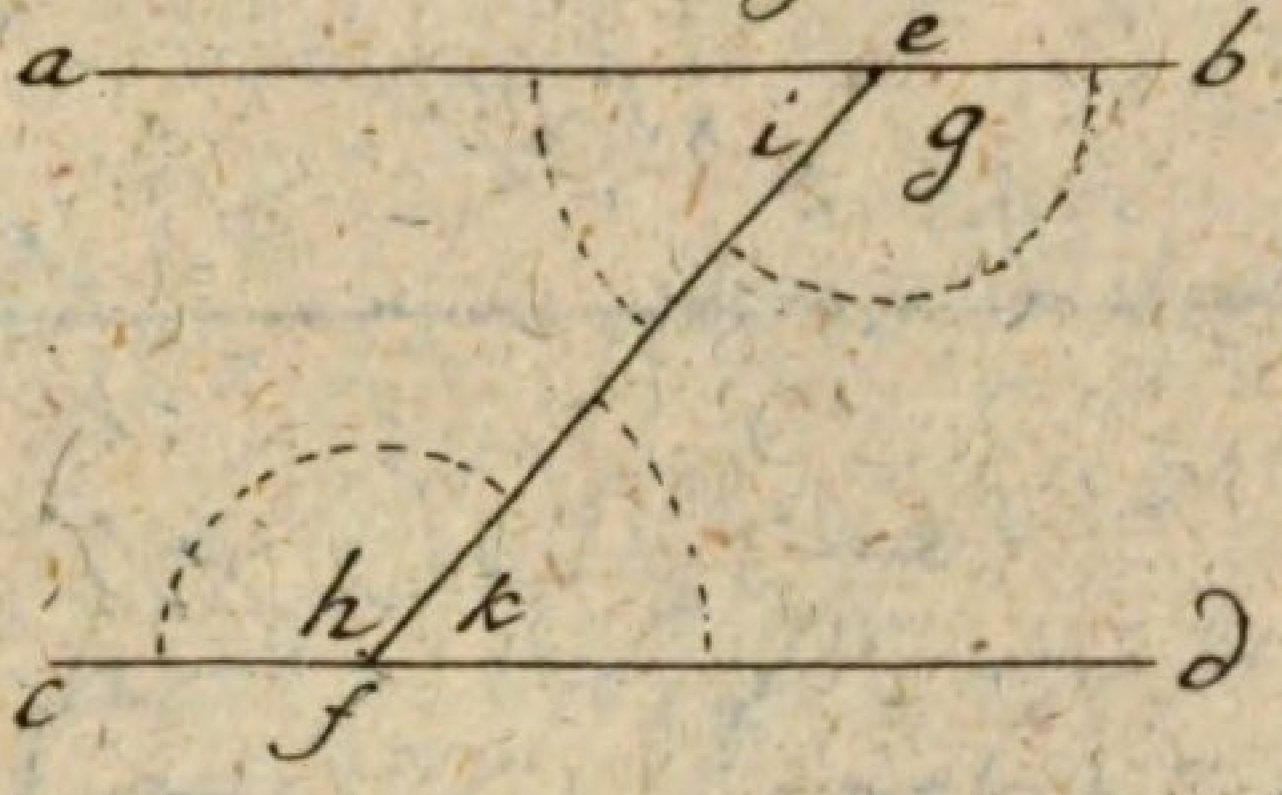


Fig 80

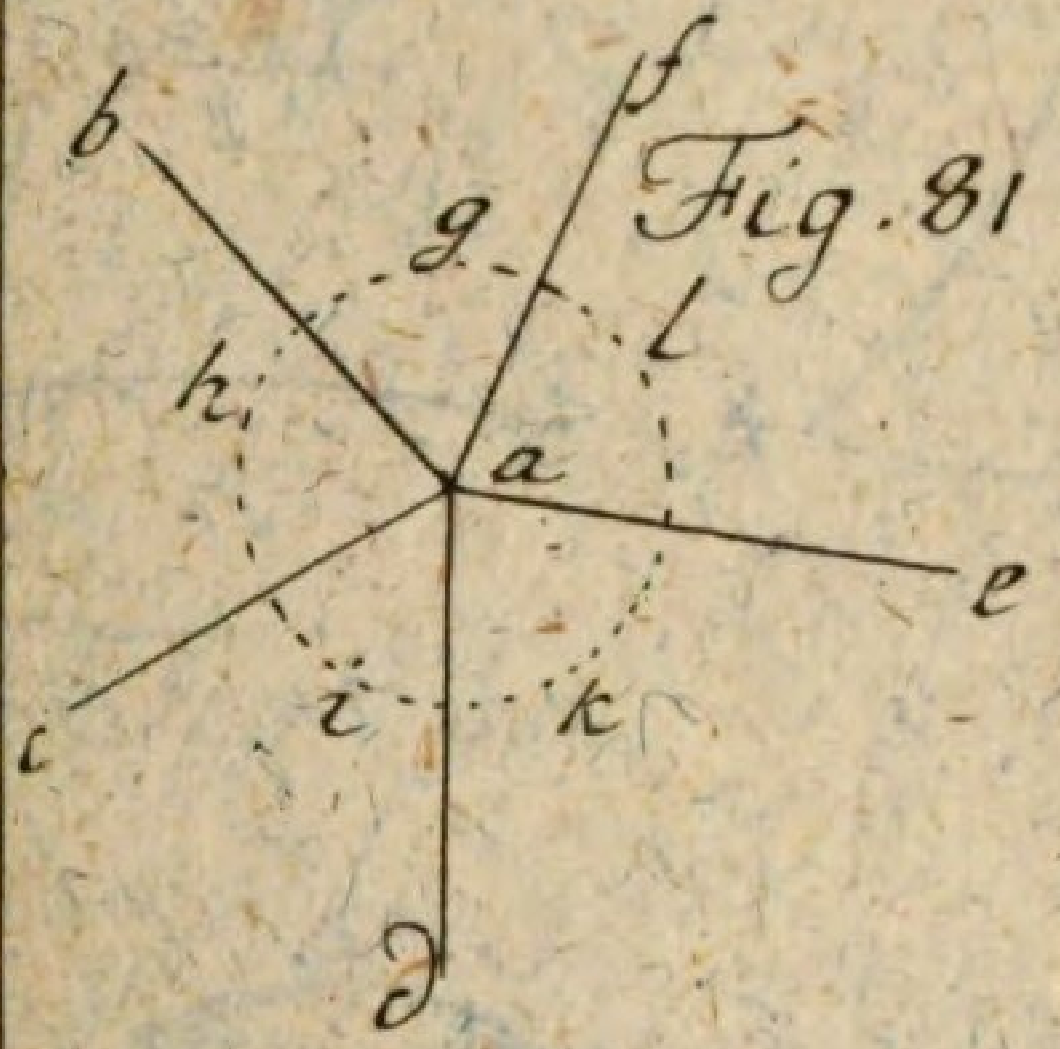


Fig. 81

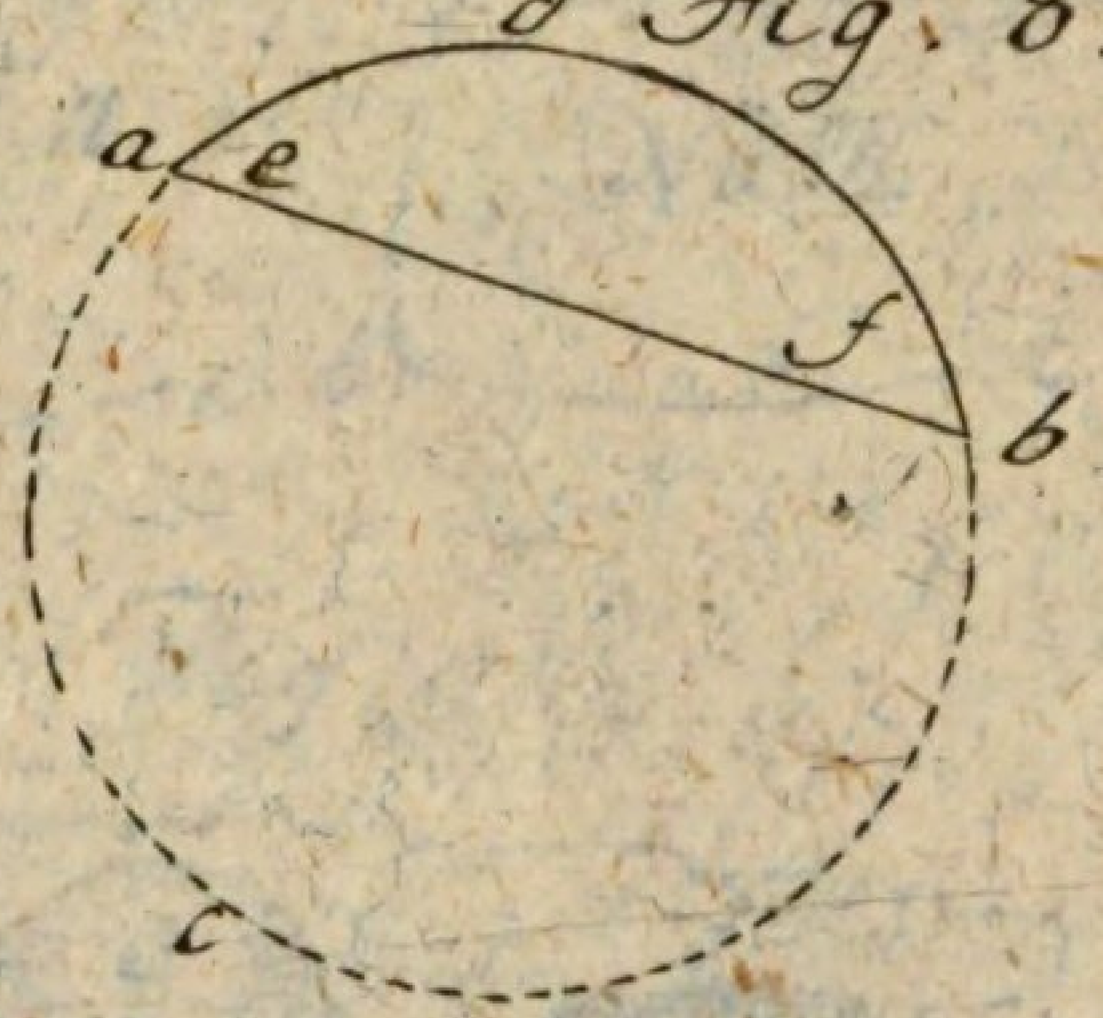


Fig. 82

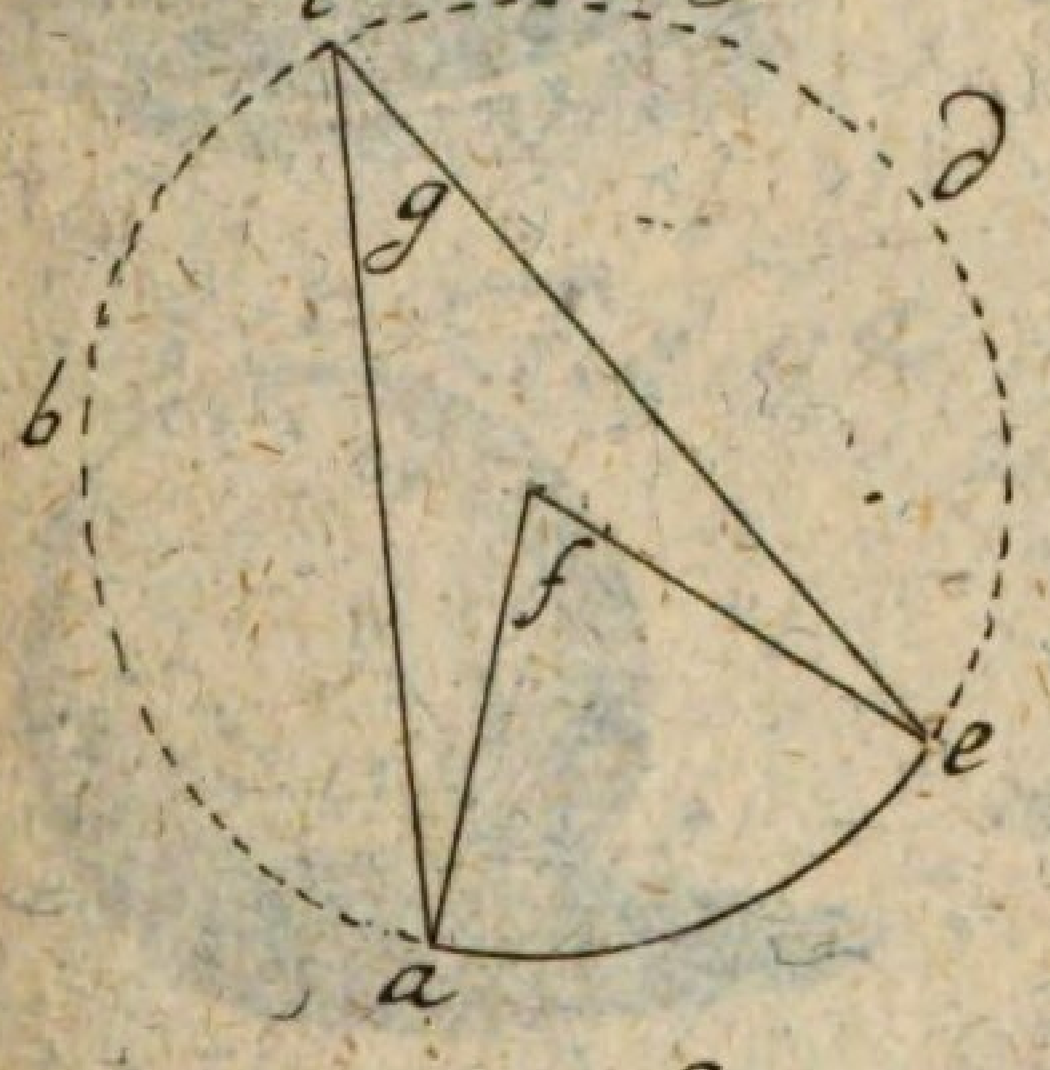


Fig. 83

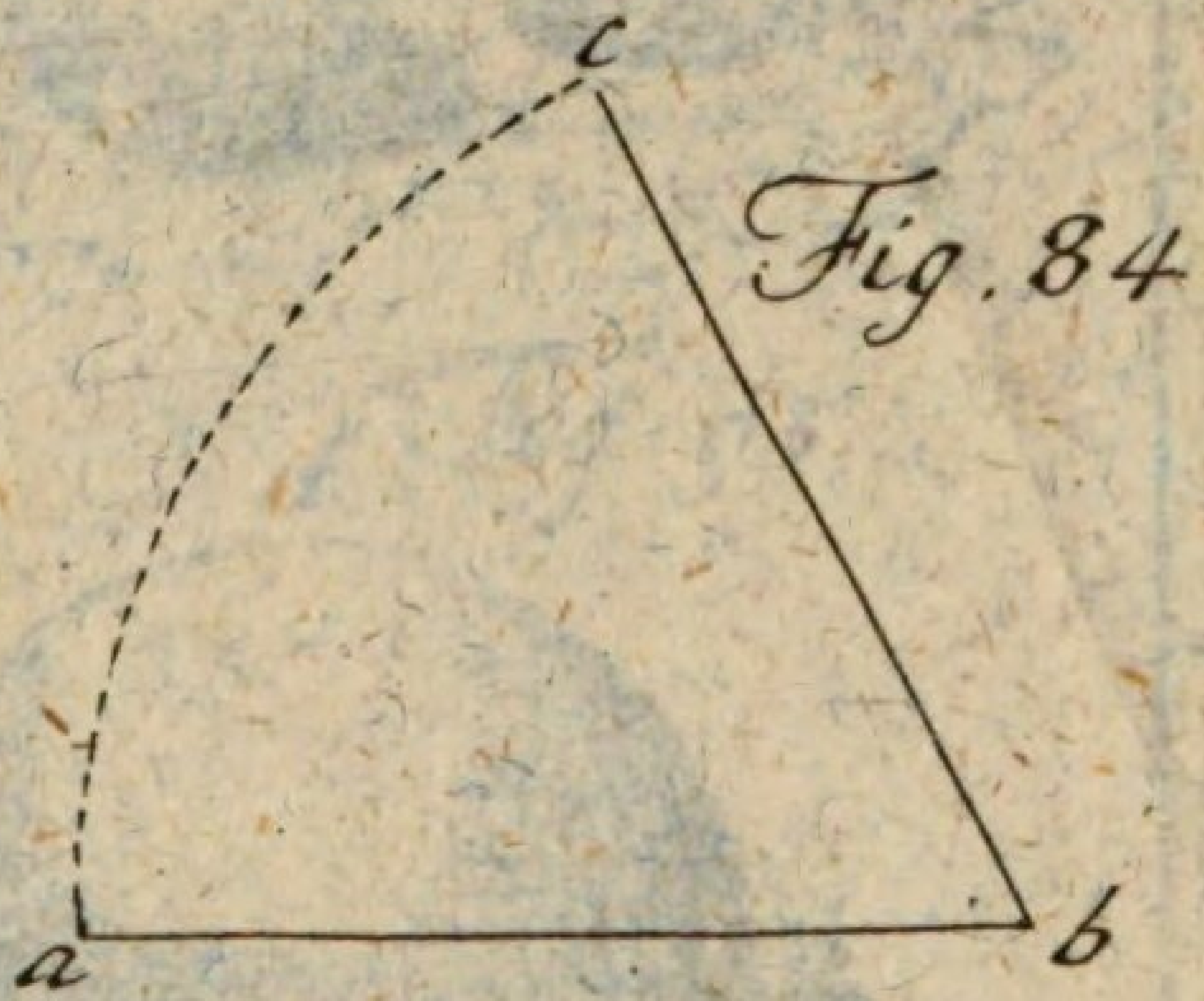


Fig. 84

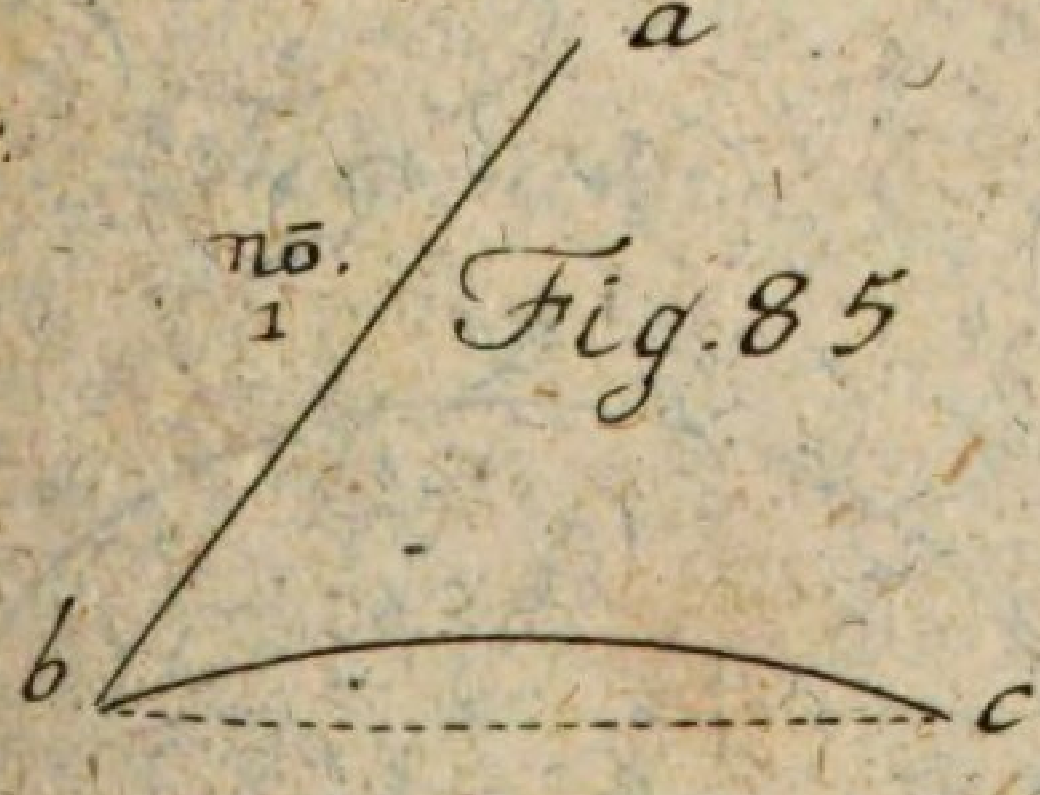


Fig. 85

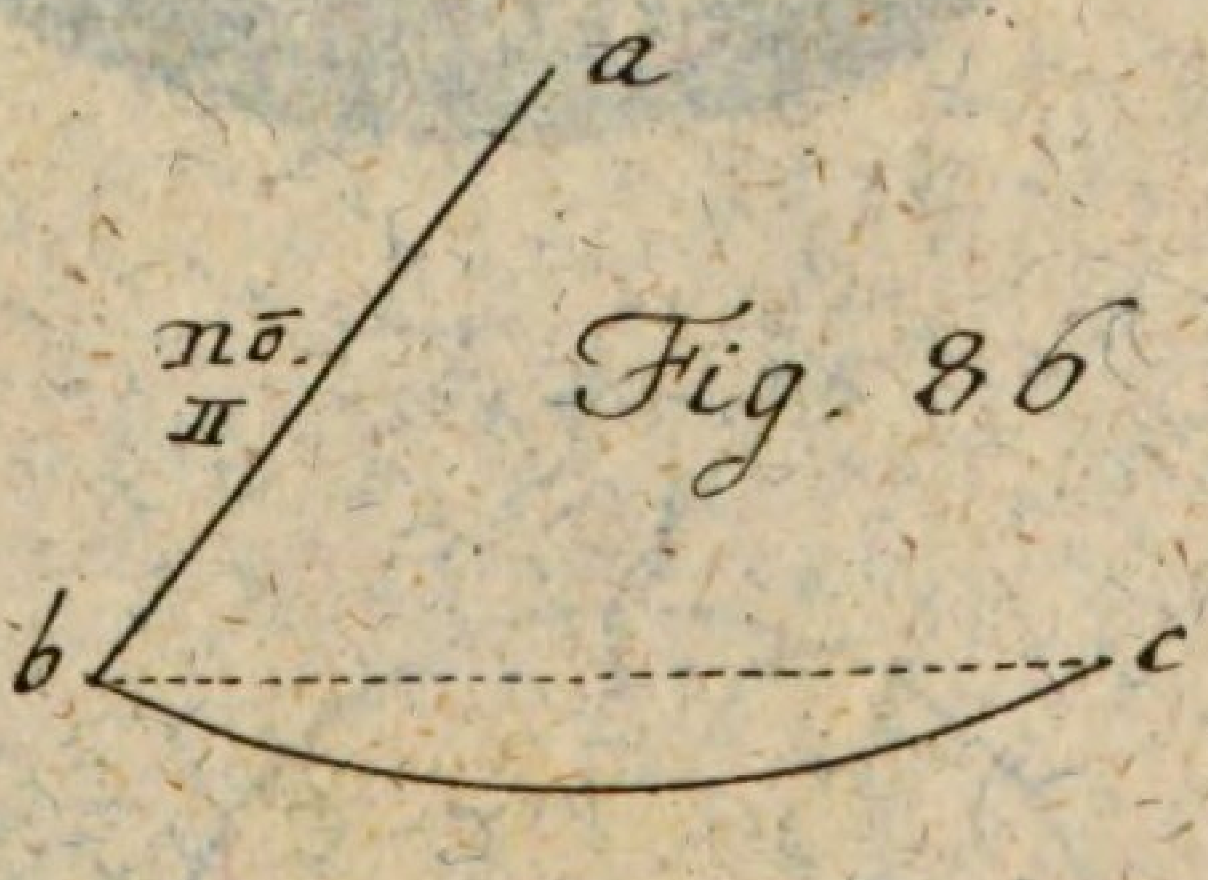


Fig. 86

de M: del:

Tab. XII

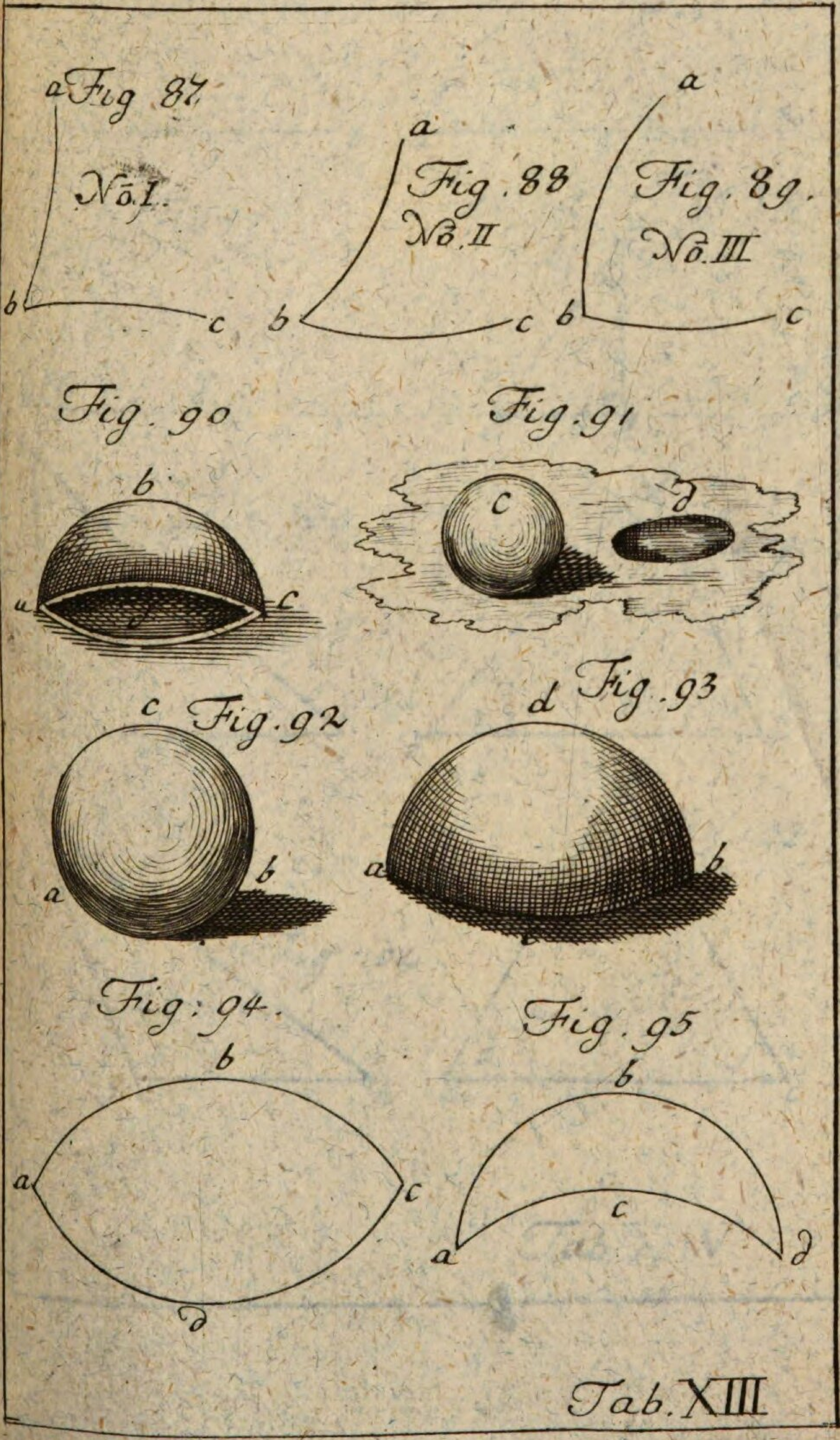


Fig 87.
No. I.
a
b
c
Fig. 88
No. II
a
b
c
Fig. 89.
No. III
a
b
c
Fig. 90
b
a
c
Fig. 91
c
d
Fig. 92
c
a
b
Fig. 93
d
a
b
Fig: 94.
b
a
c
d
Fig. 95
b
c
a
d
Tab. XIII

Fig. 96

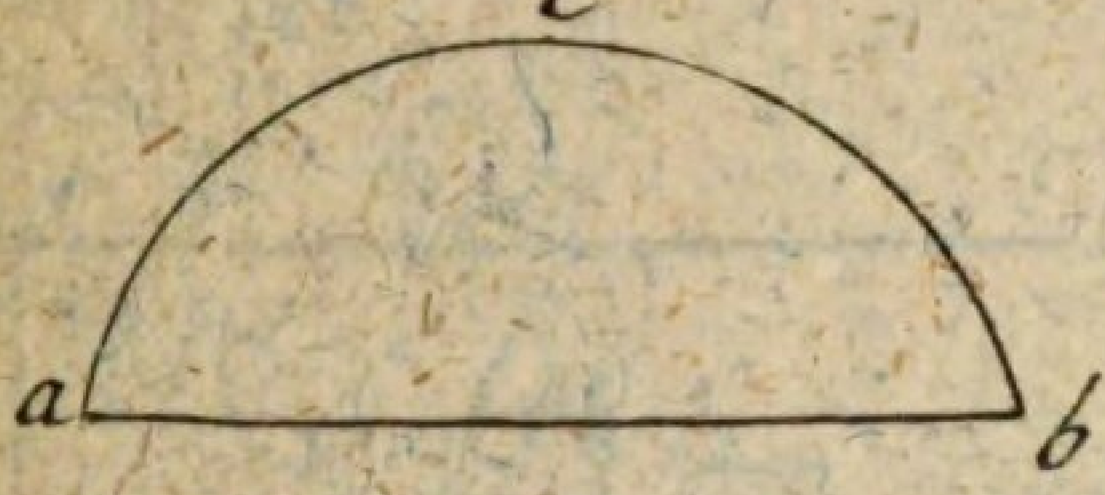


Fig. 97.

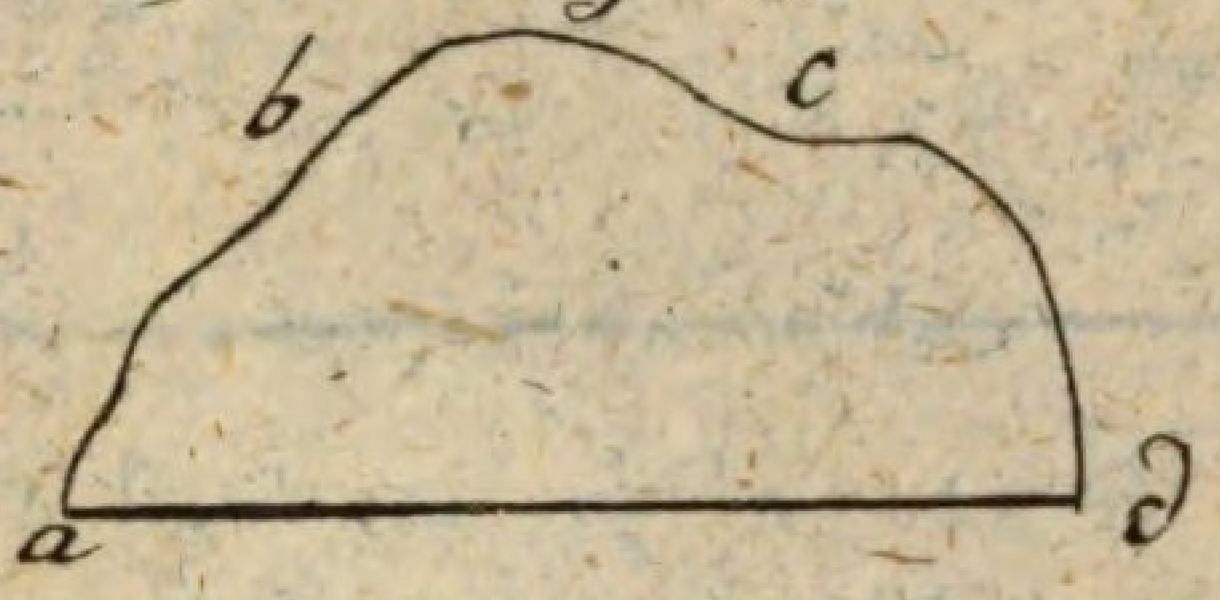


Fig. 98

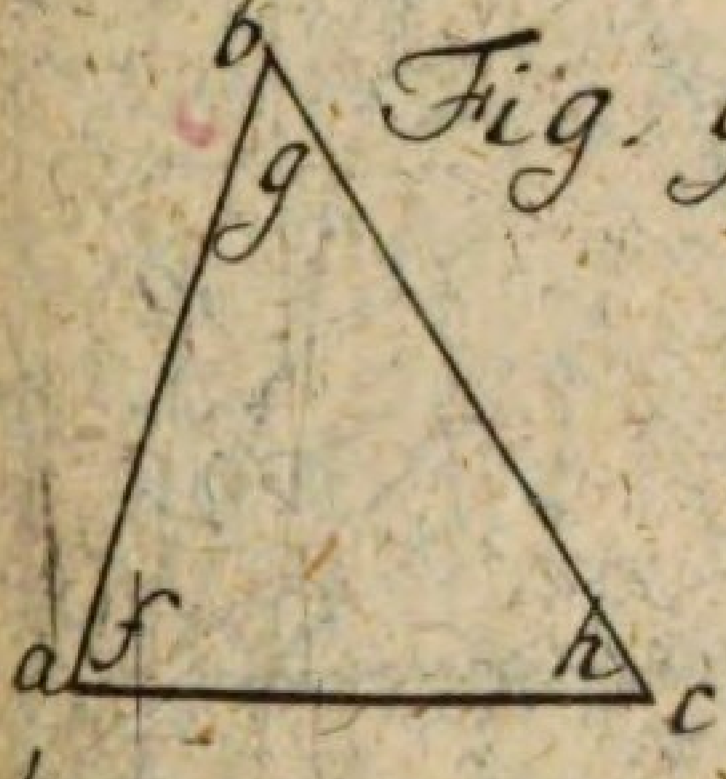


Fig. 99

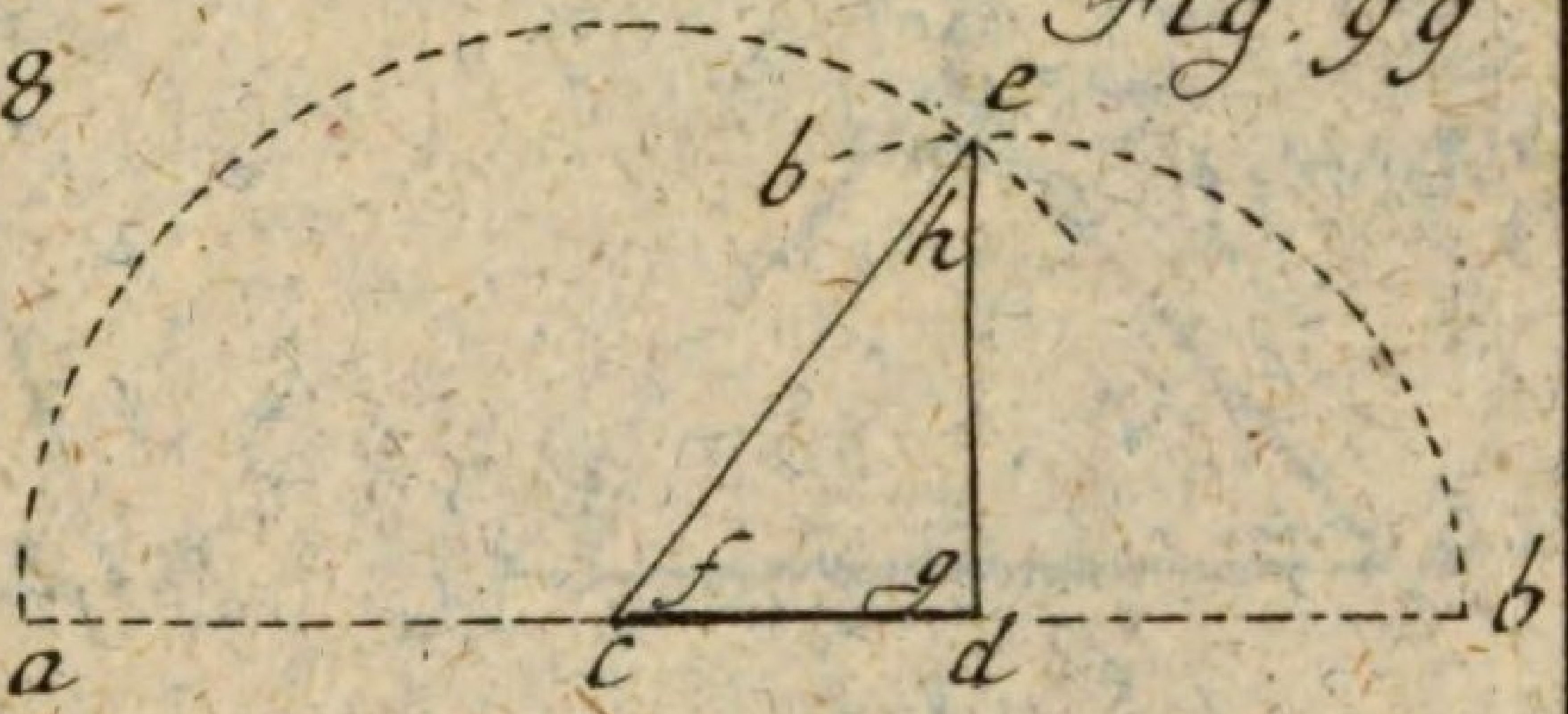


Fig. 100

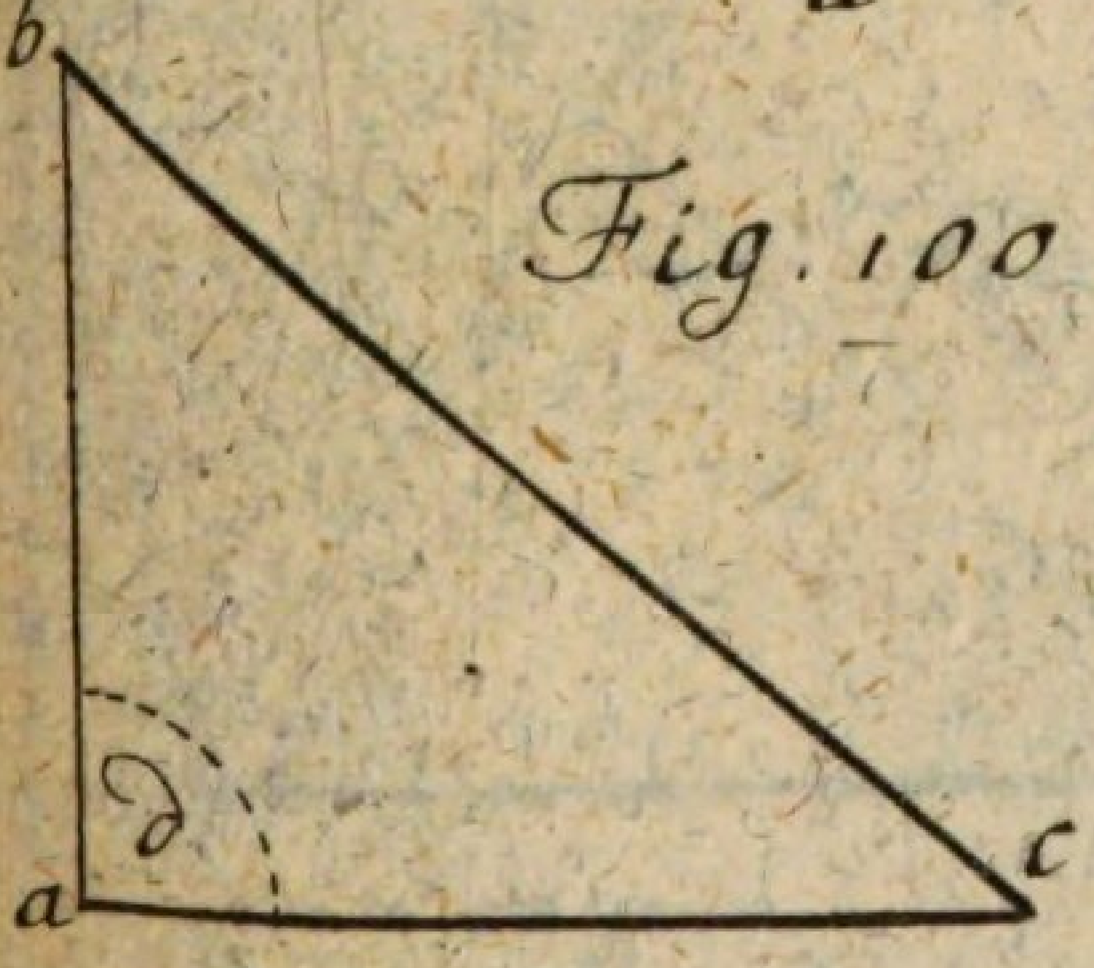


Fig. 101.

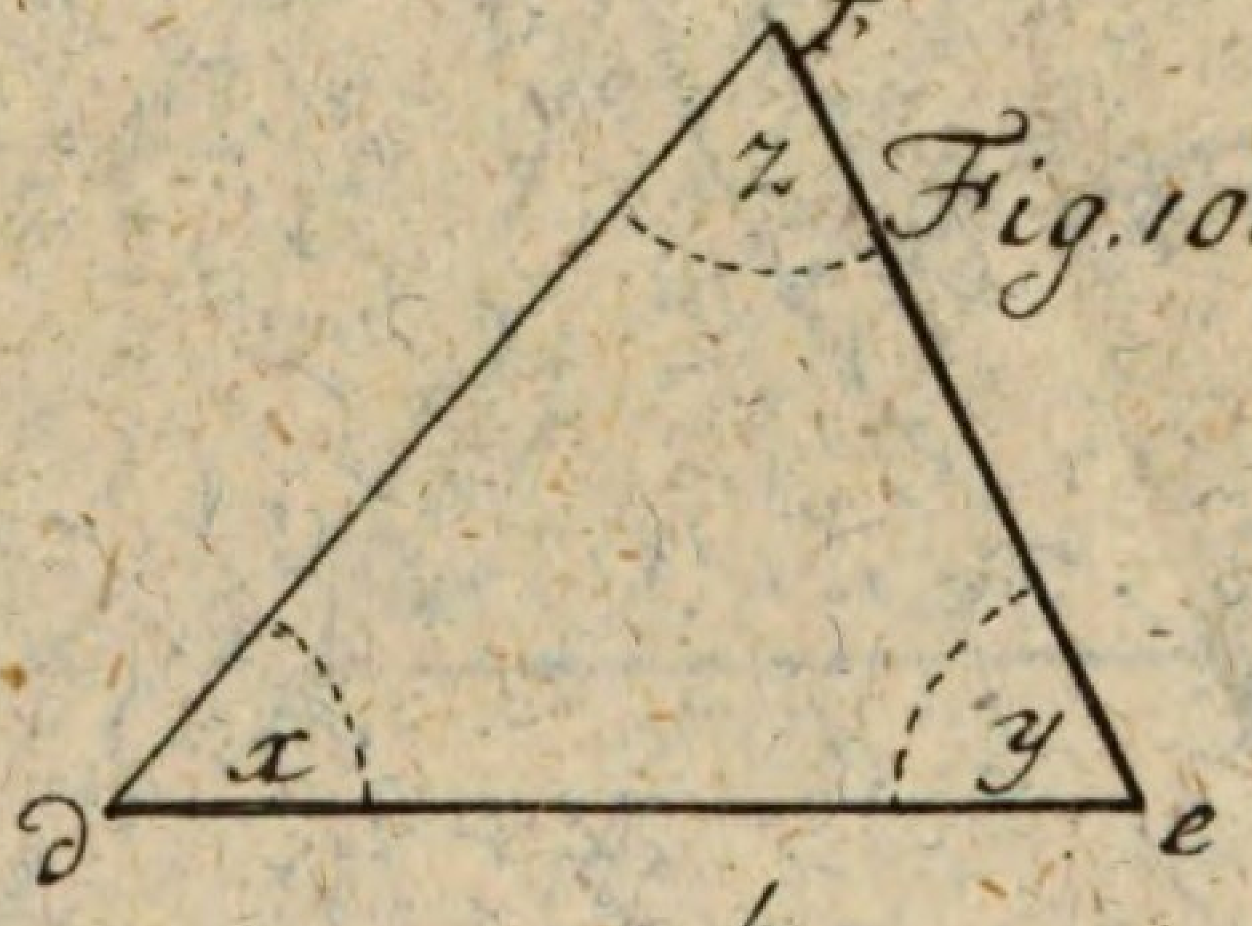


Fig. 102

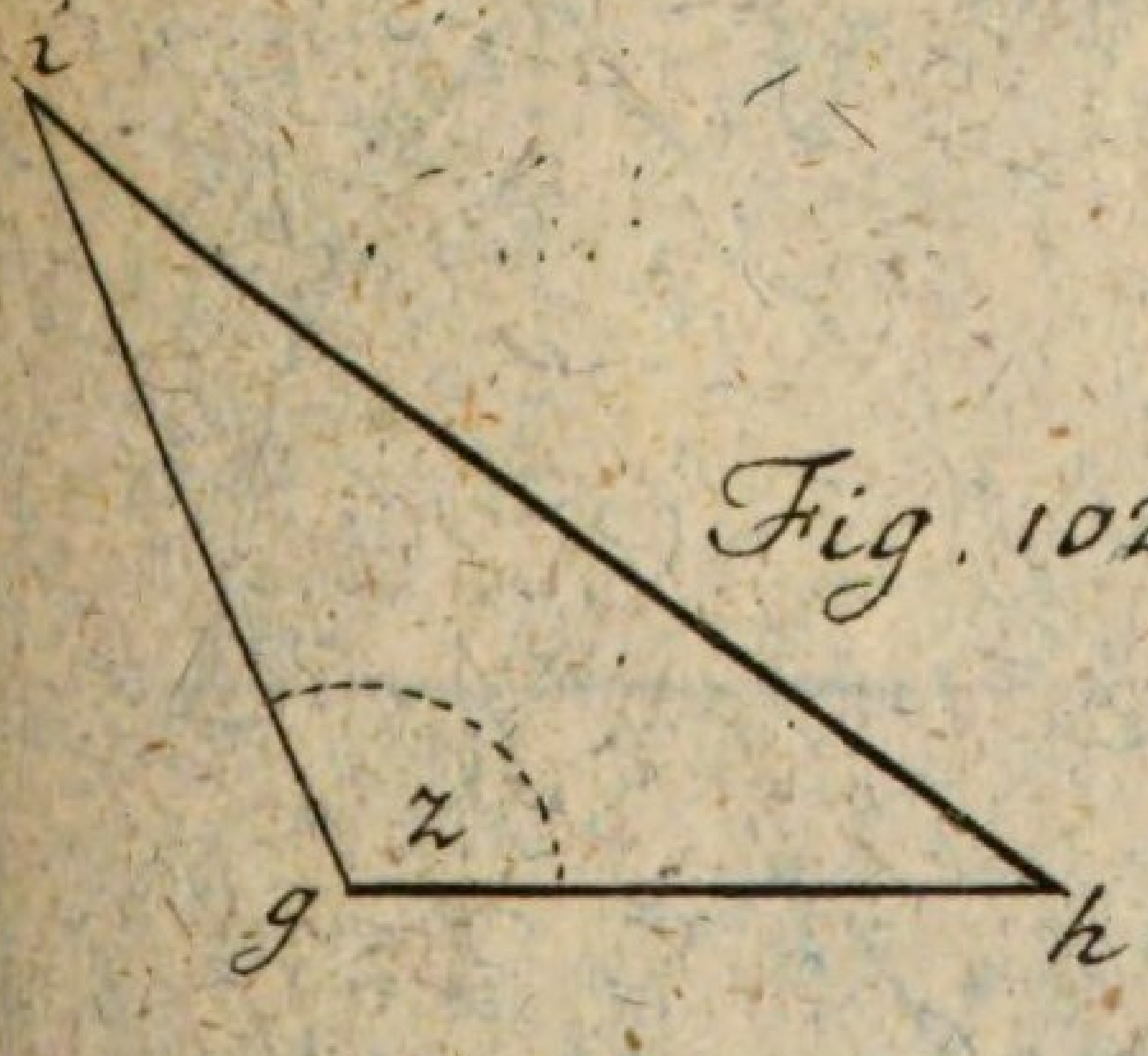
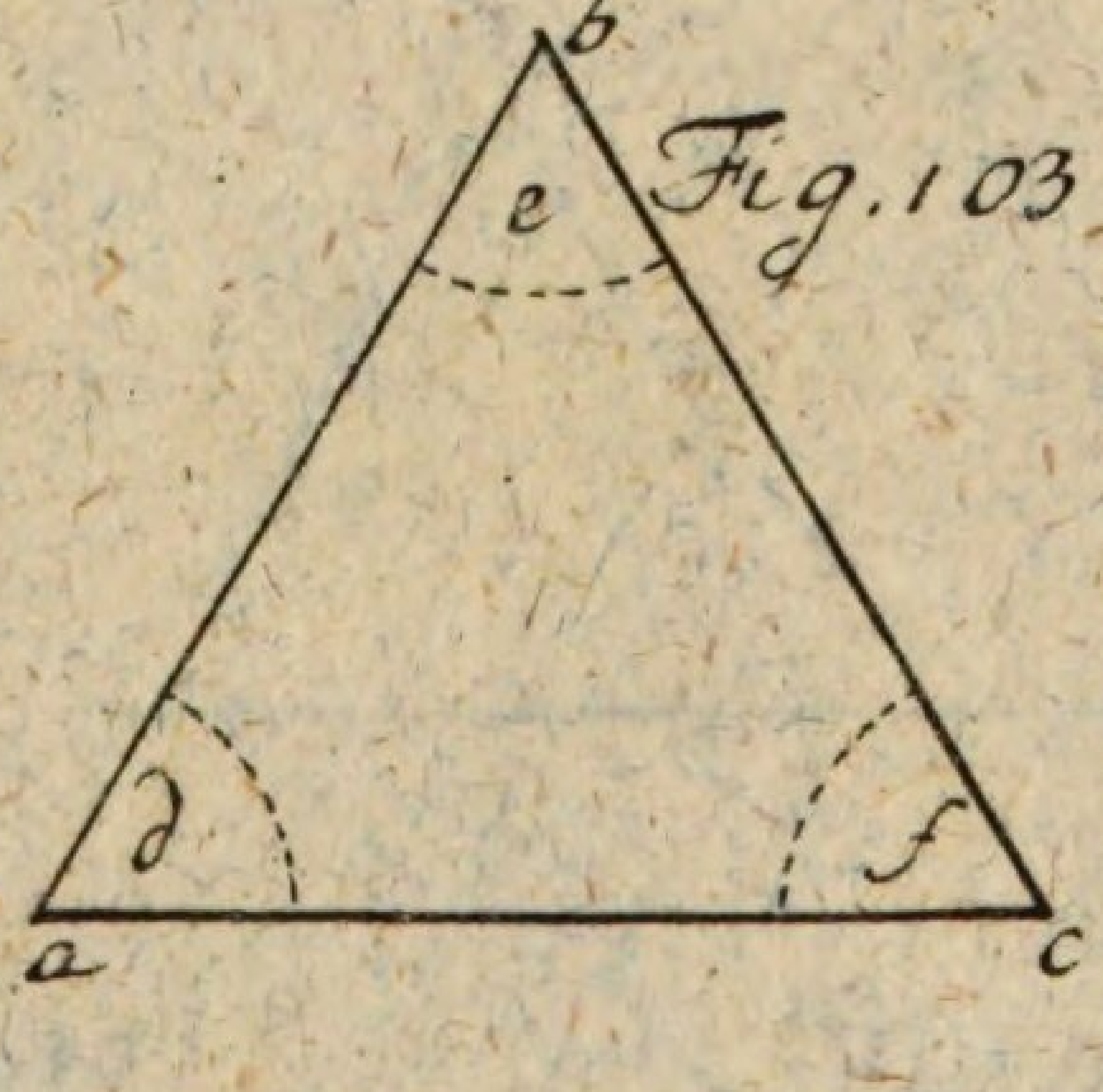
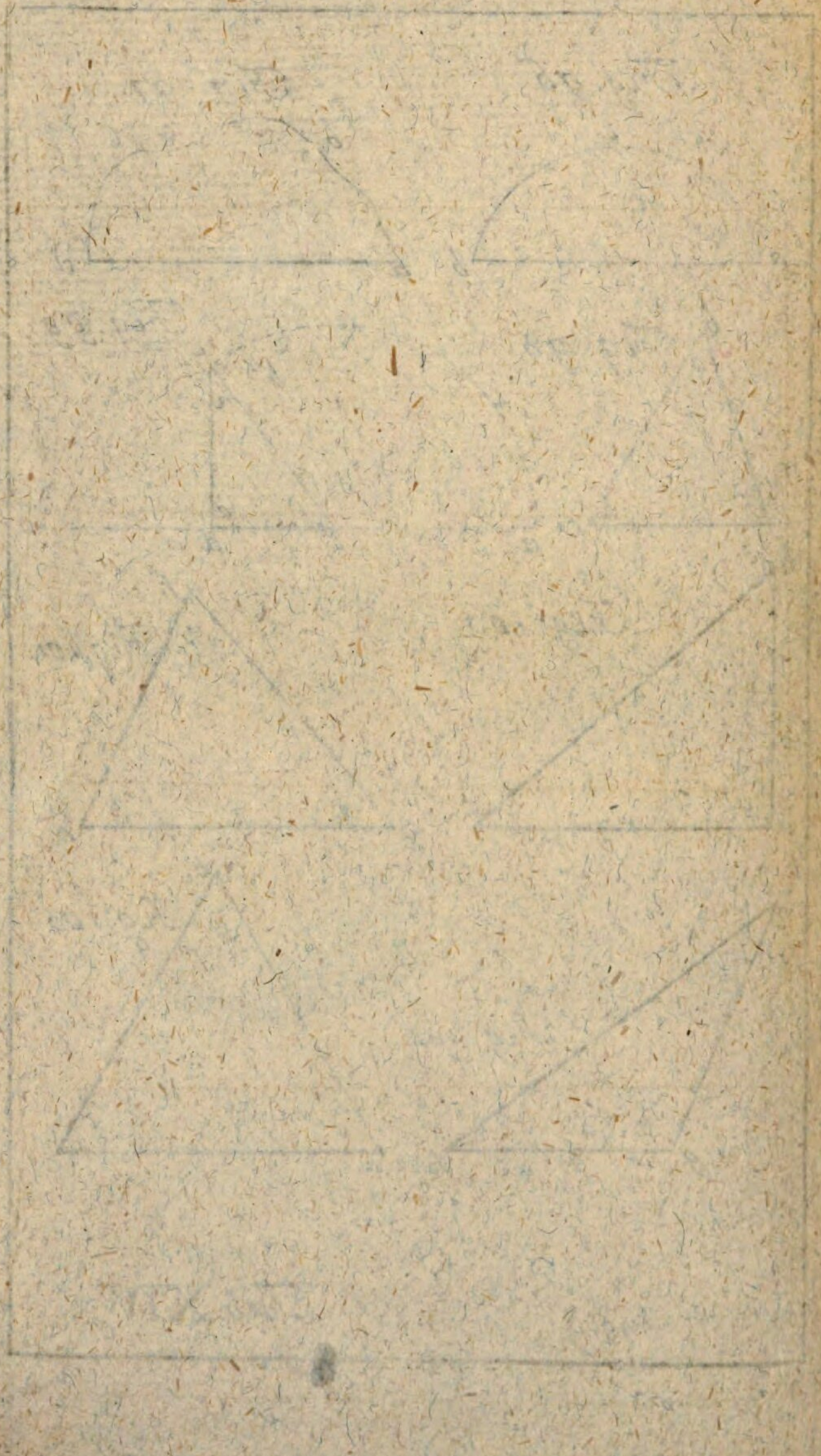


Fig. 103



Tab. XIV



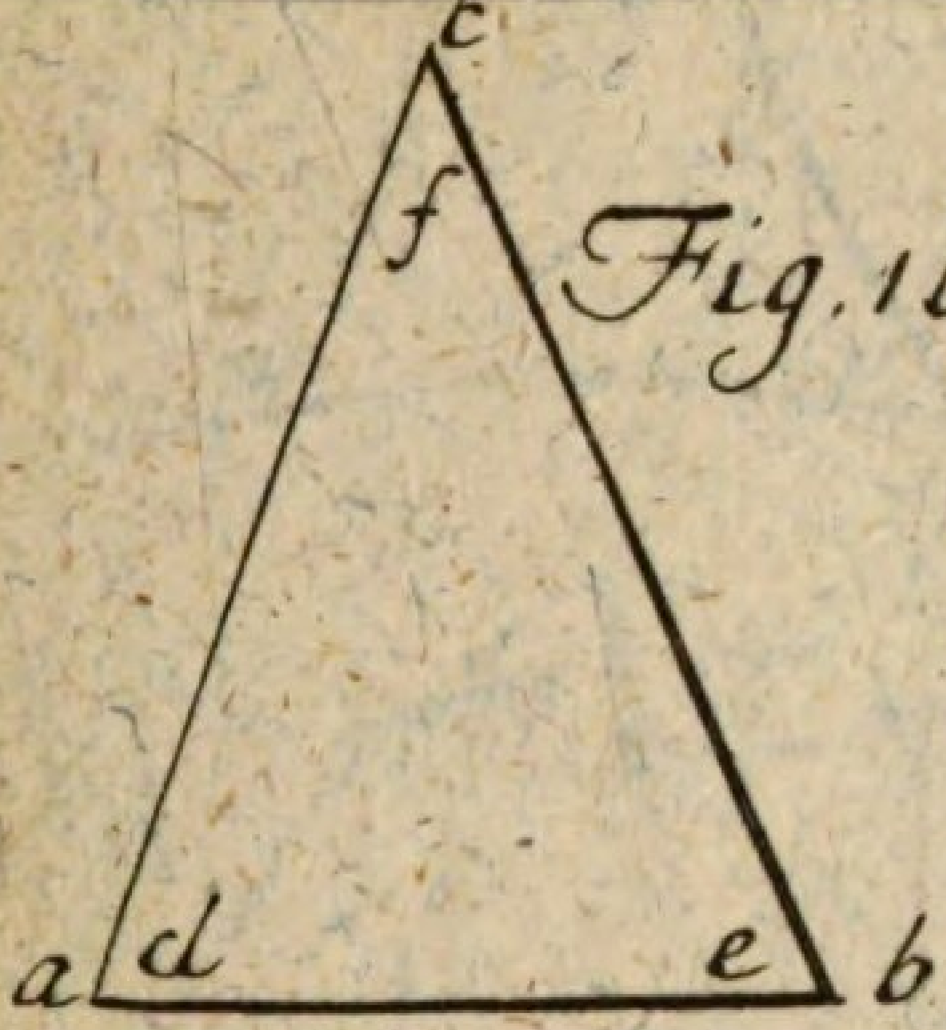


Fig. 104

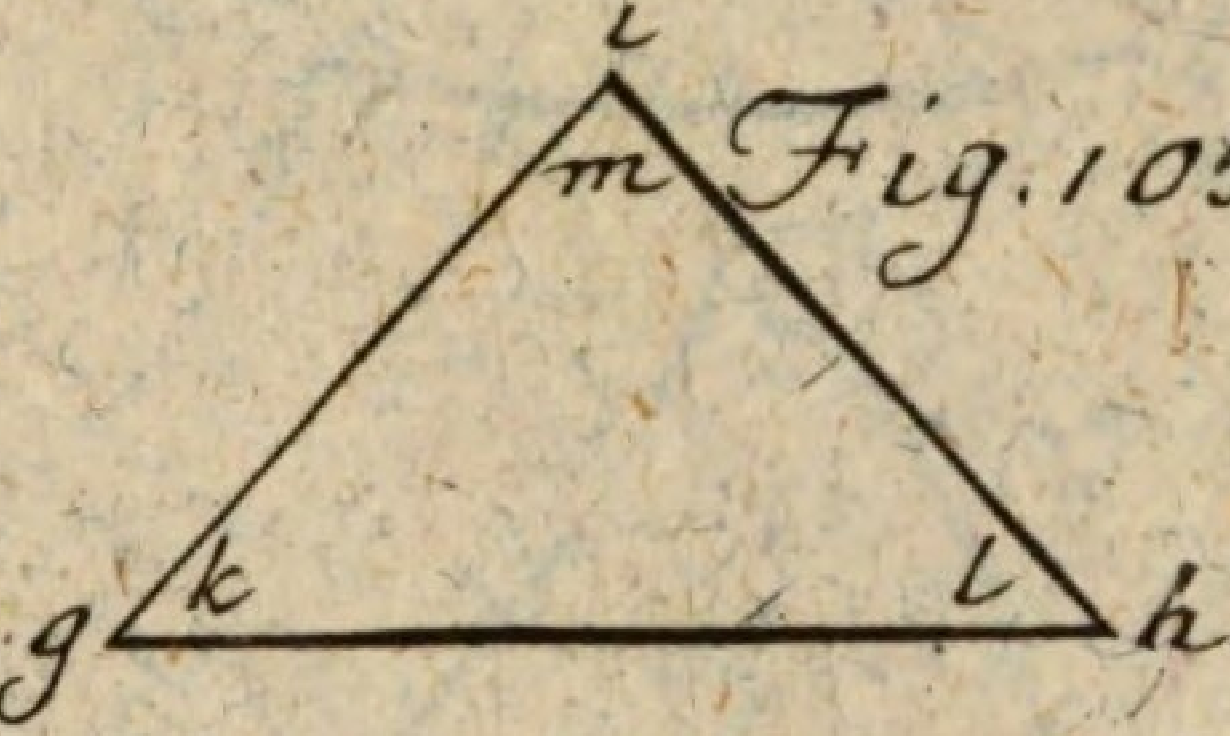


Fig. 105.

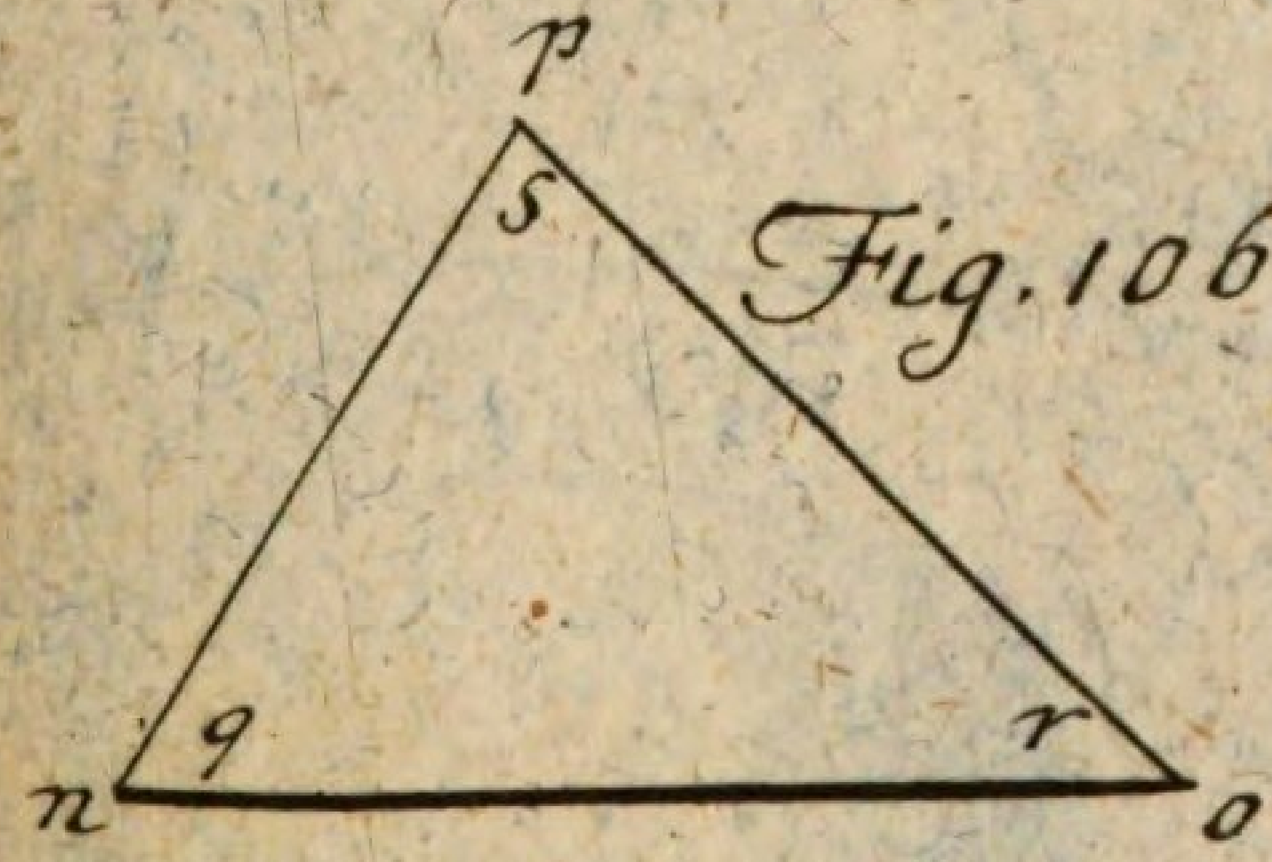


Fig. 106

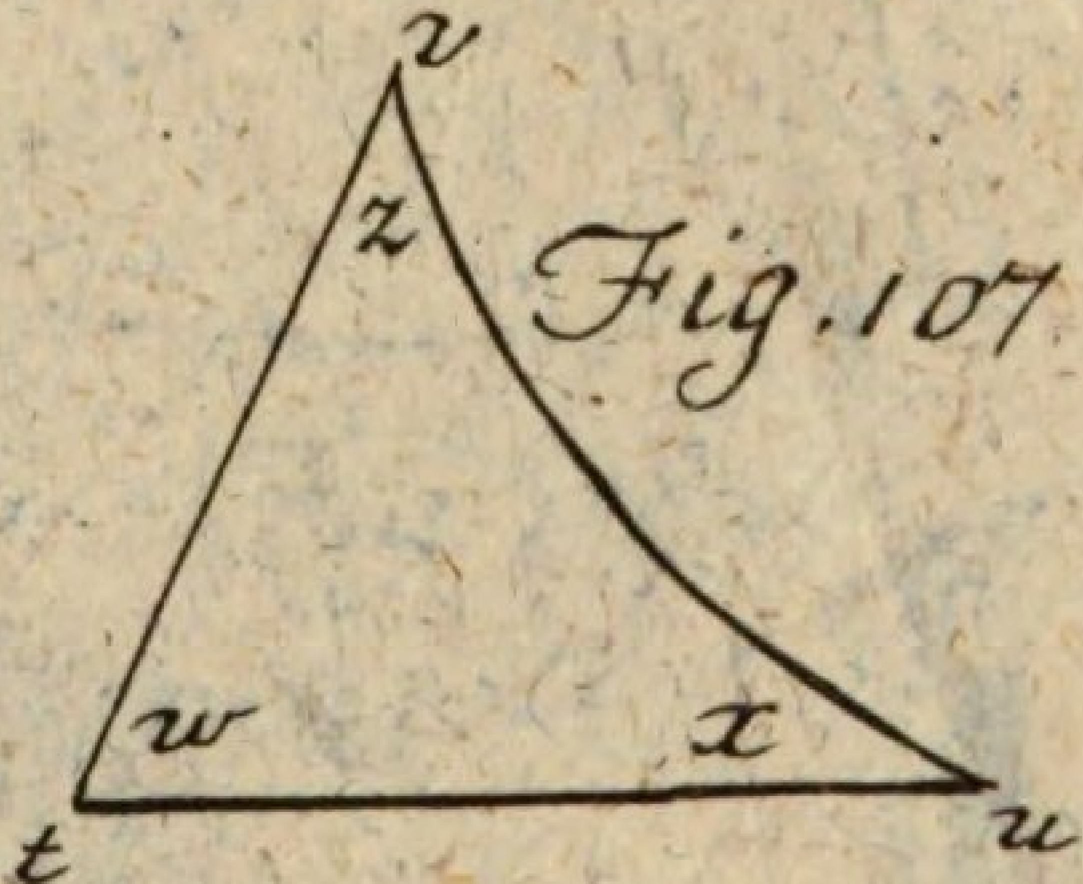


Fig. 107

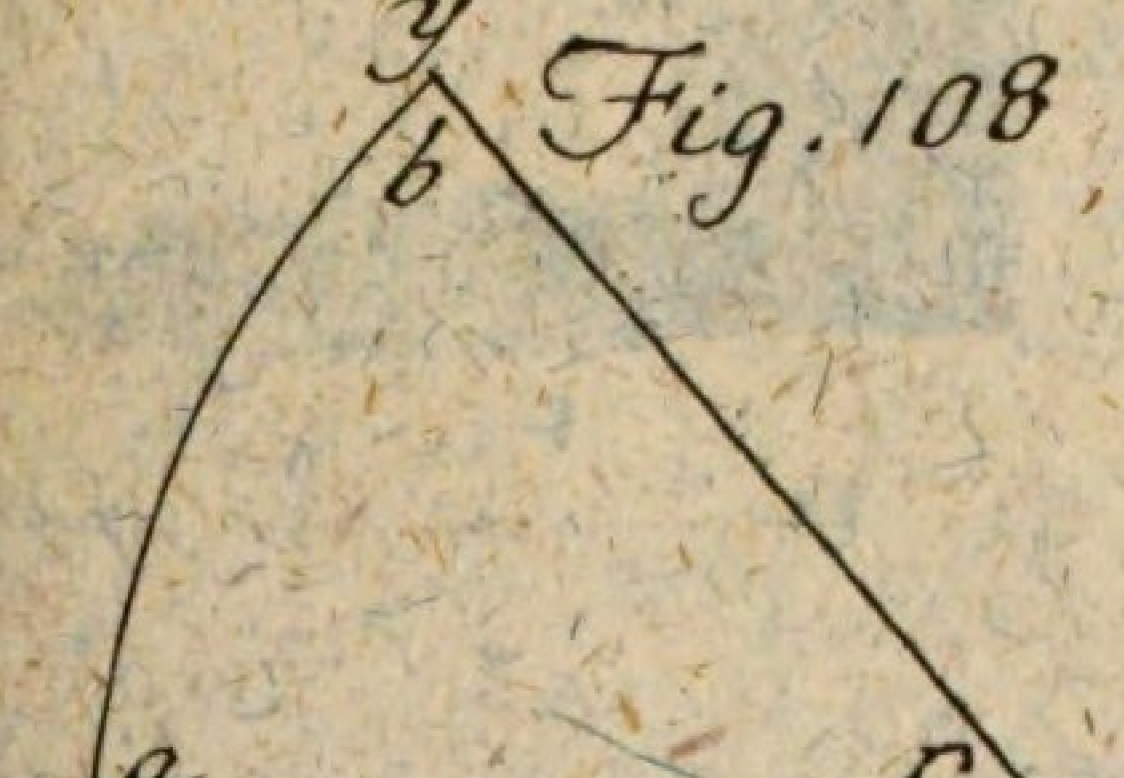


Fig. 108

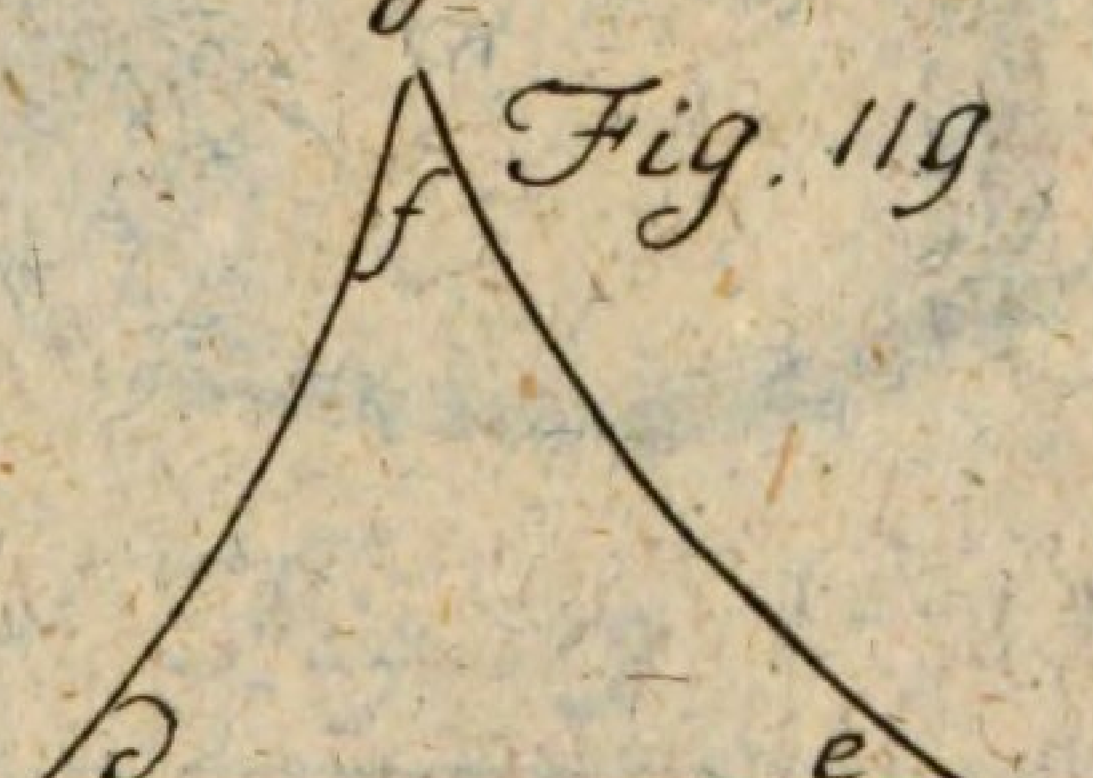


Fig. 119

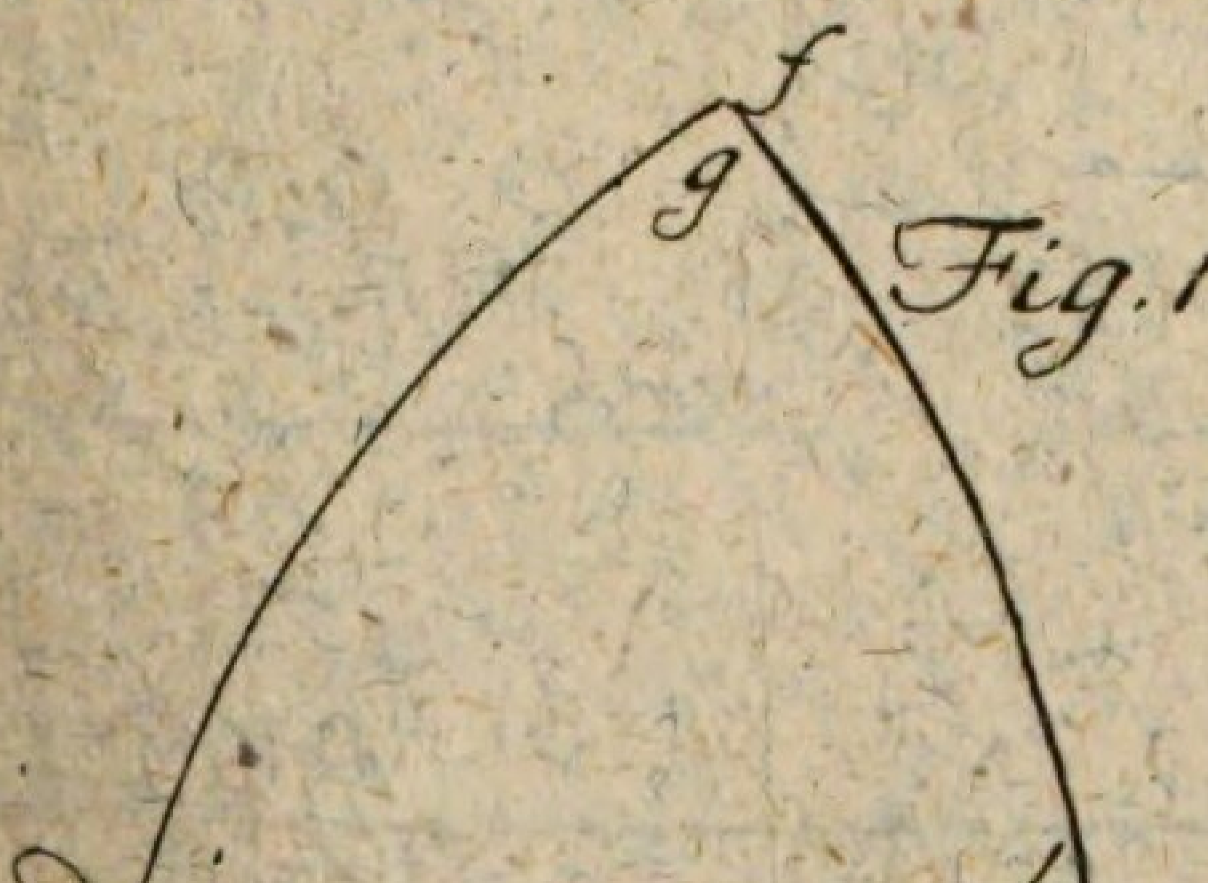


Fig. 110

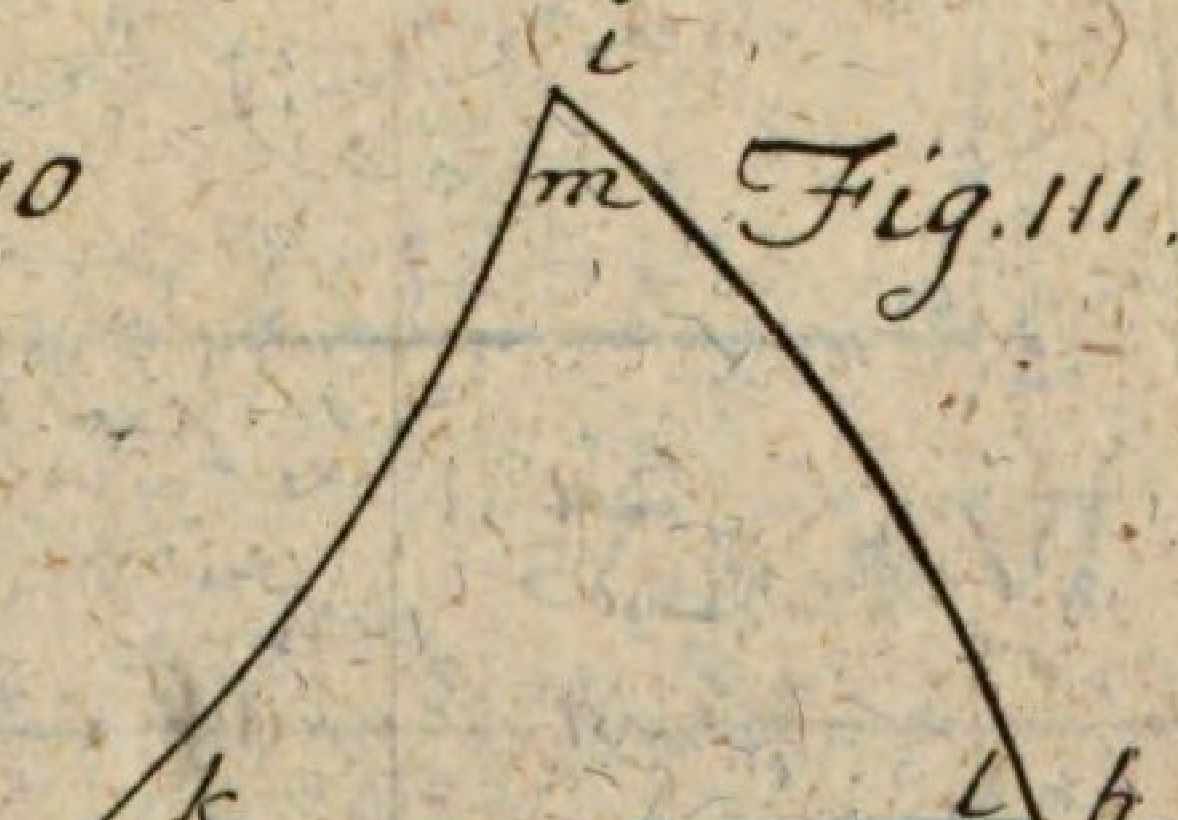


Fig. 111.

Tab. XV

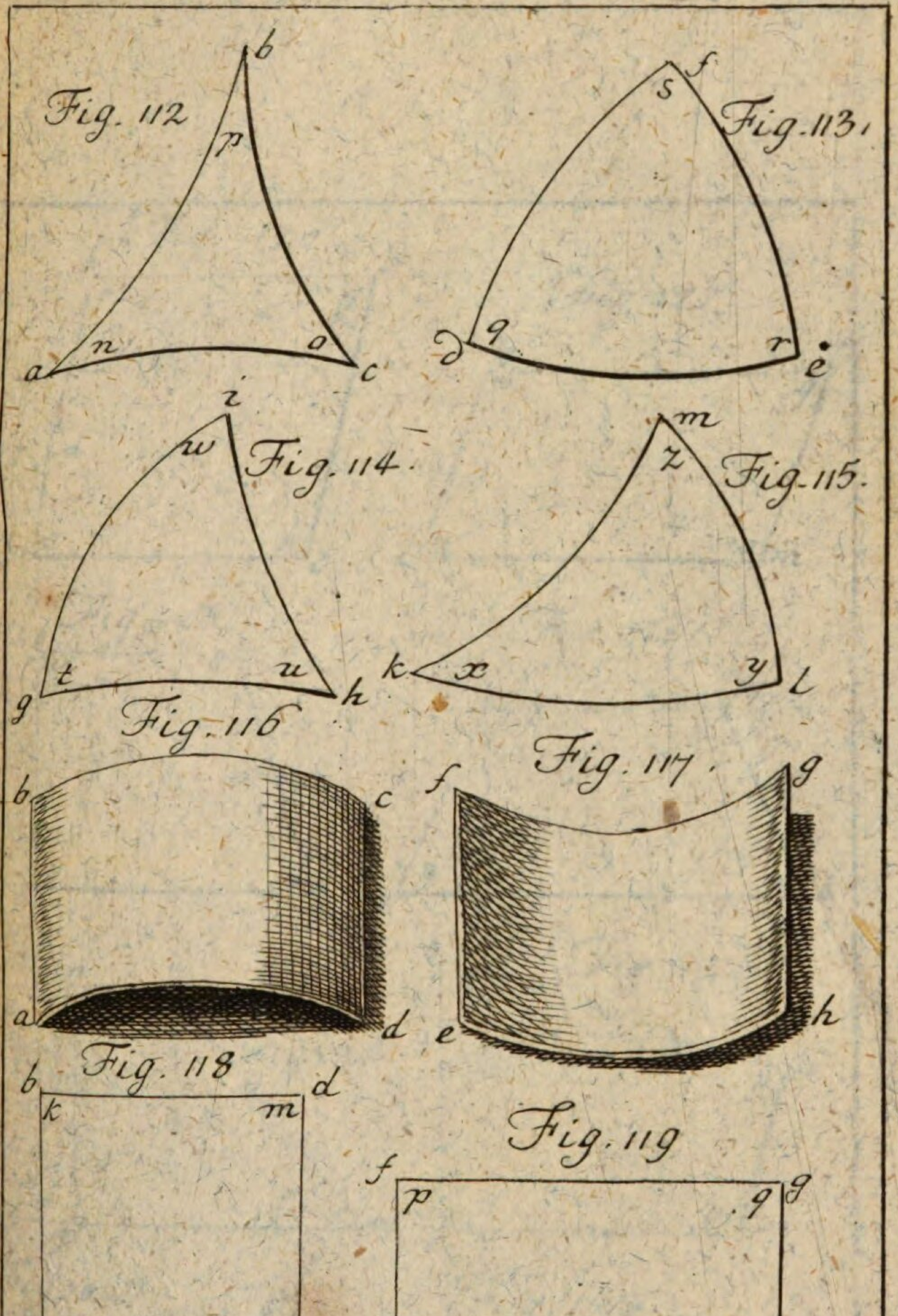


Fig. 112
Fig. 113.
Fig. 114.
Fig. 115.
Fig. 116
Fig. 117.
Fig. 118
Fig. 119
Tab XVI

Fig. 120

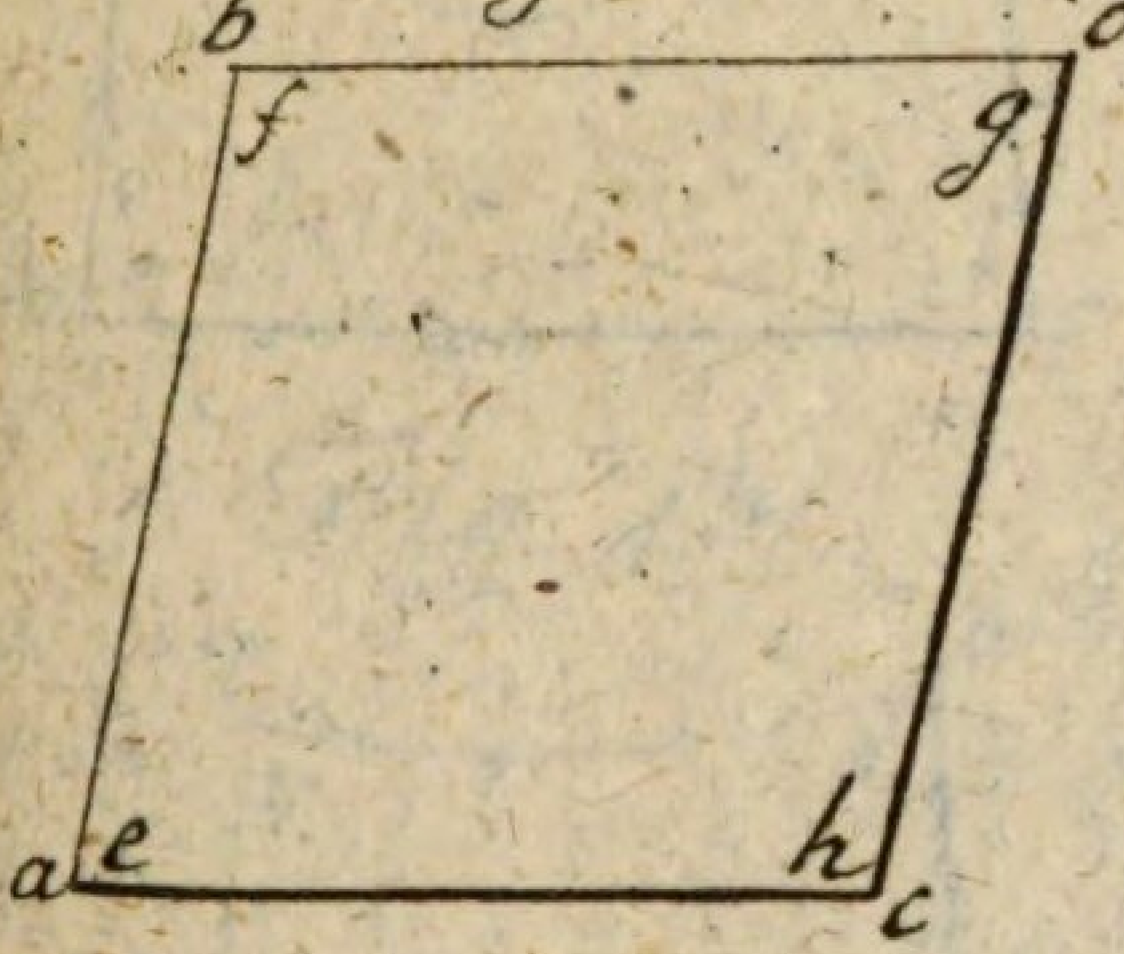


Fig. 121

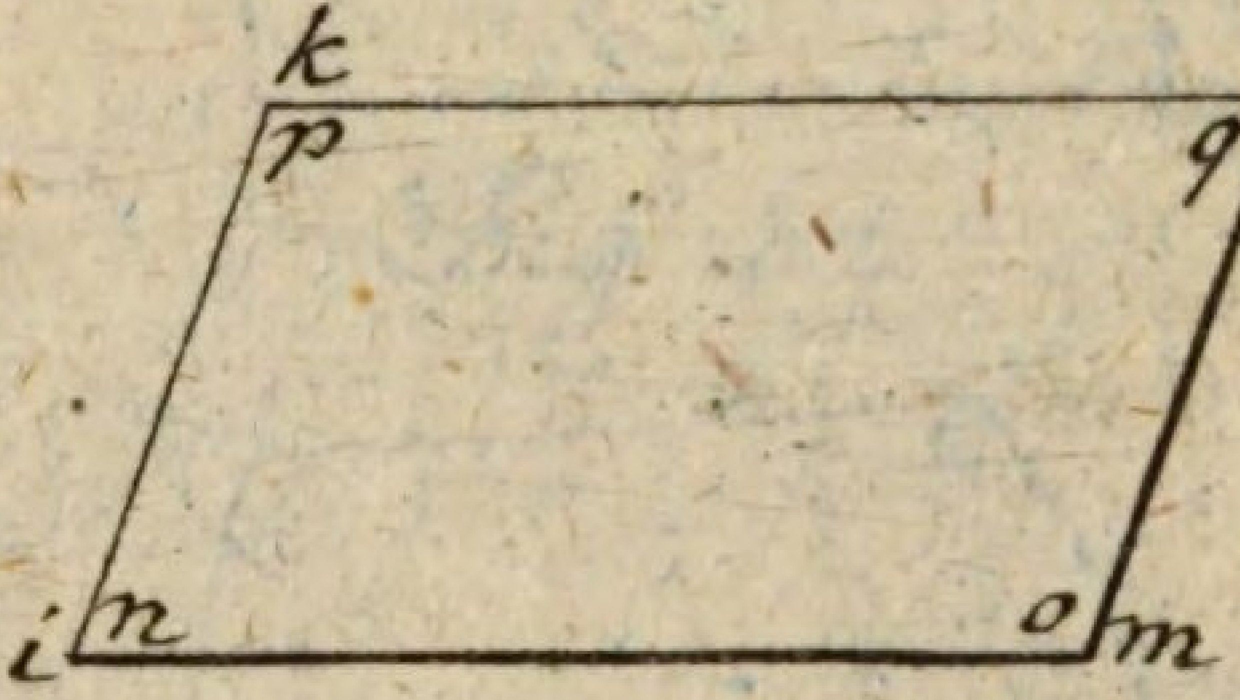


Fig. 123

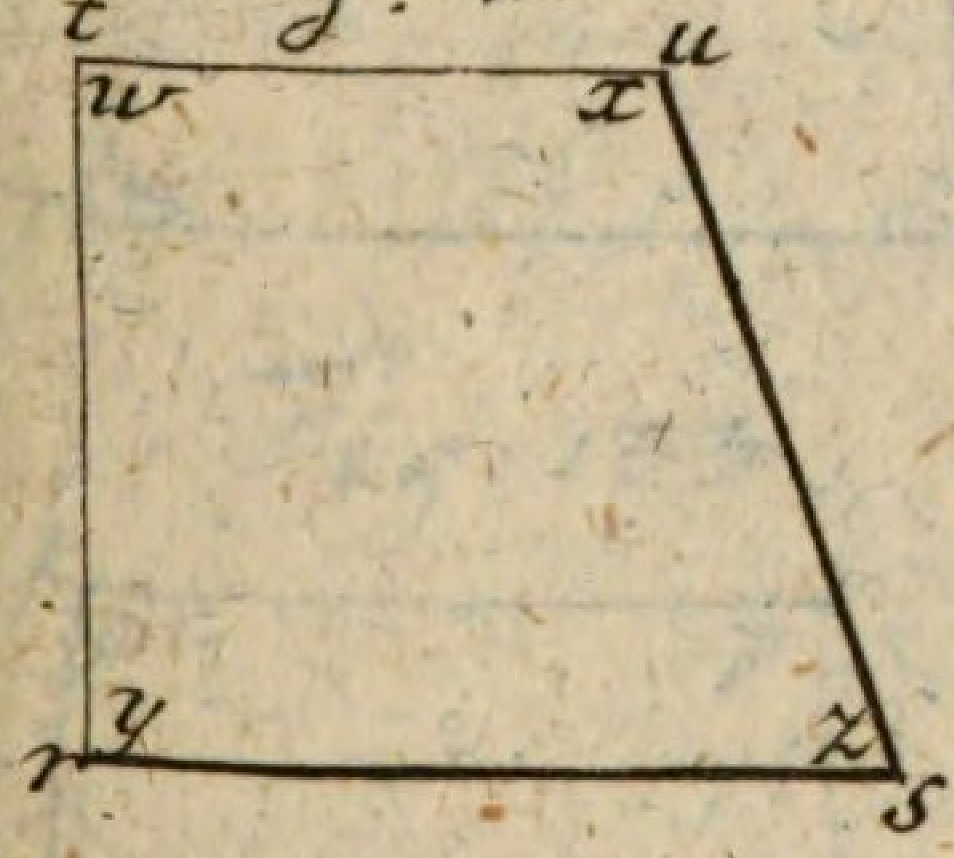


Fig. 124

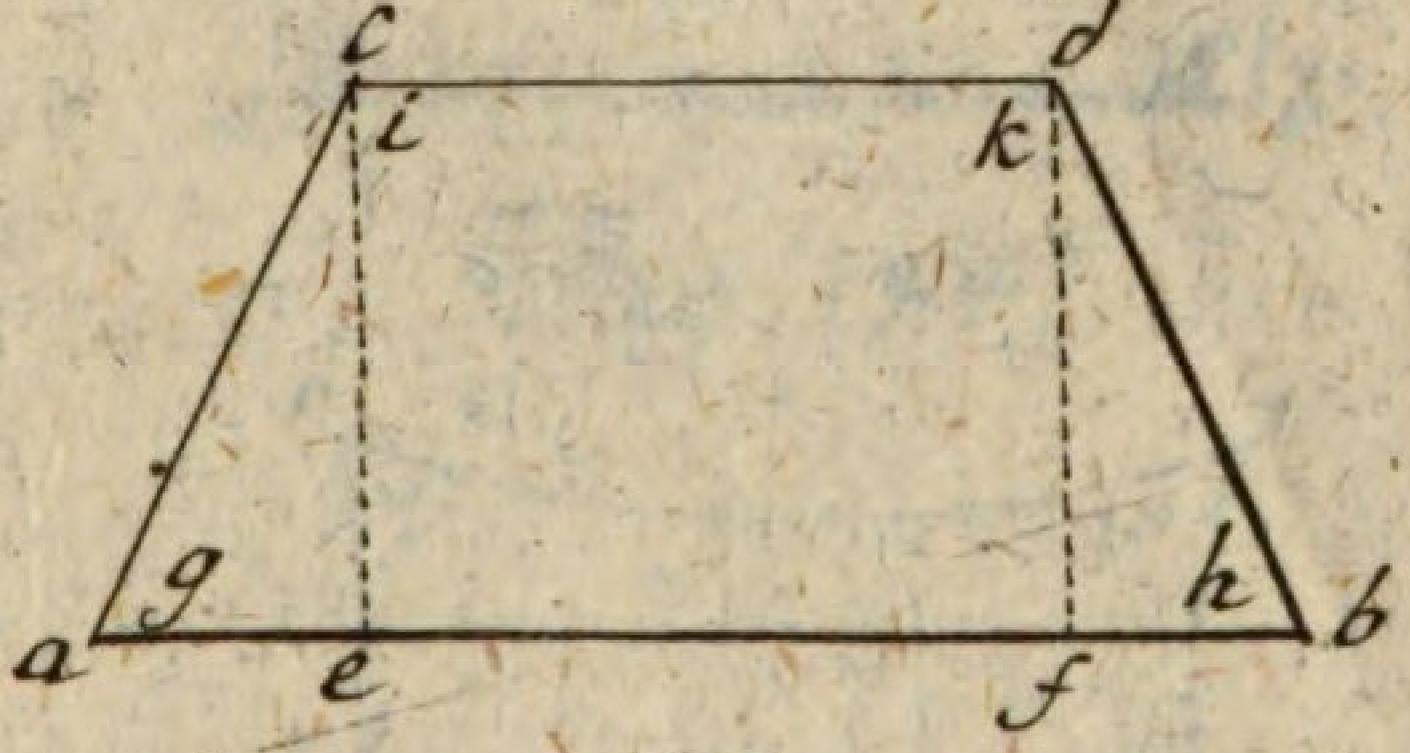


Fig:125

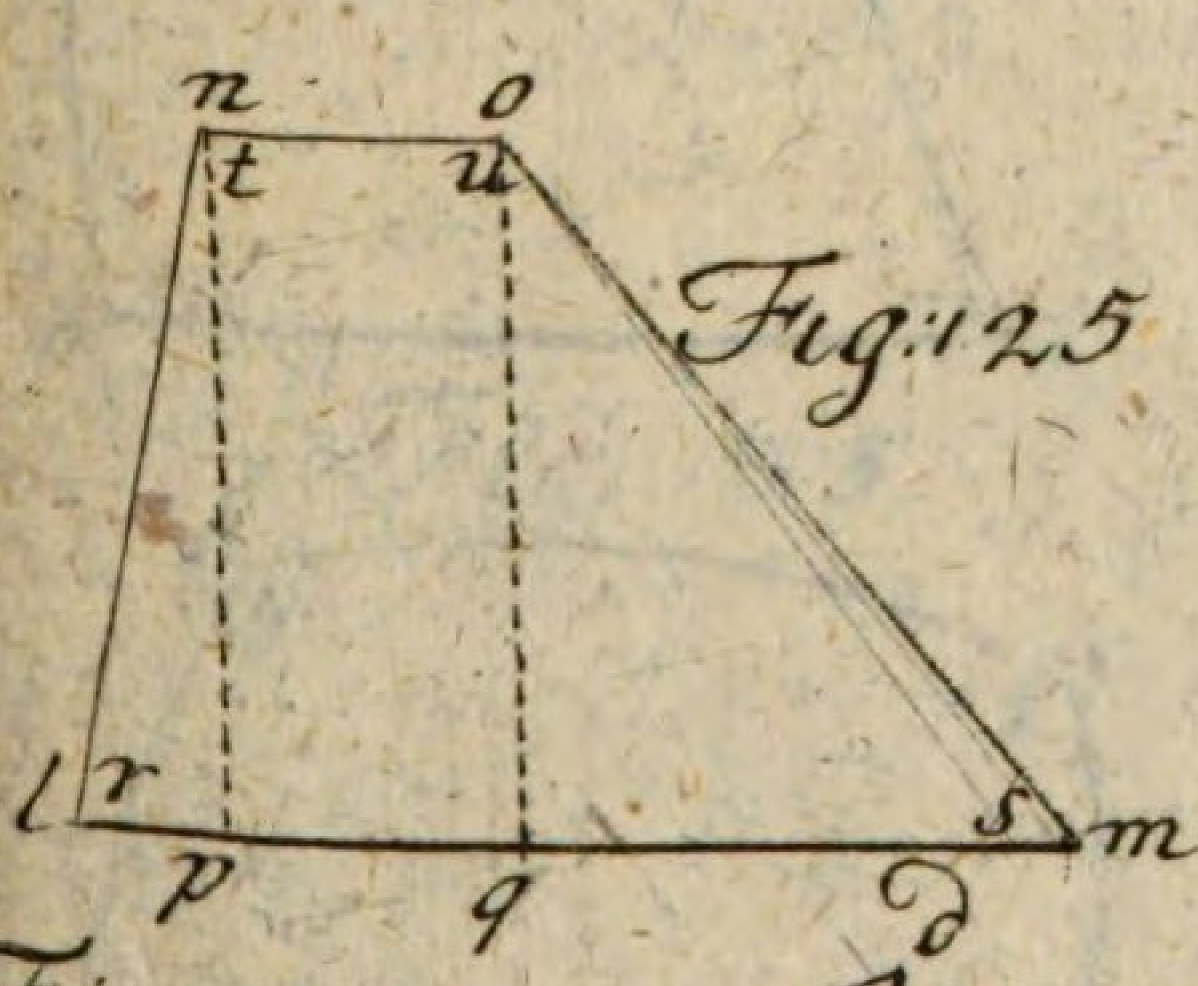


Fig 126

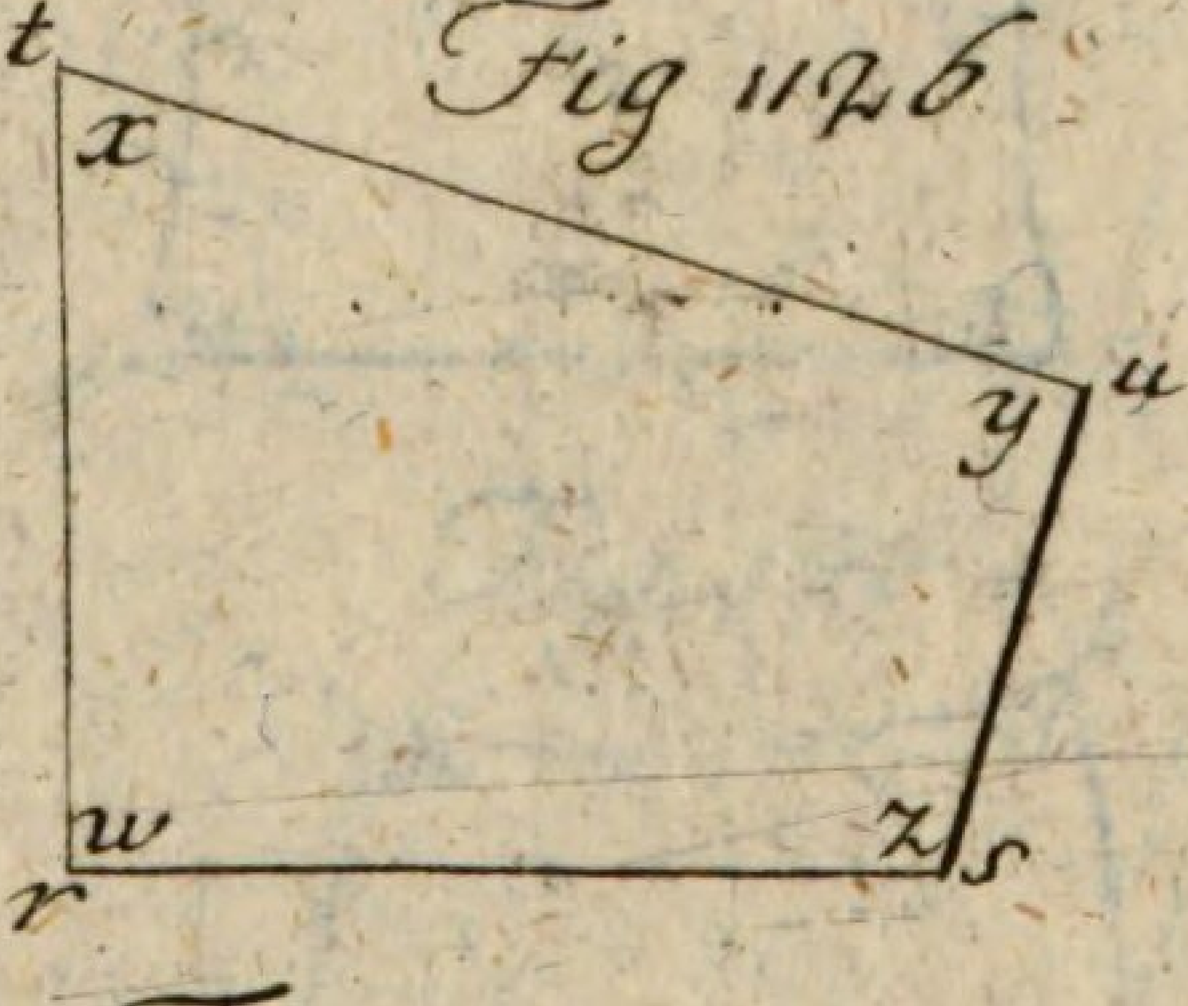


Fig. 127

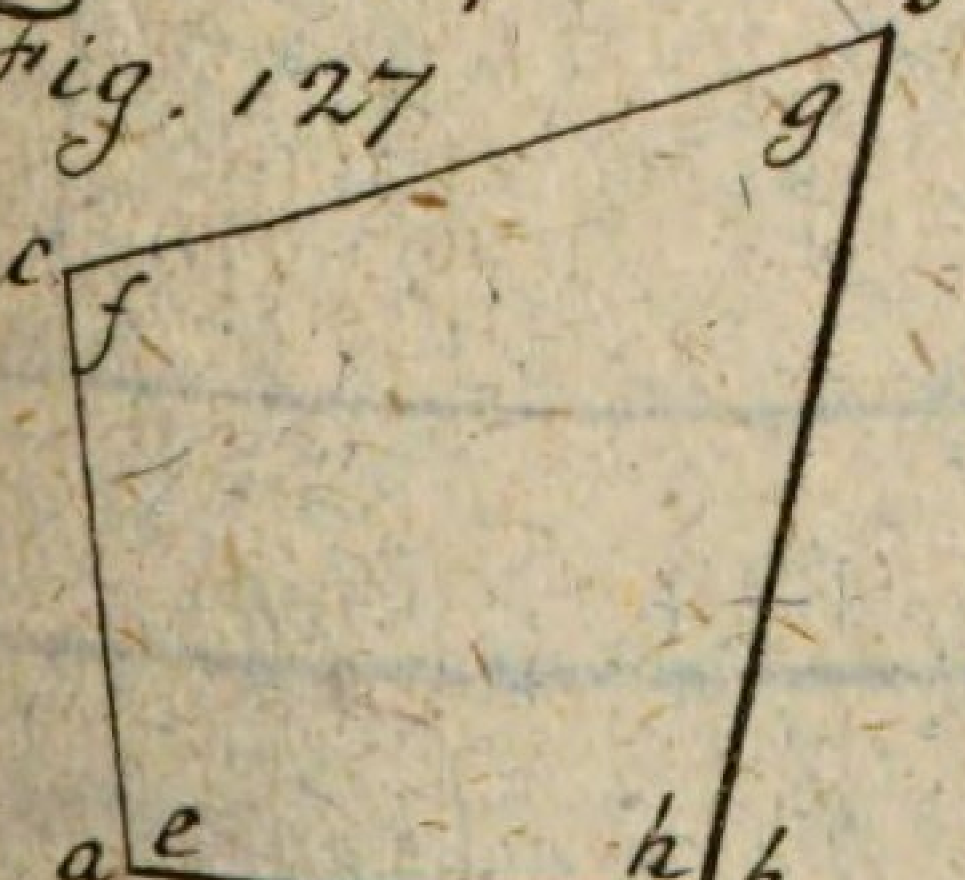
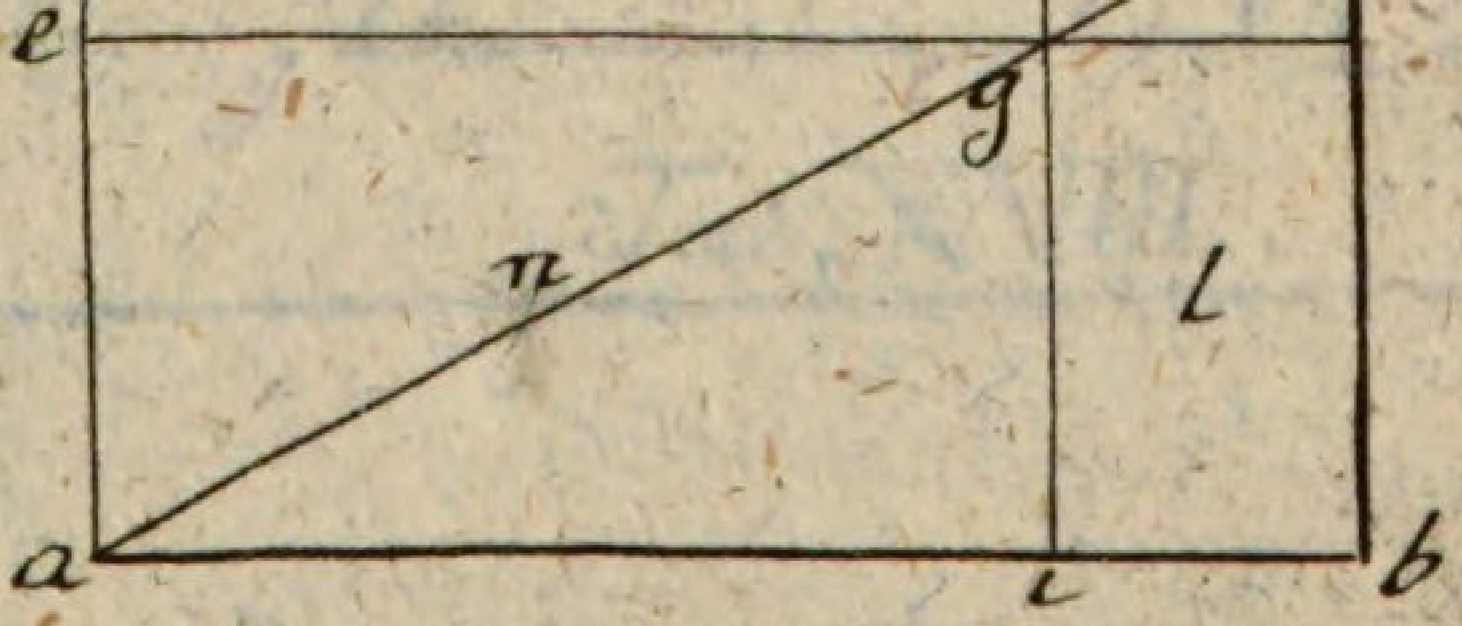


Fig. 128



Tab XVII

Fig 129

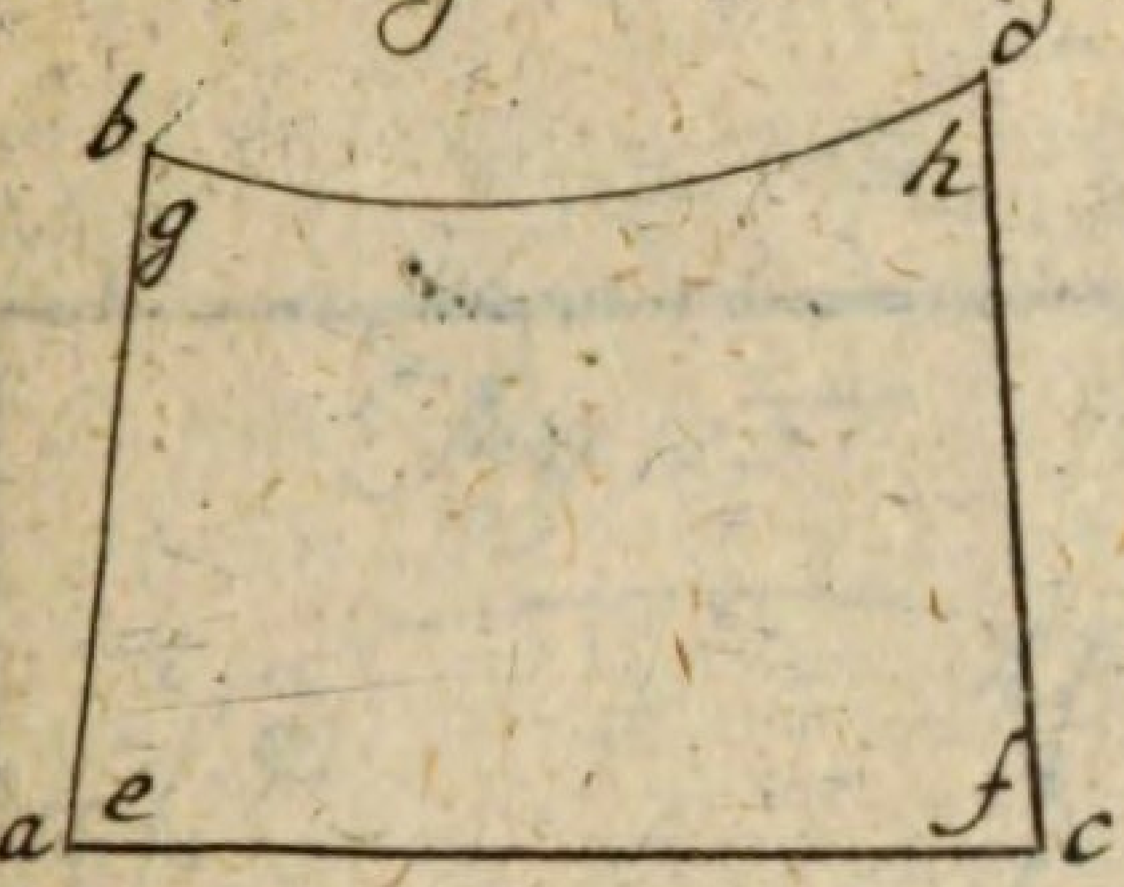


Fig. 130

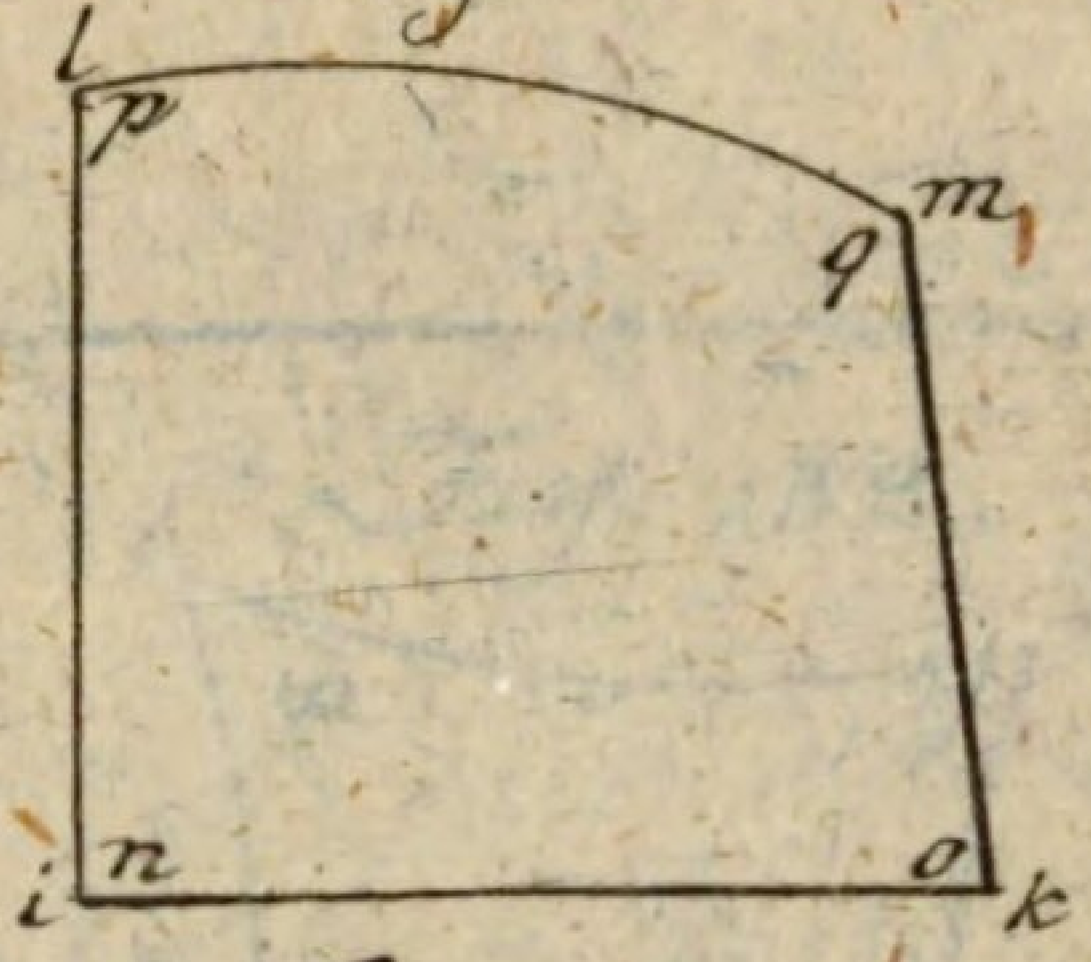


Fig. 131.

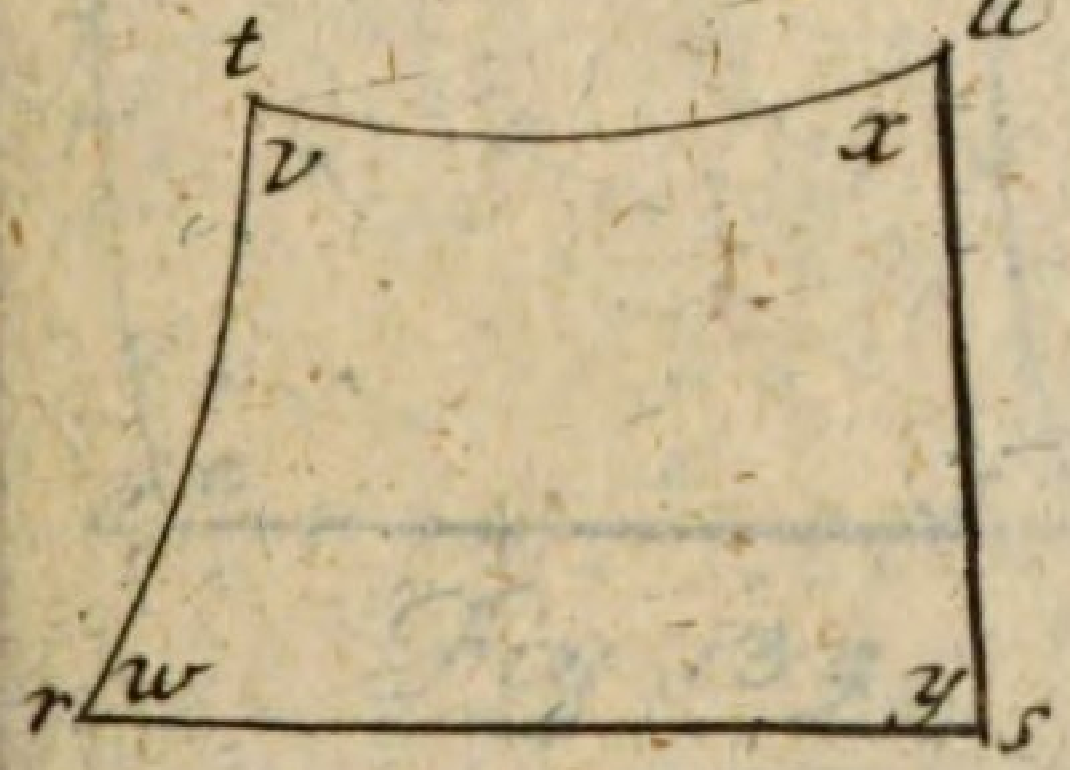


Fig 132

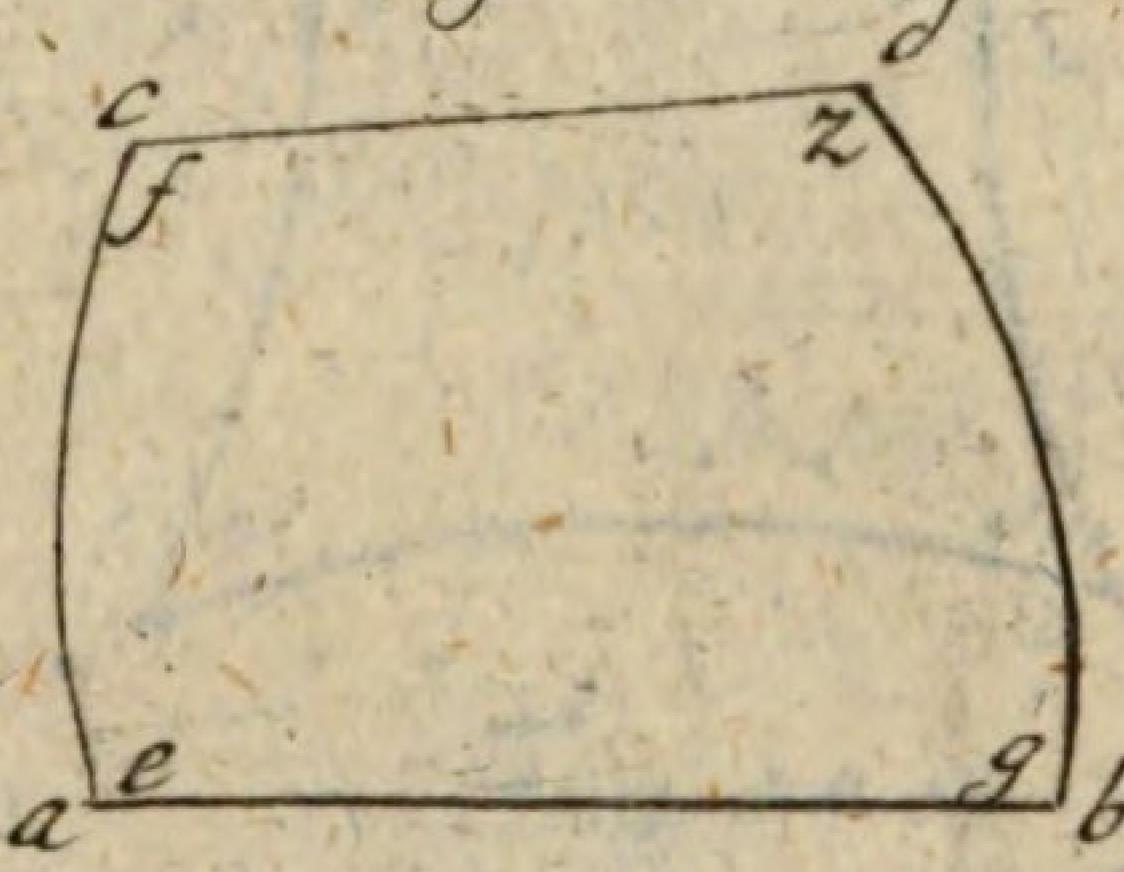


Fig. 133

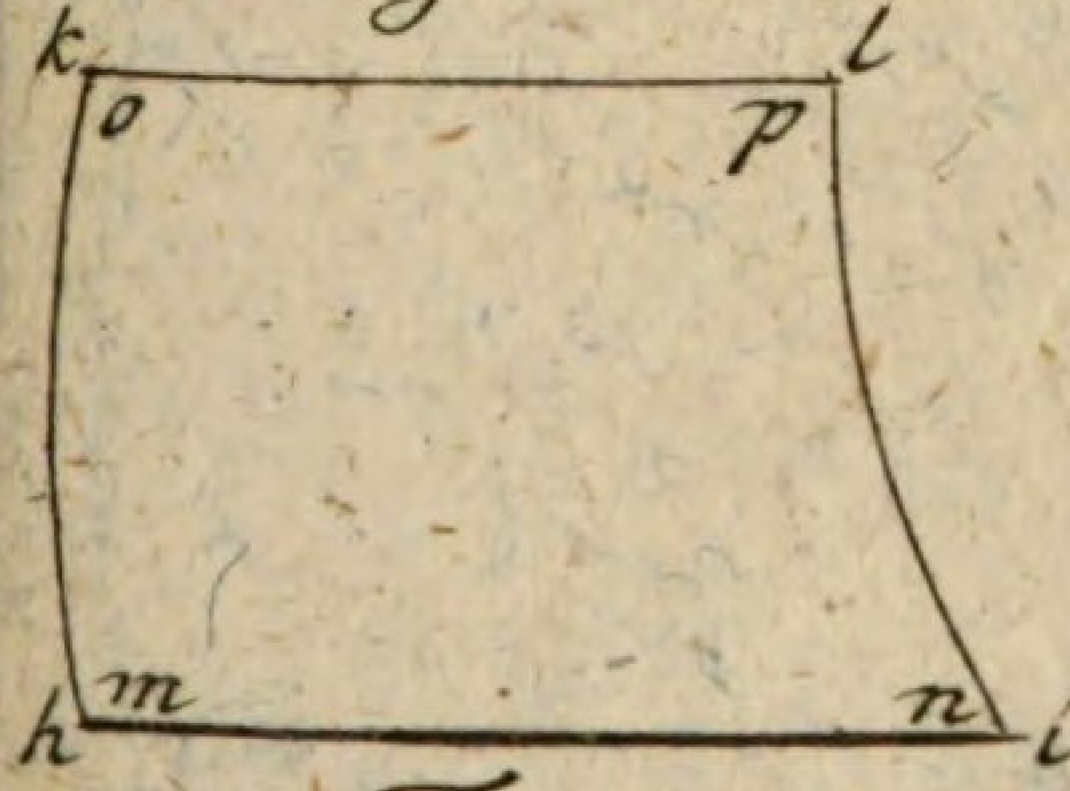


Fig. 134

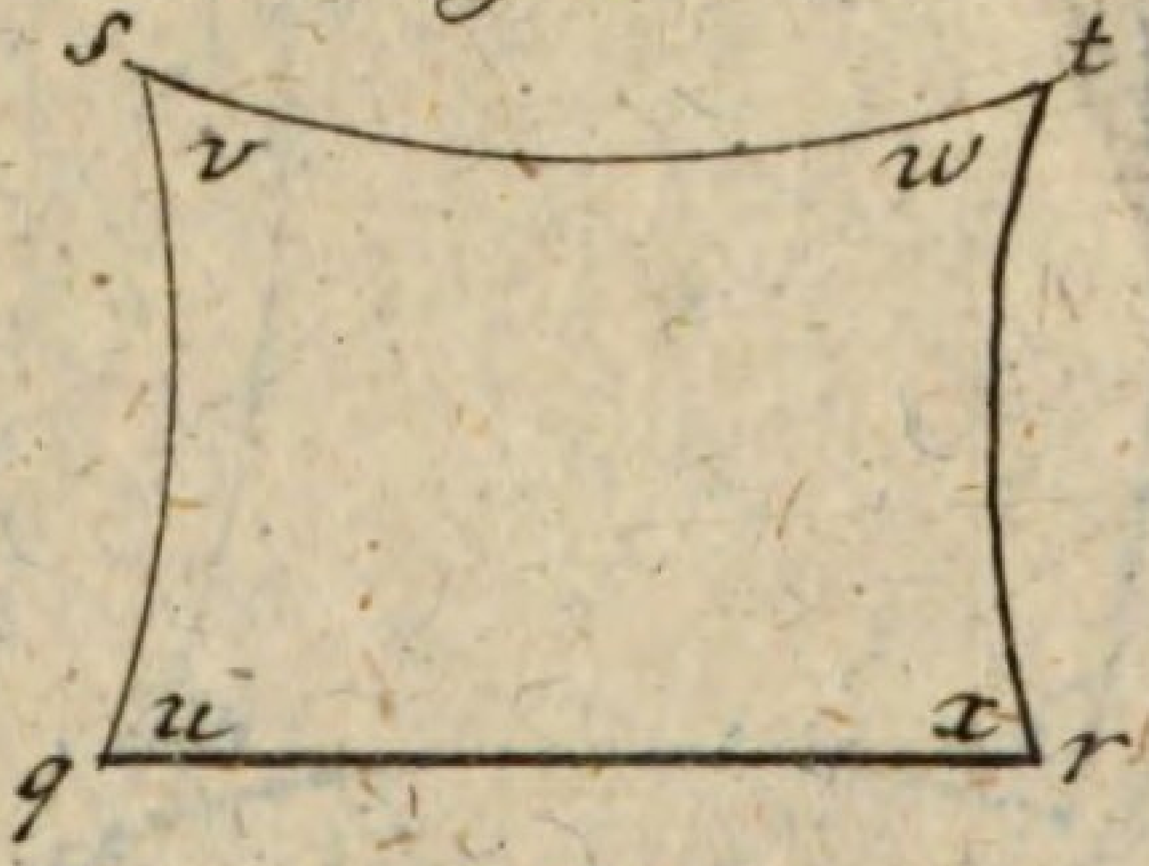


Fig. 135

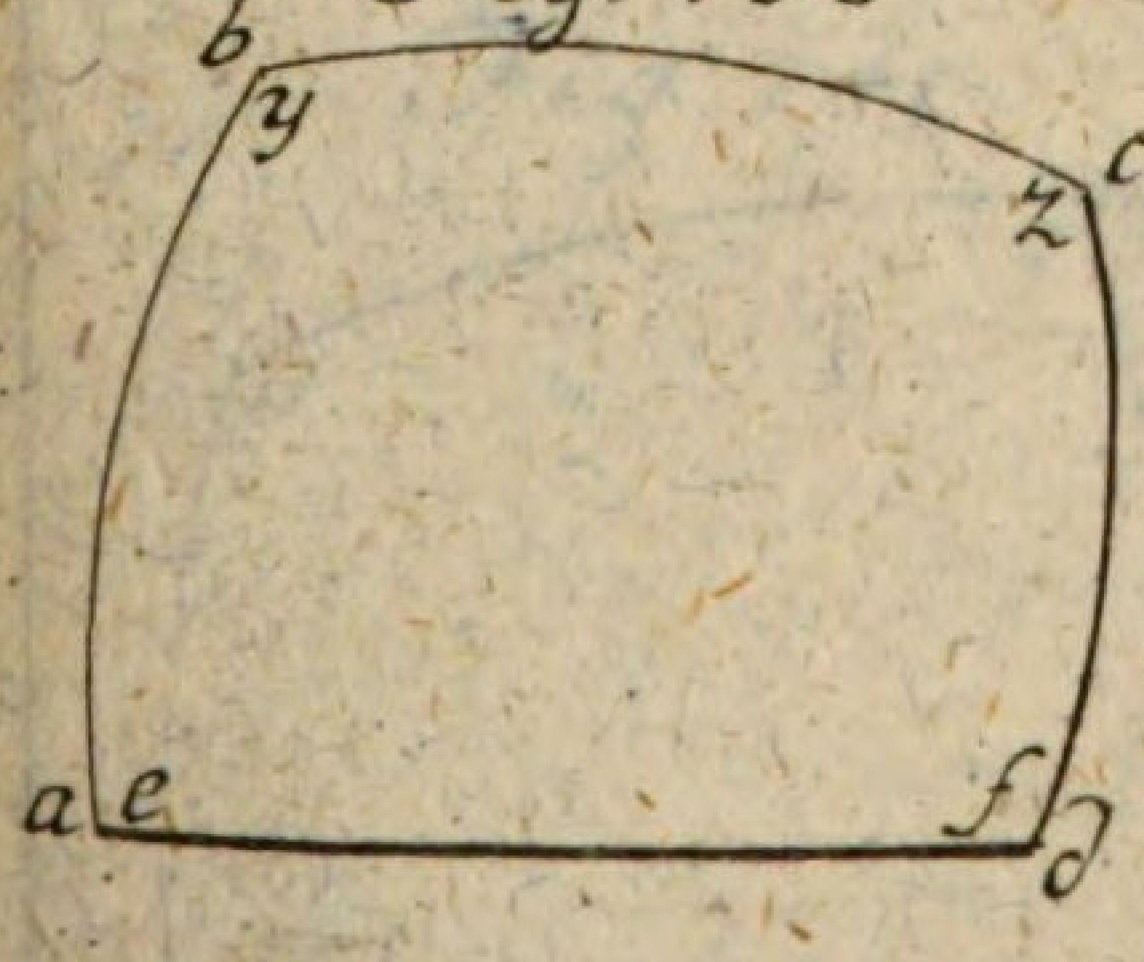
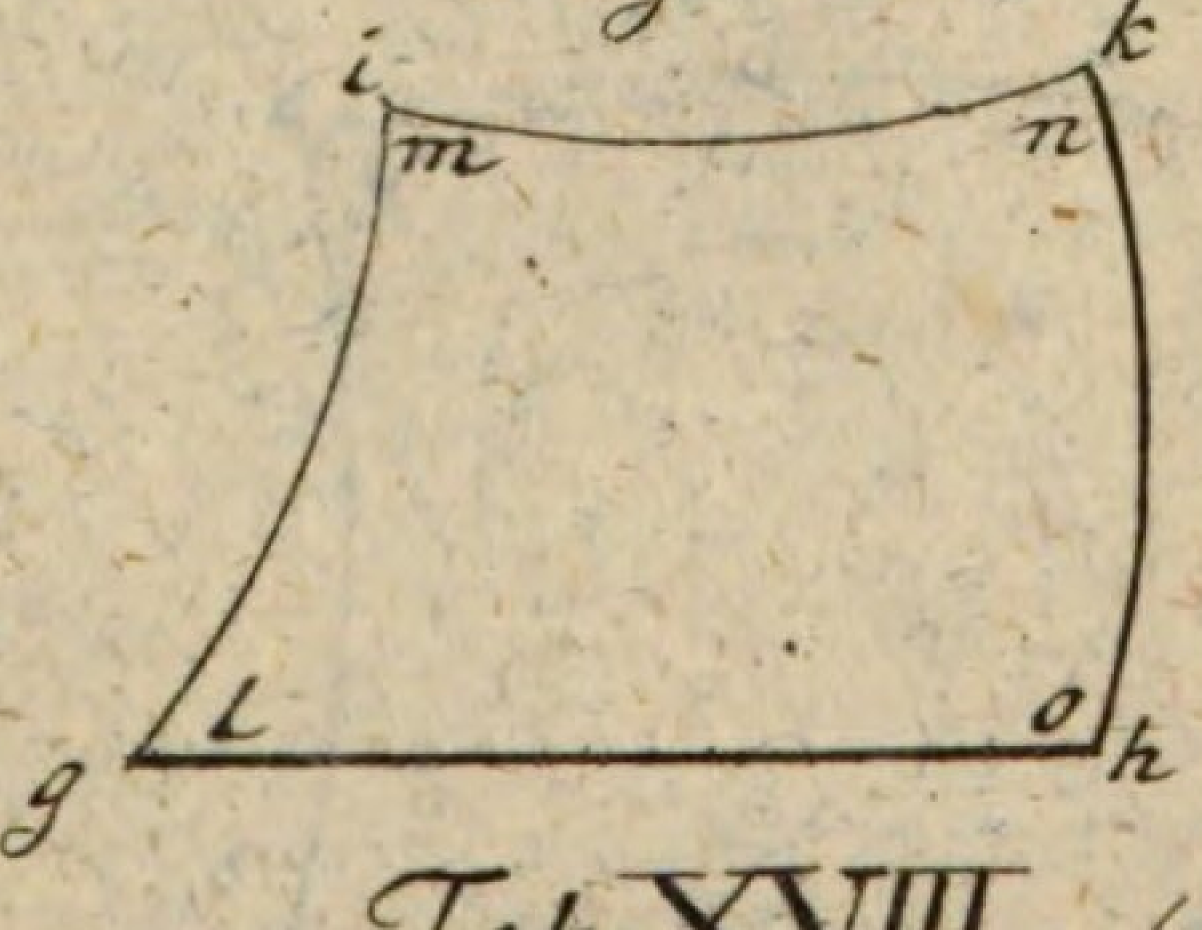


Fig. 136



Tab: XVIII.

Fig. 137

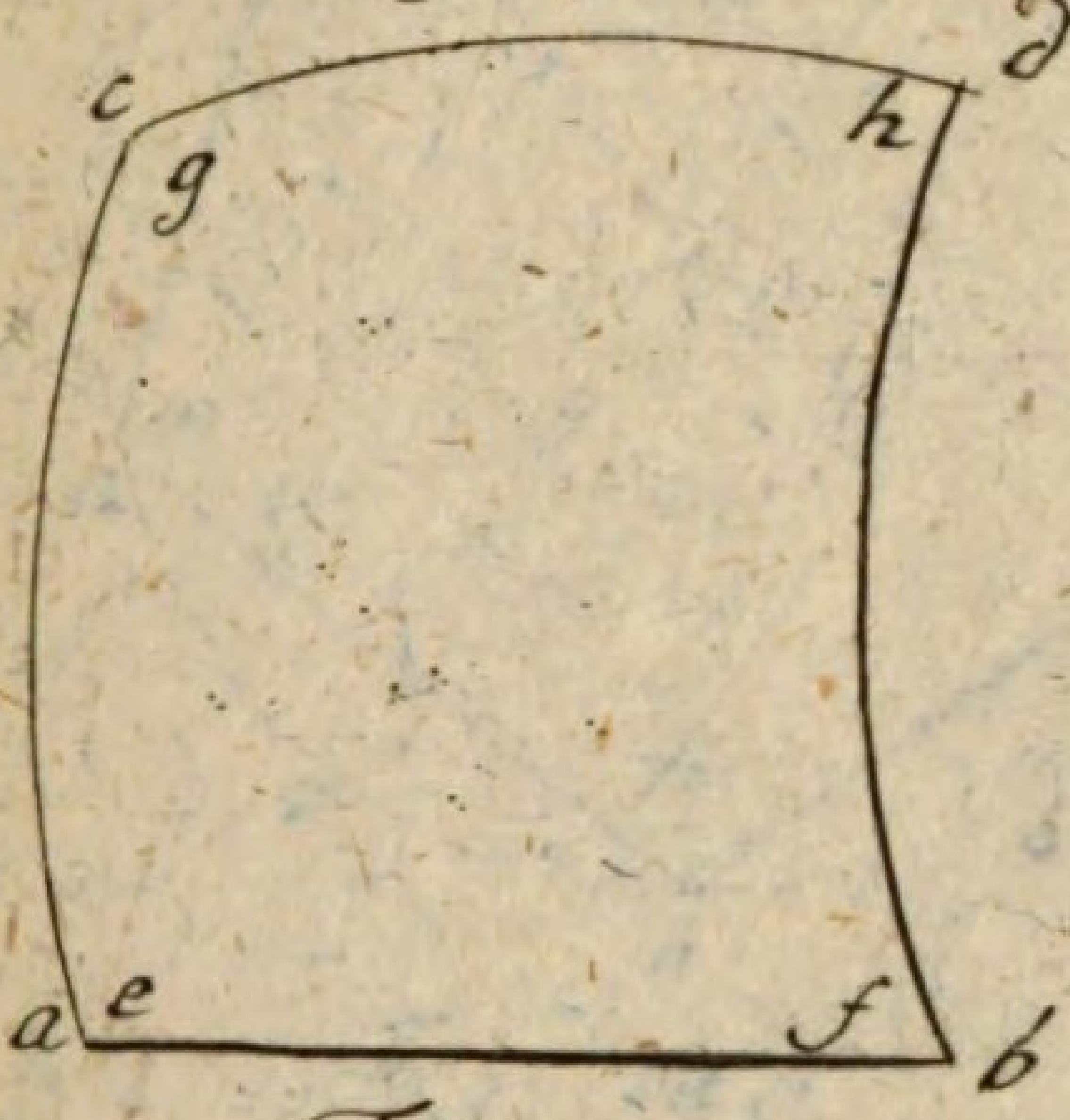


Fig. 138

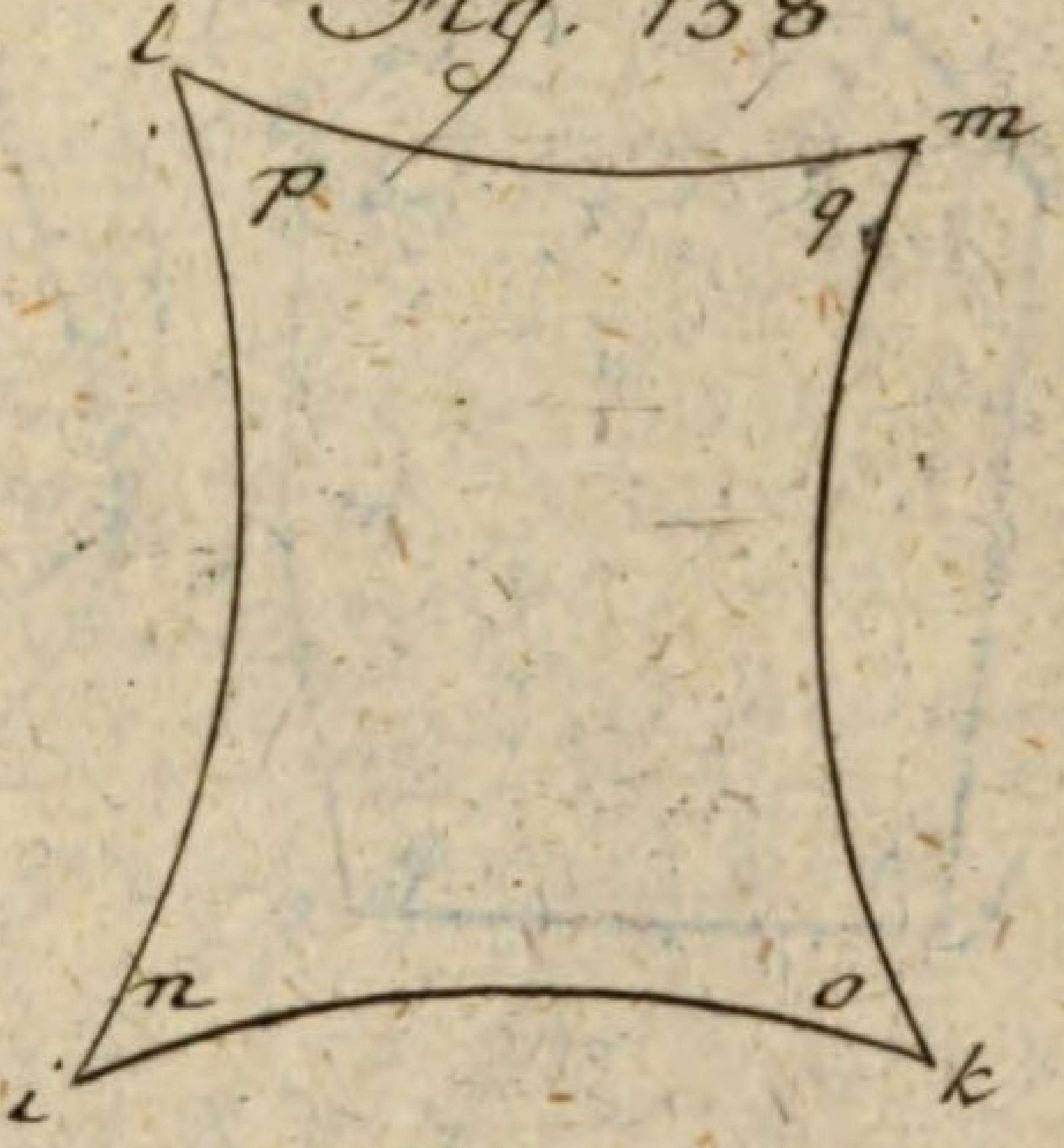


Fig 139

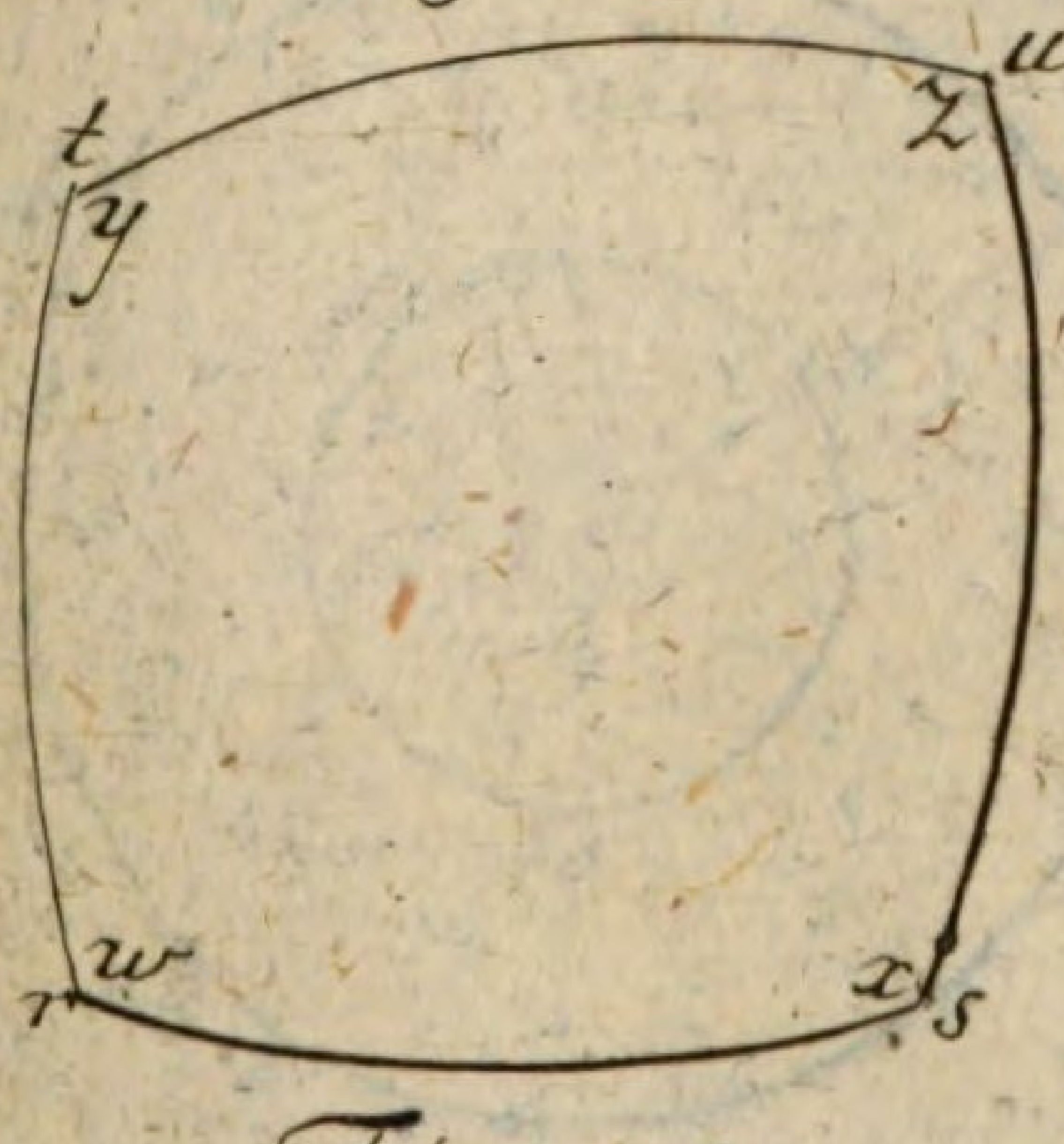


Fig. 140

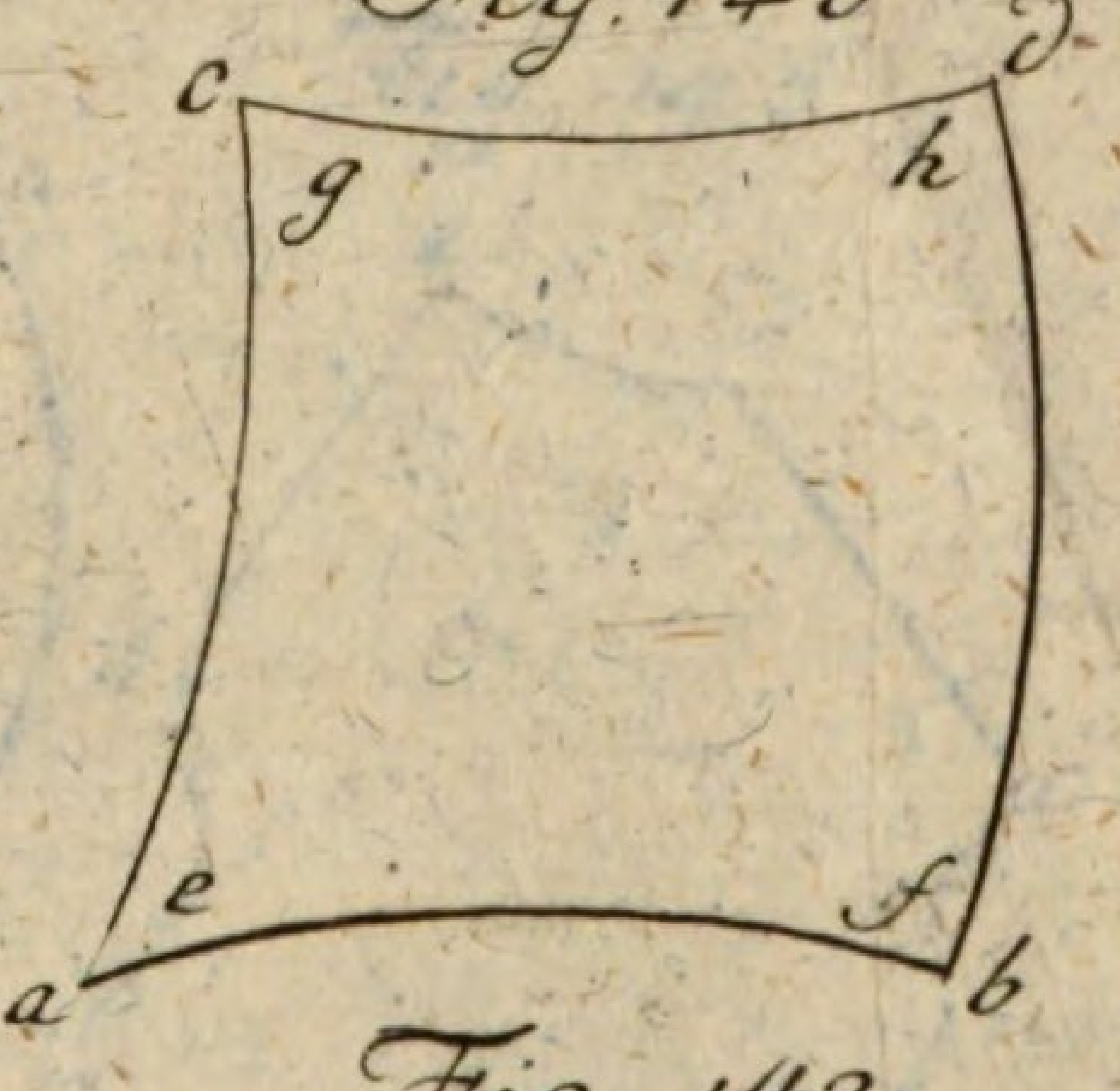


Fig. 141.

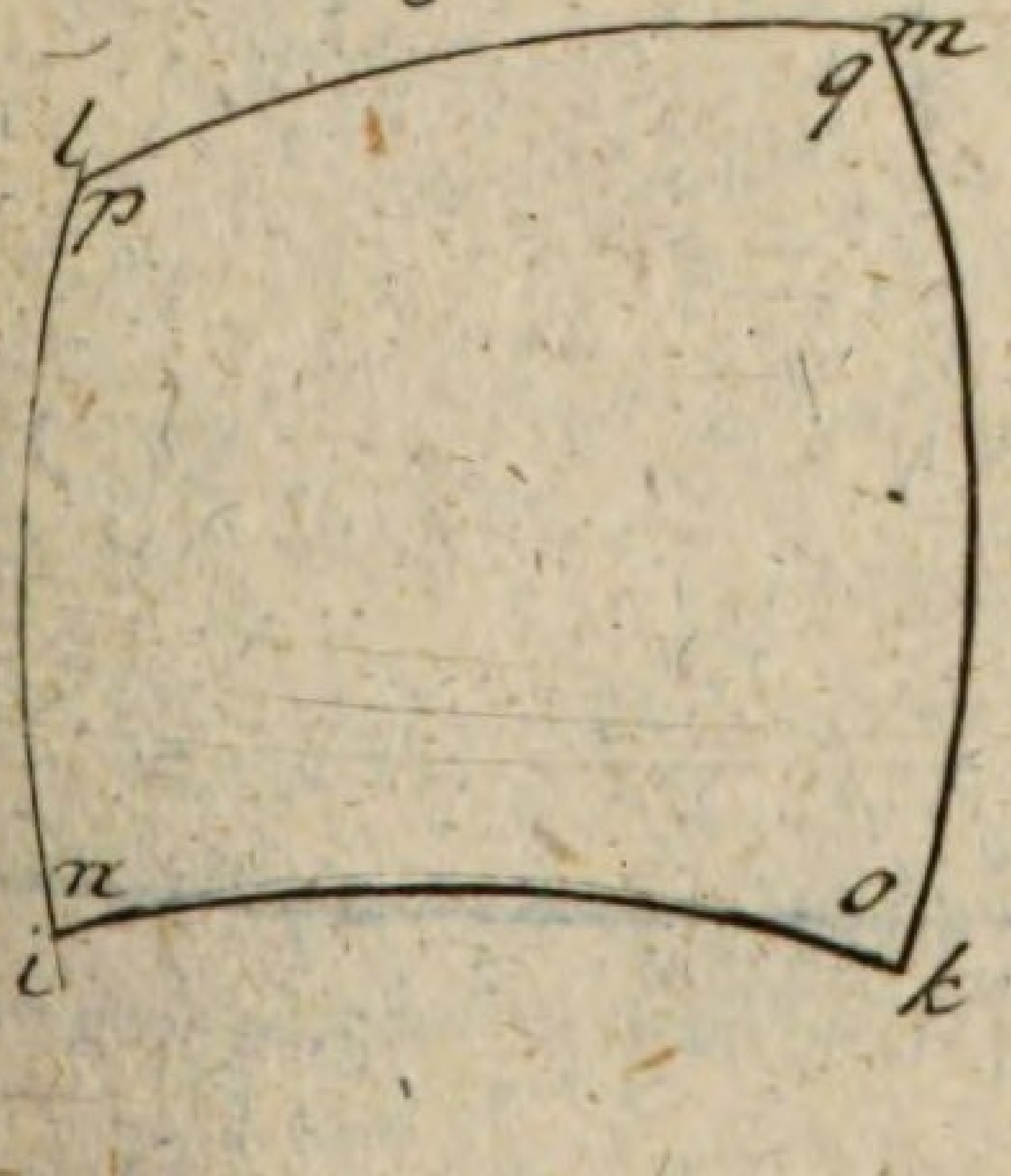
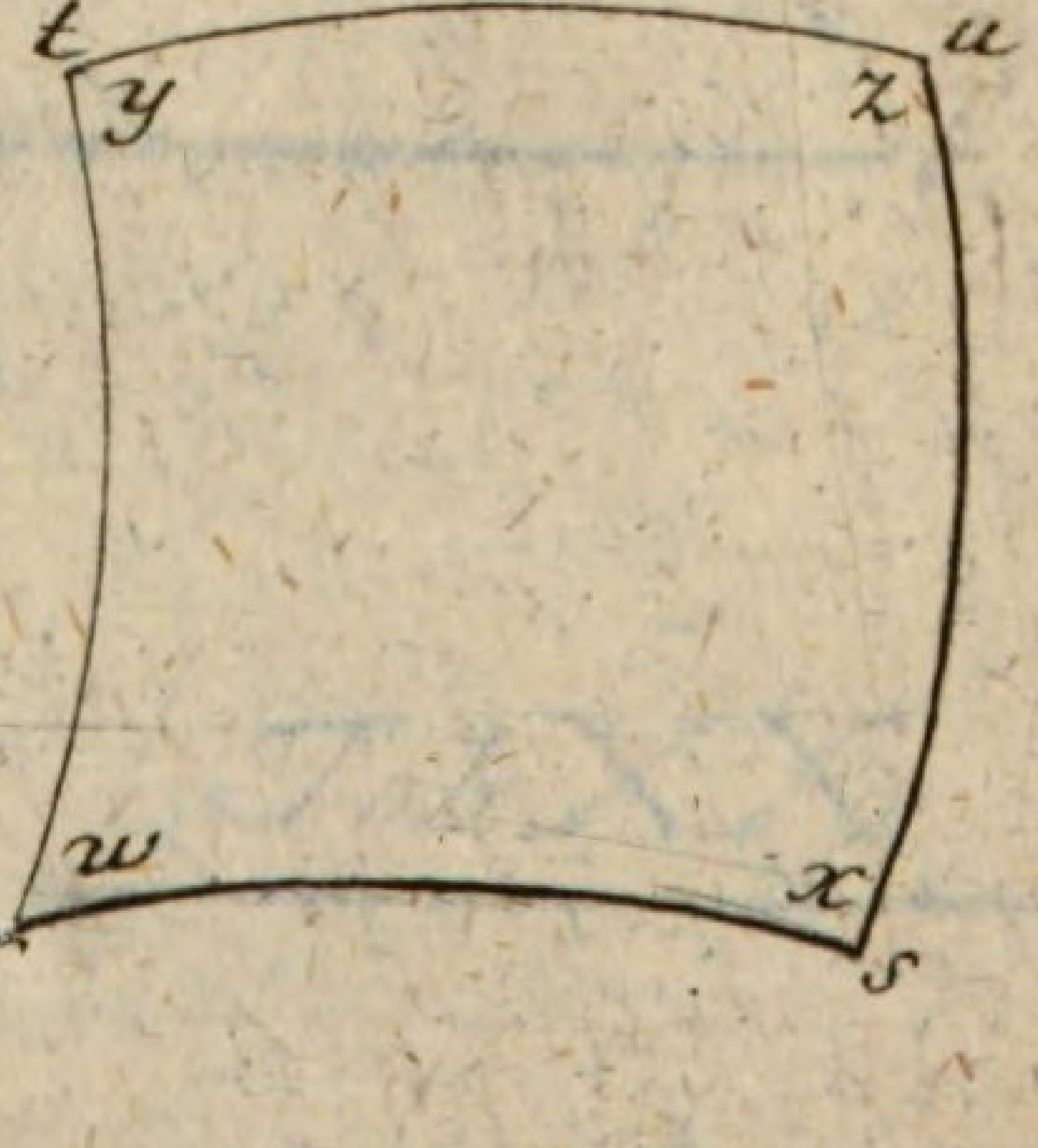


Fig. 142



Tab. XIX

Fig. 143.

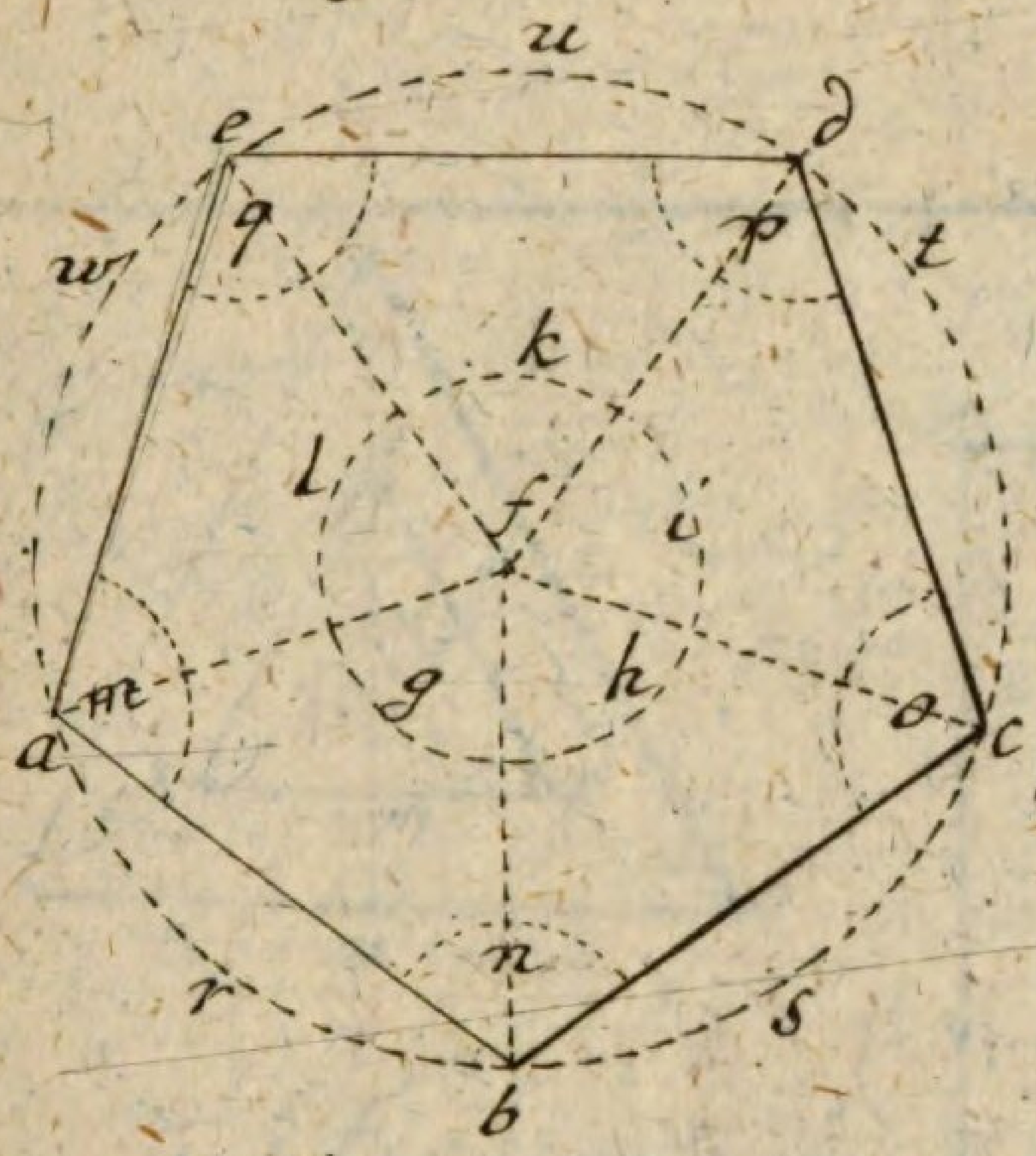


Fig. 144

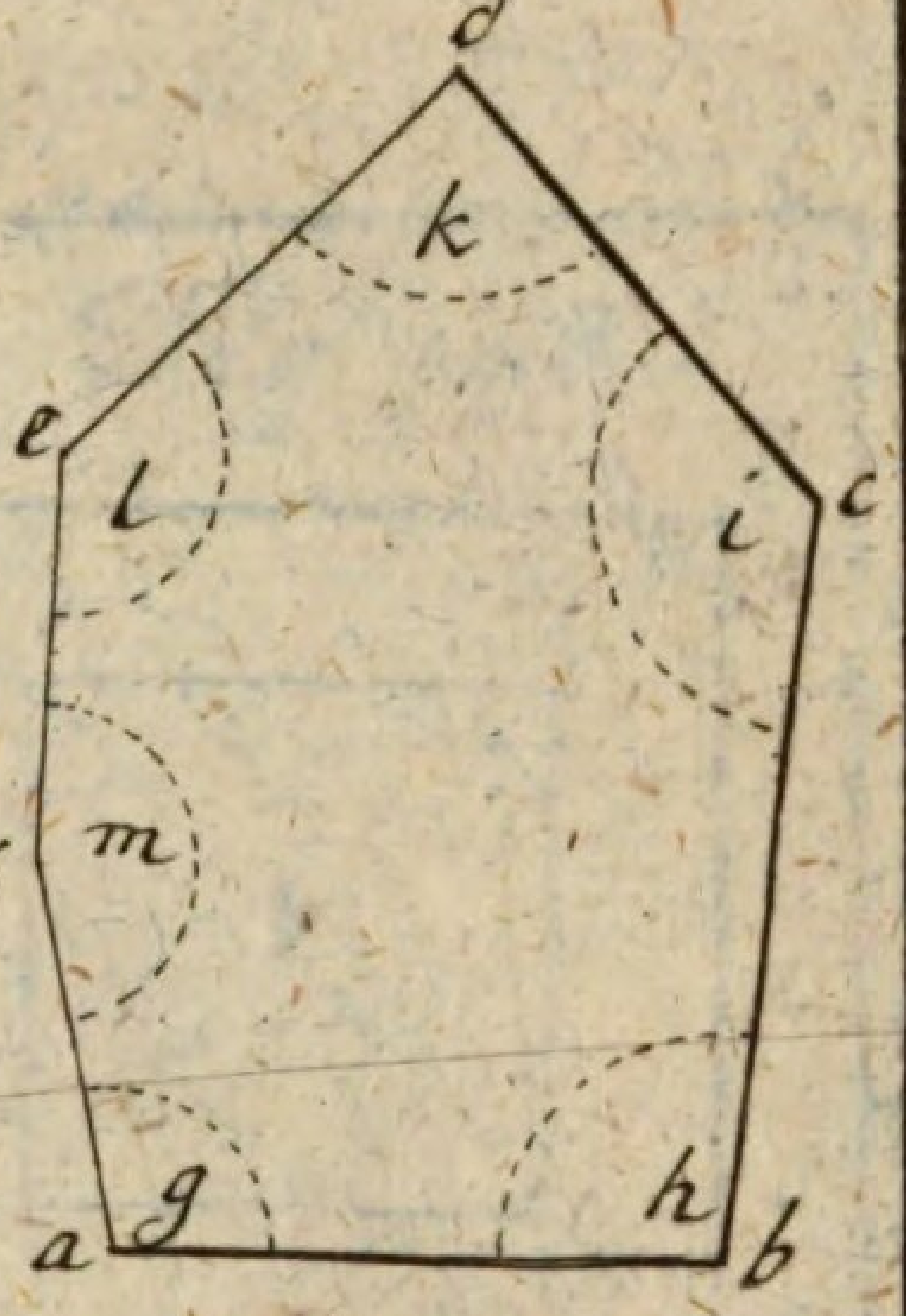


Fig. 146

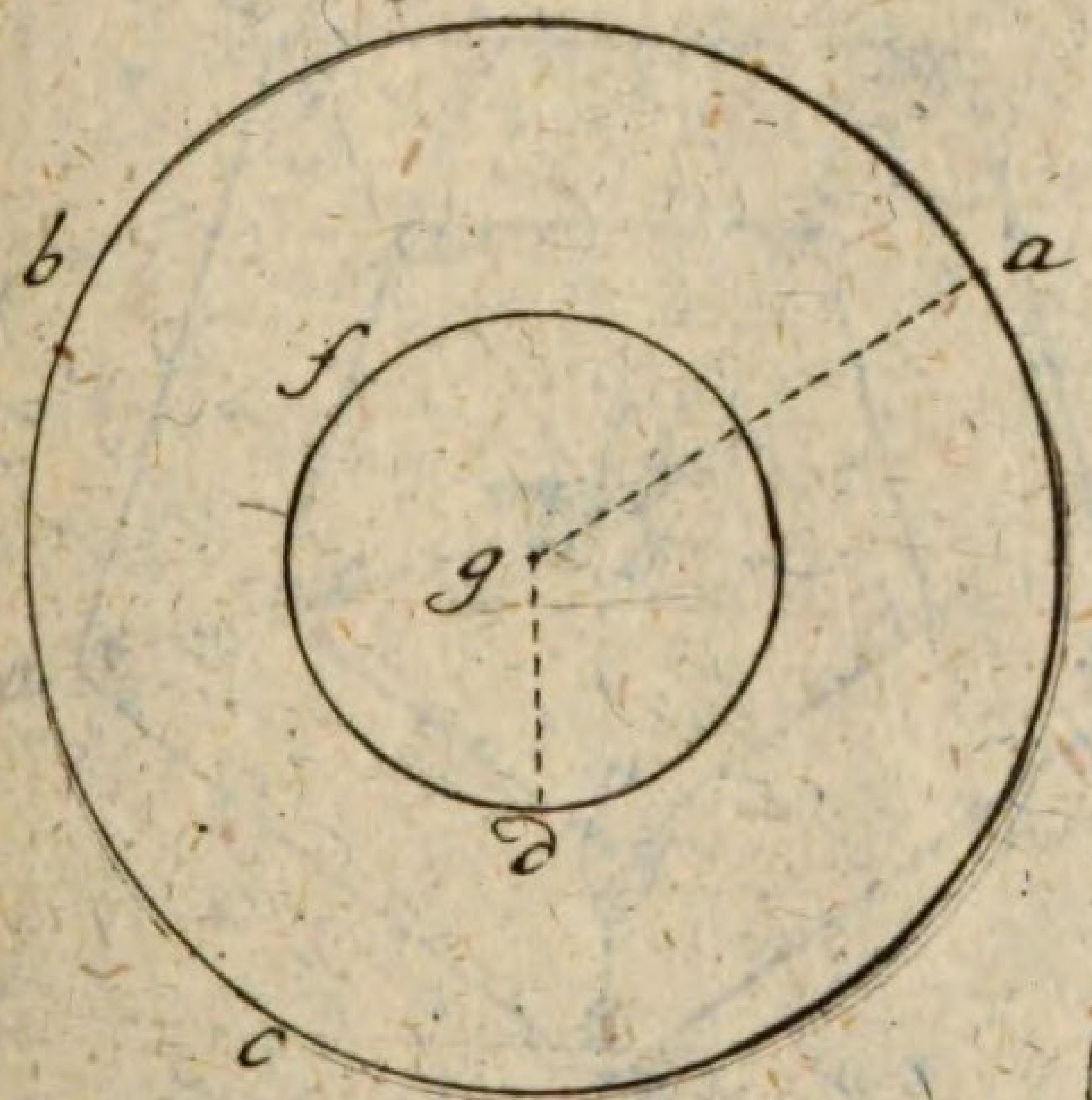
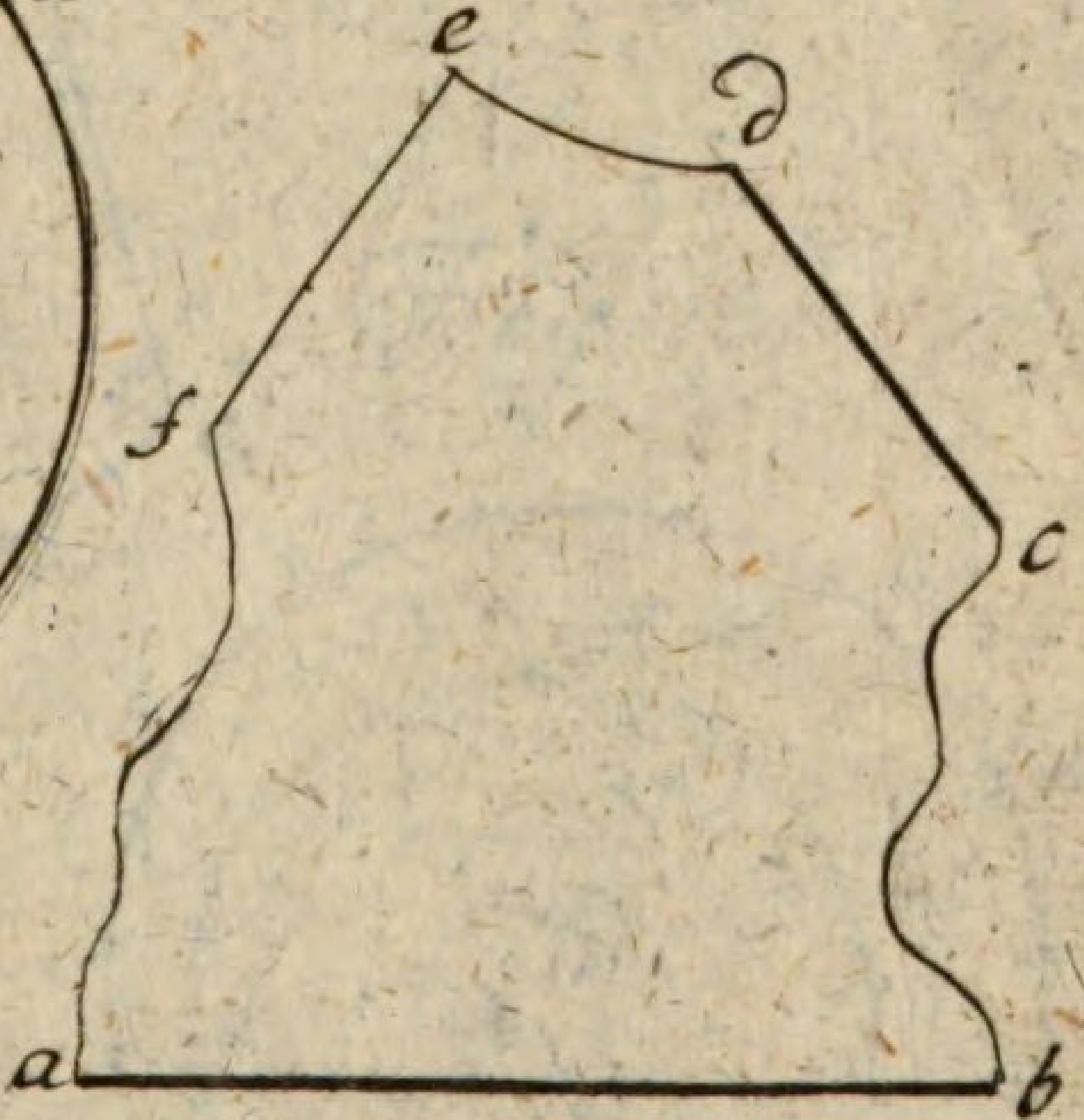


Fig. 145



Tab XX

Fig. 147

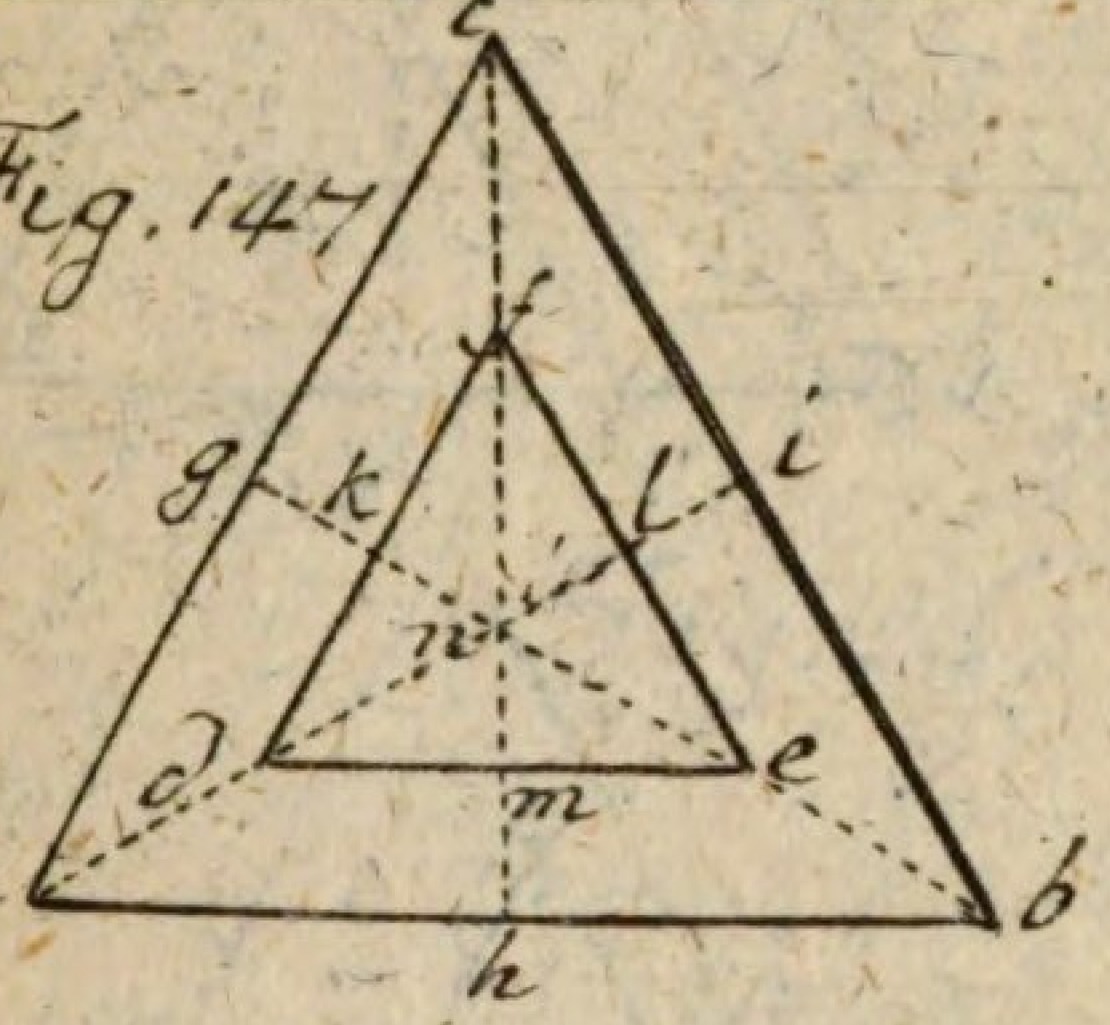


Fig. 148

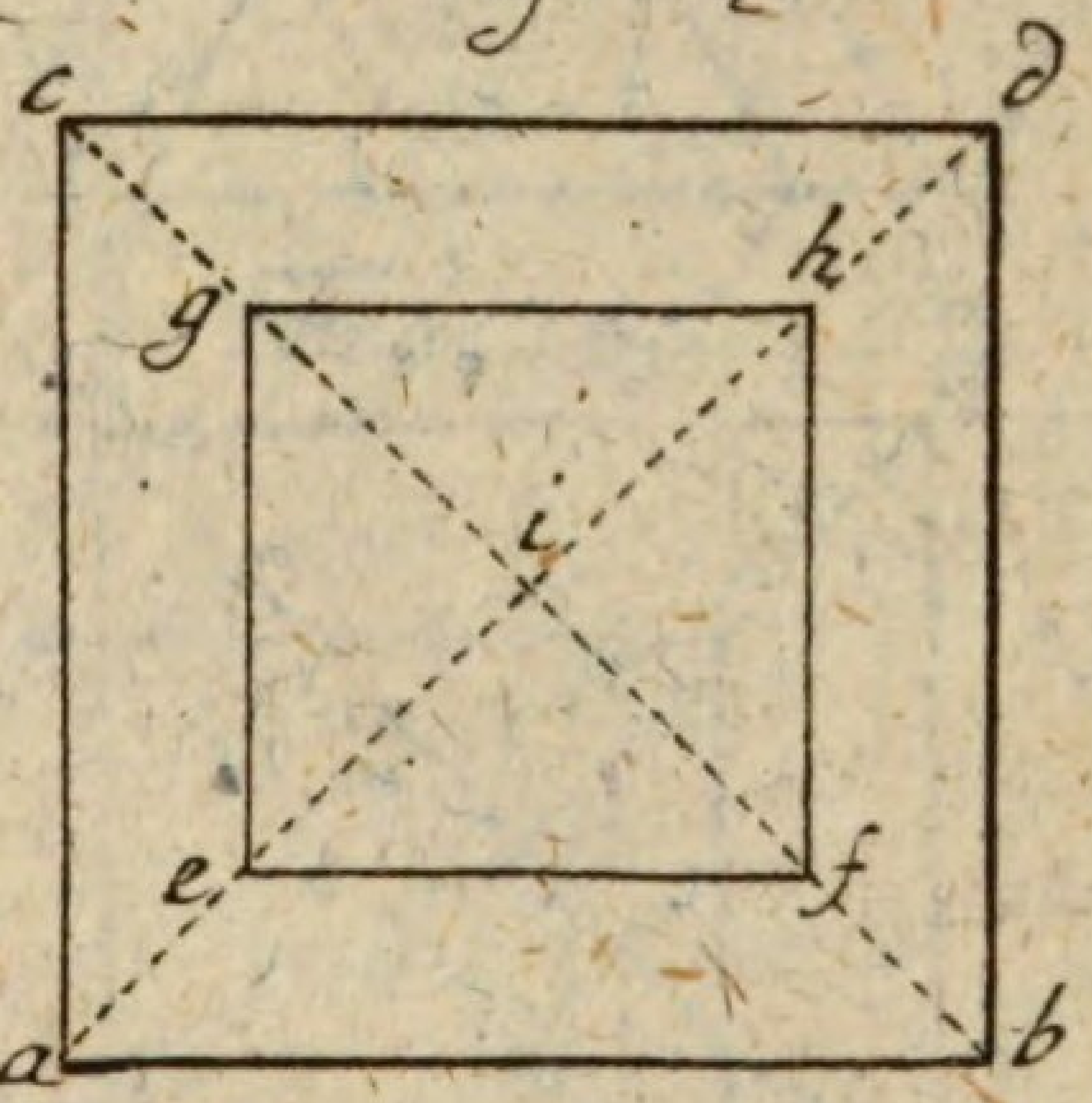


Fig. 149.

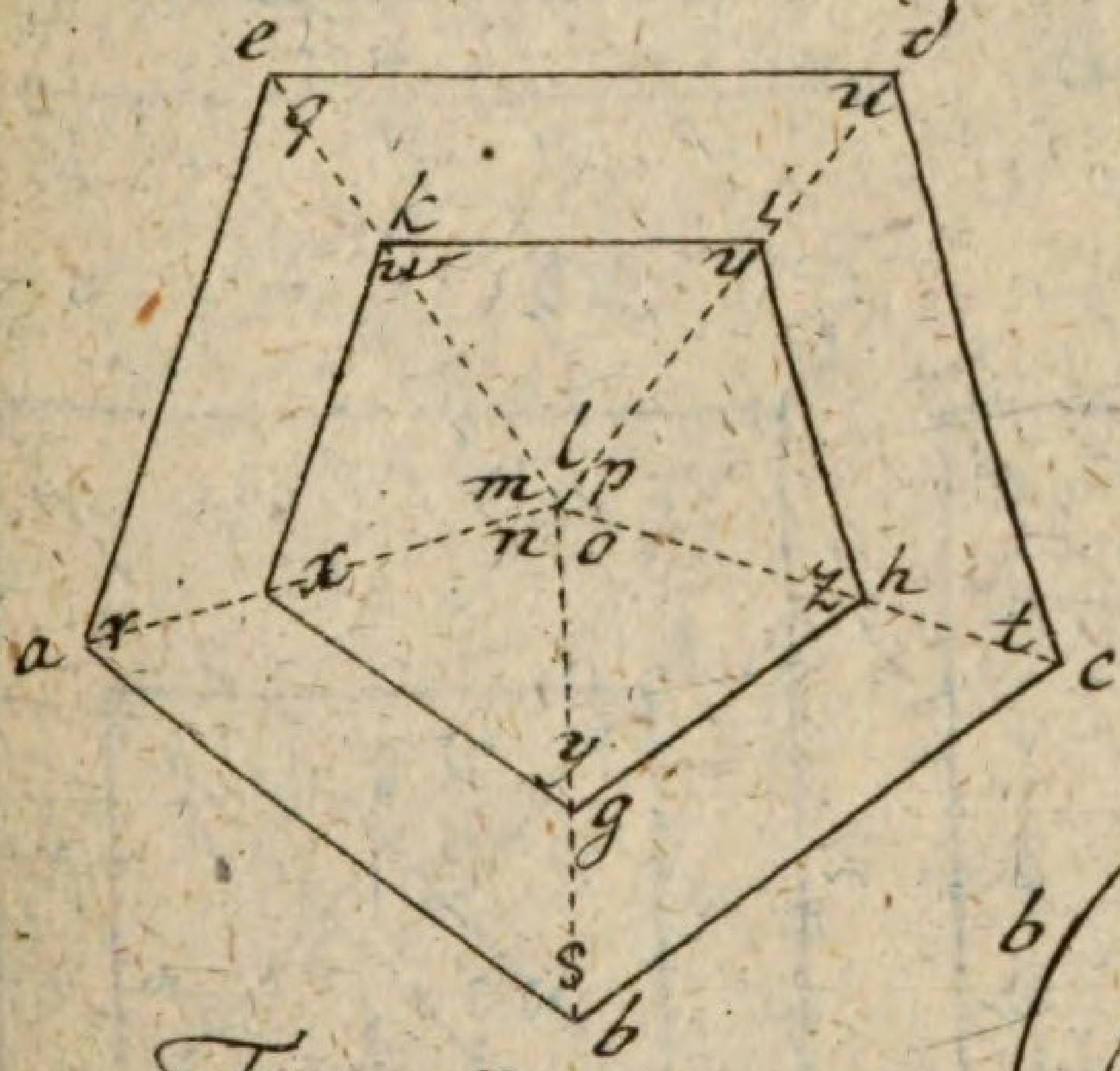


Fig: 150

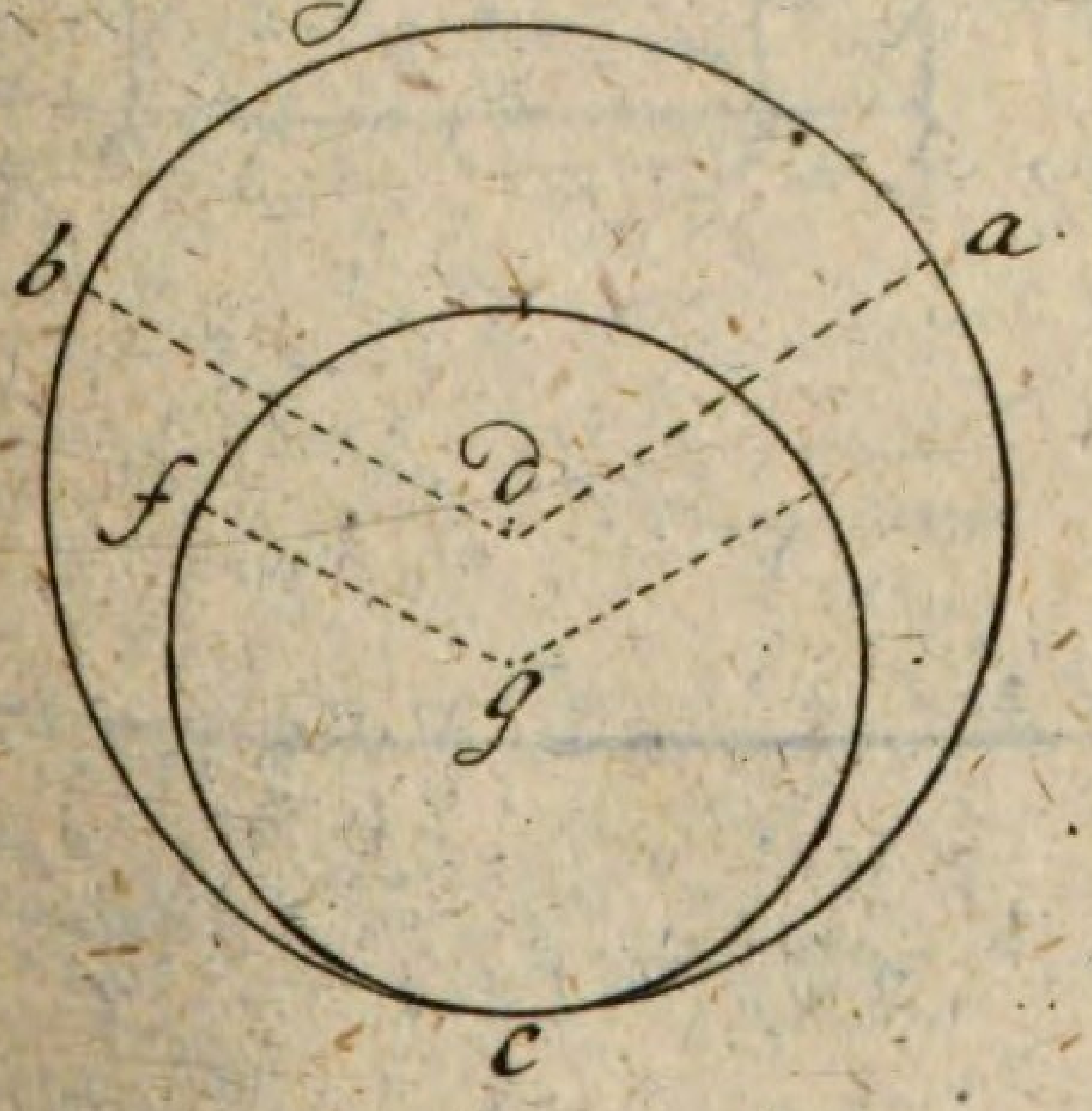
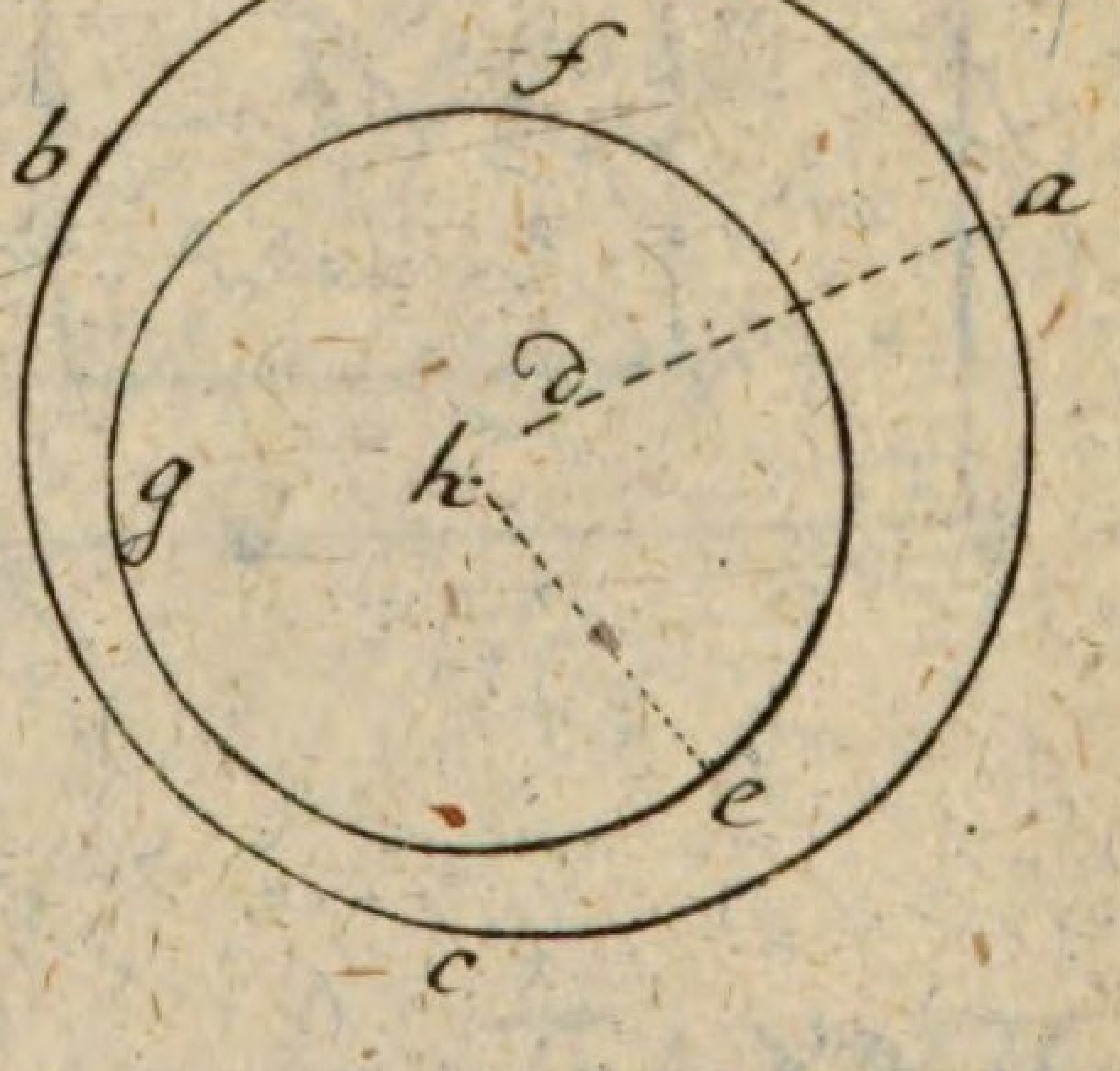


Fig: 151



de M: del:

Tab: XXI

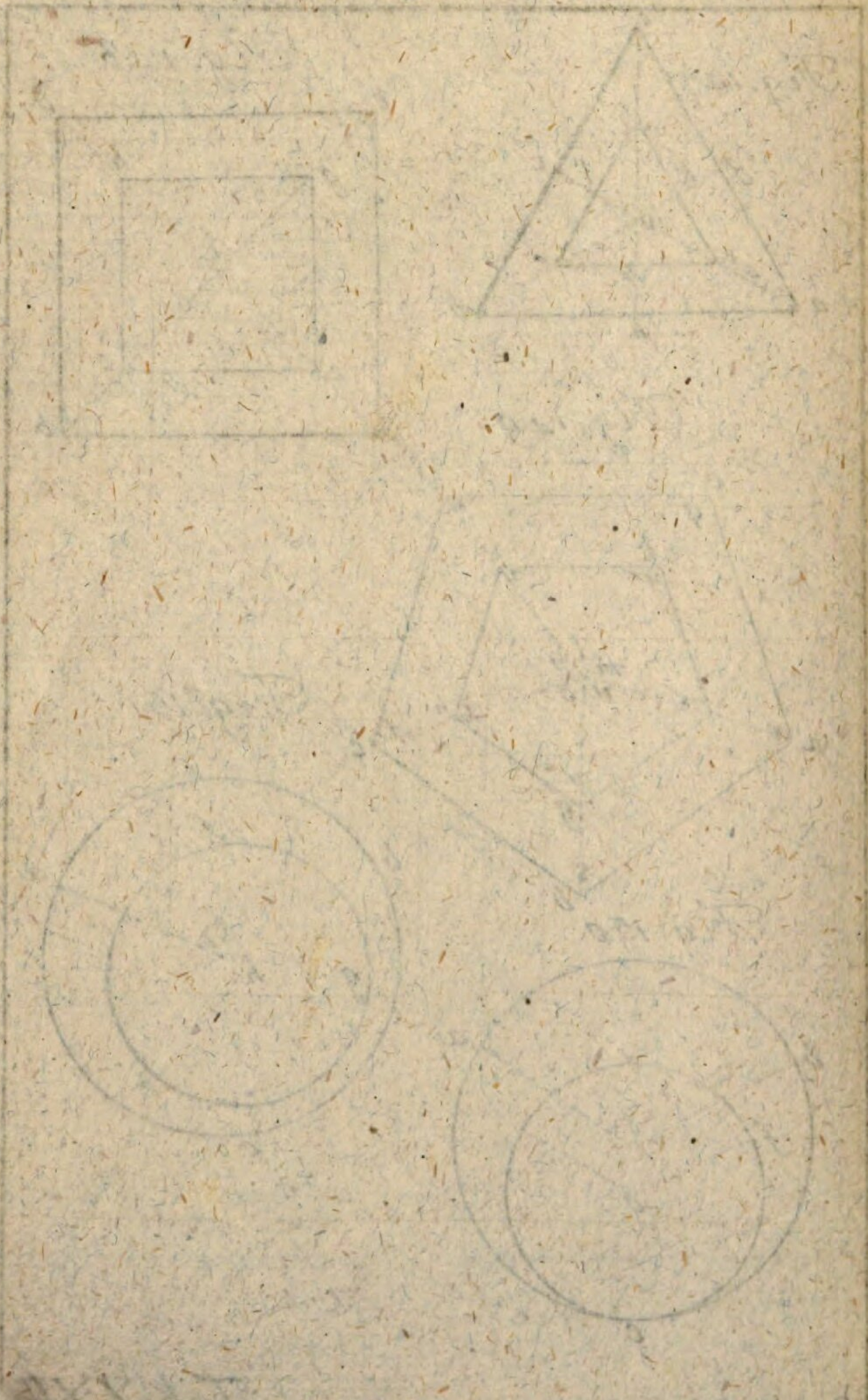


Fig. 152

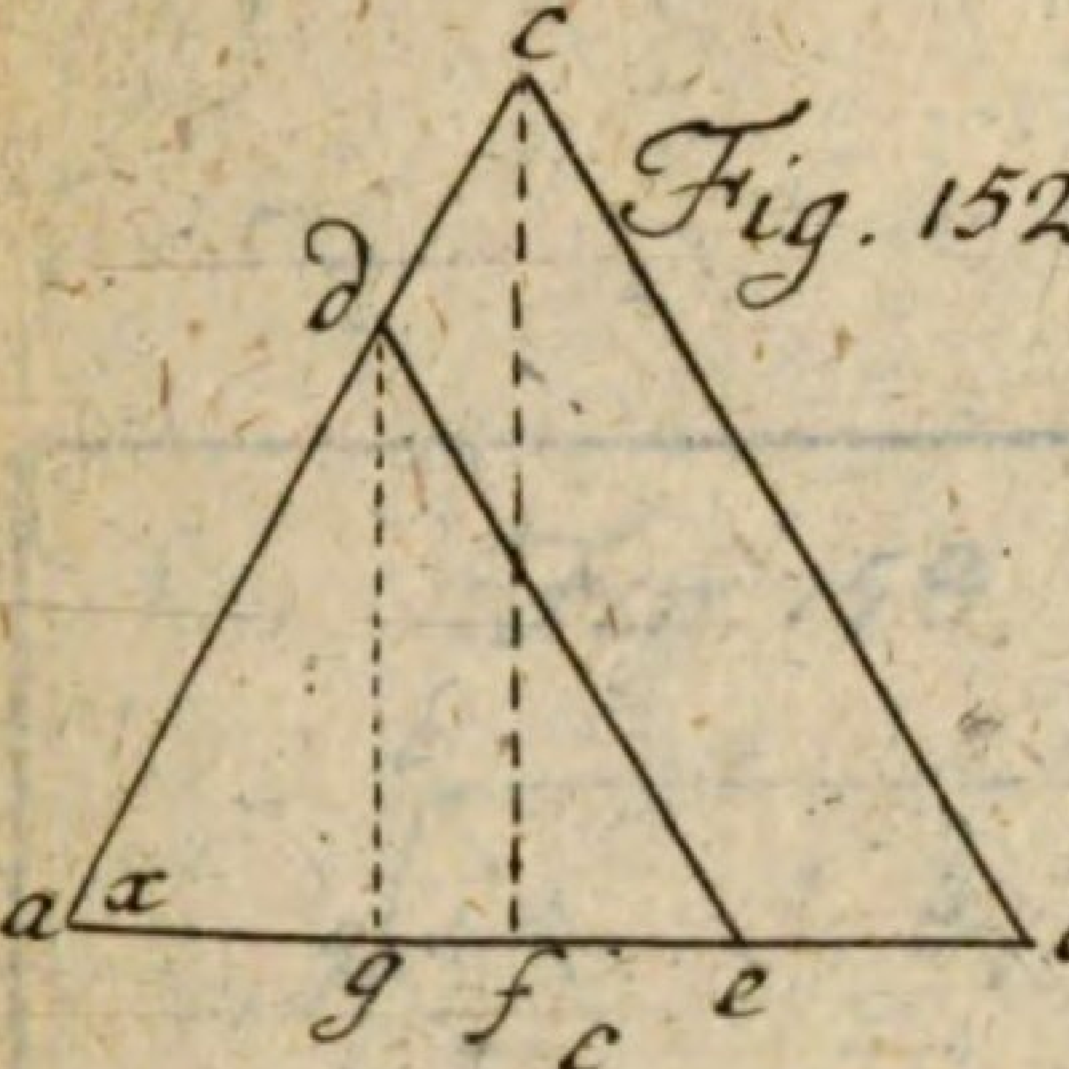


Fig: 153

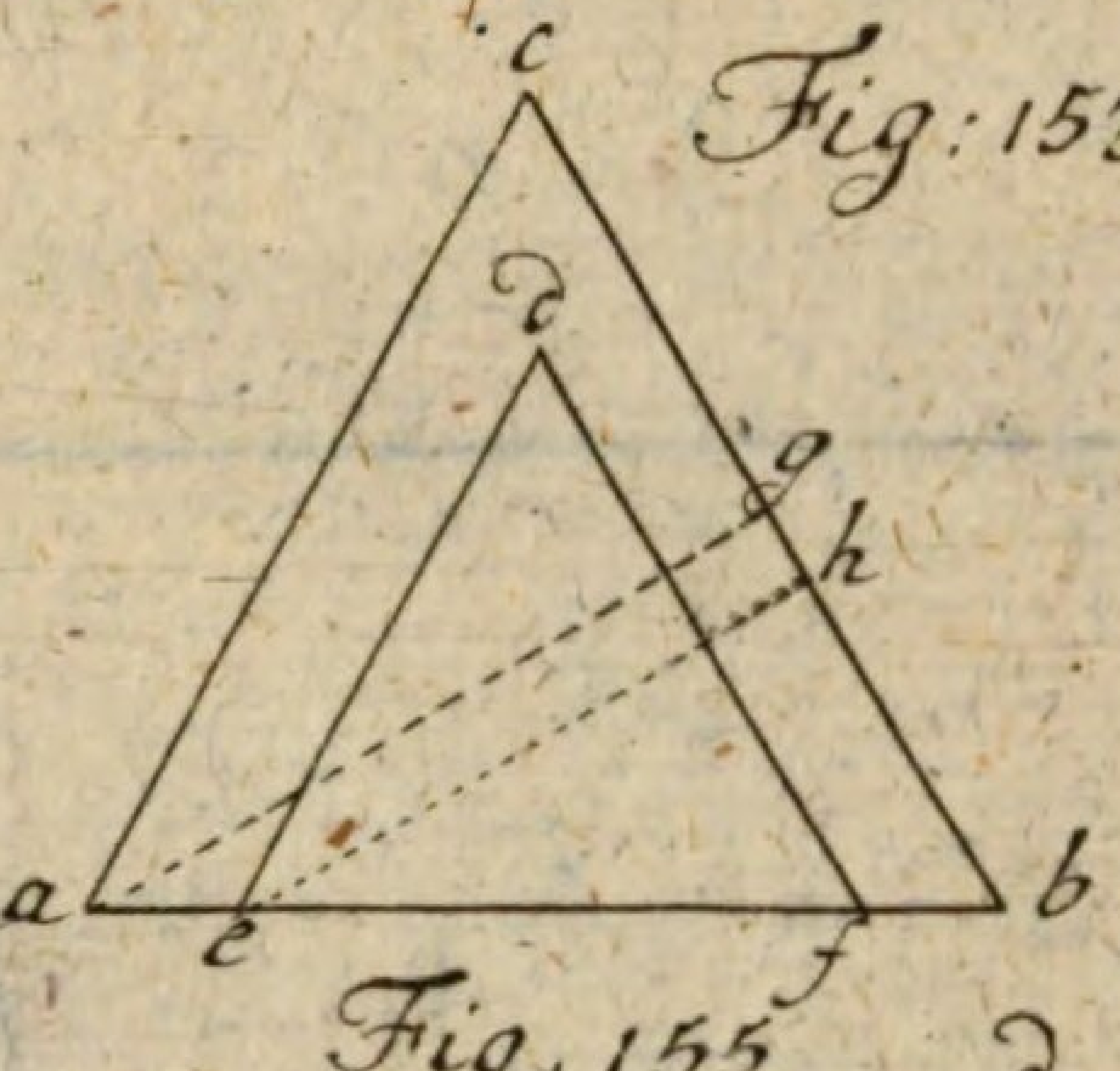


Fig. 154.

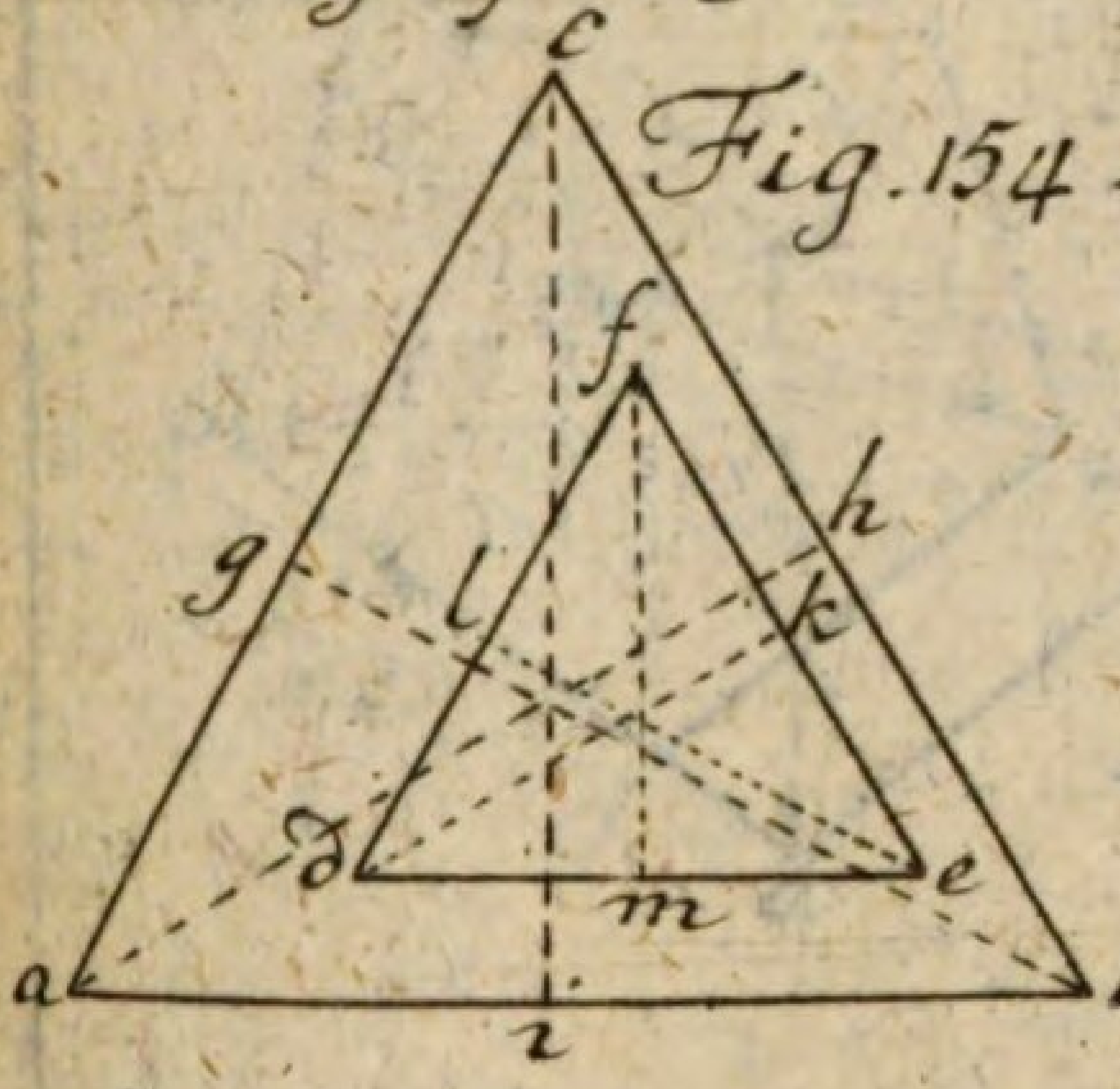


Fig. 155

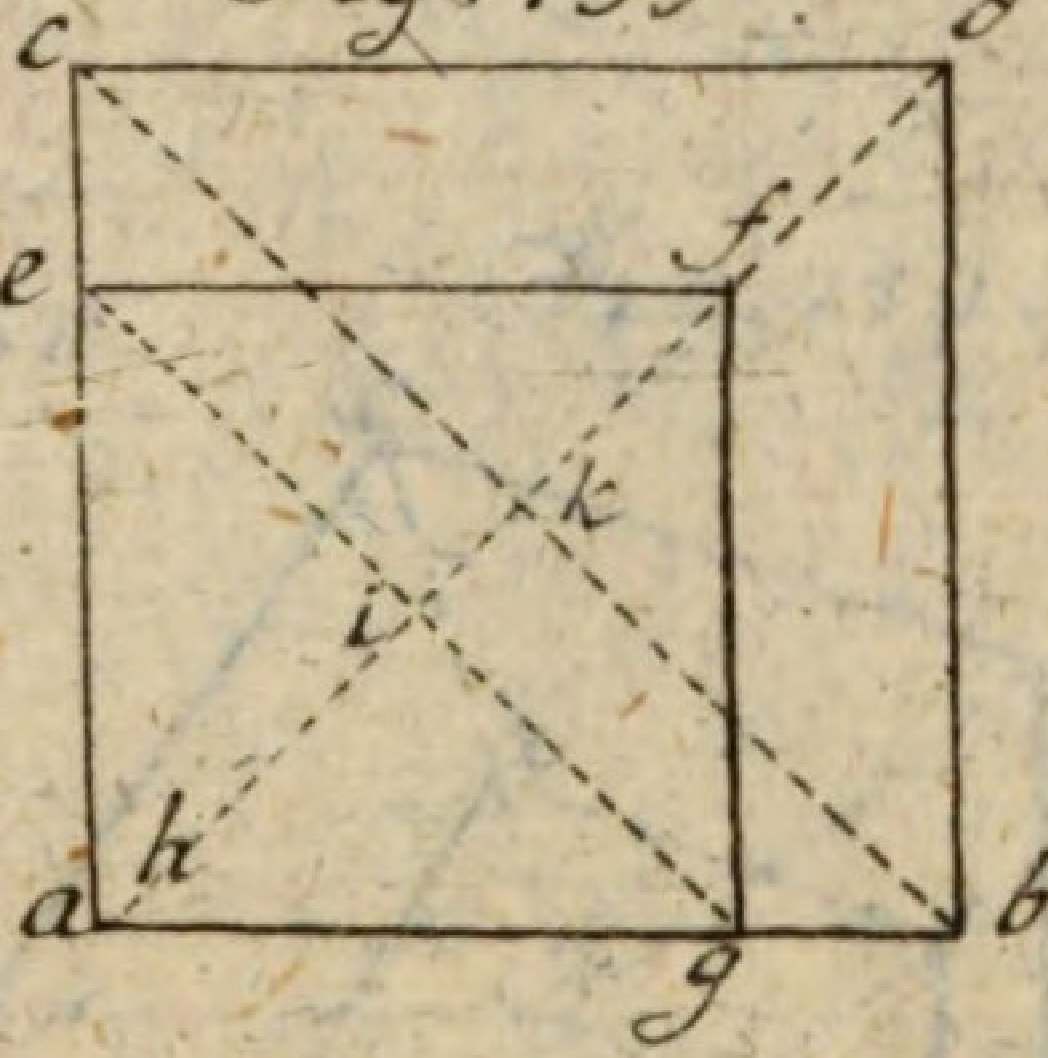


Fig: 156

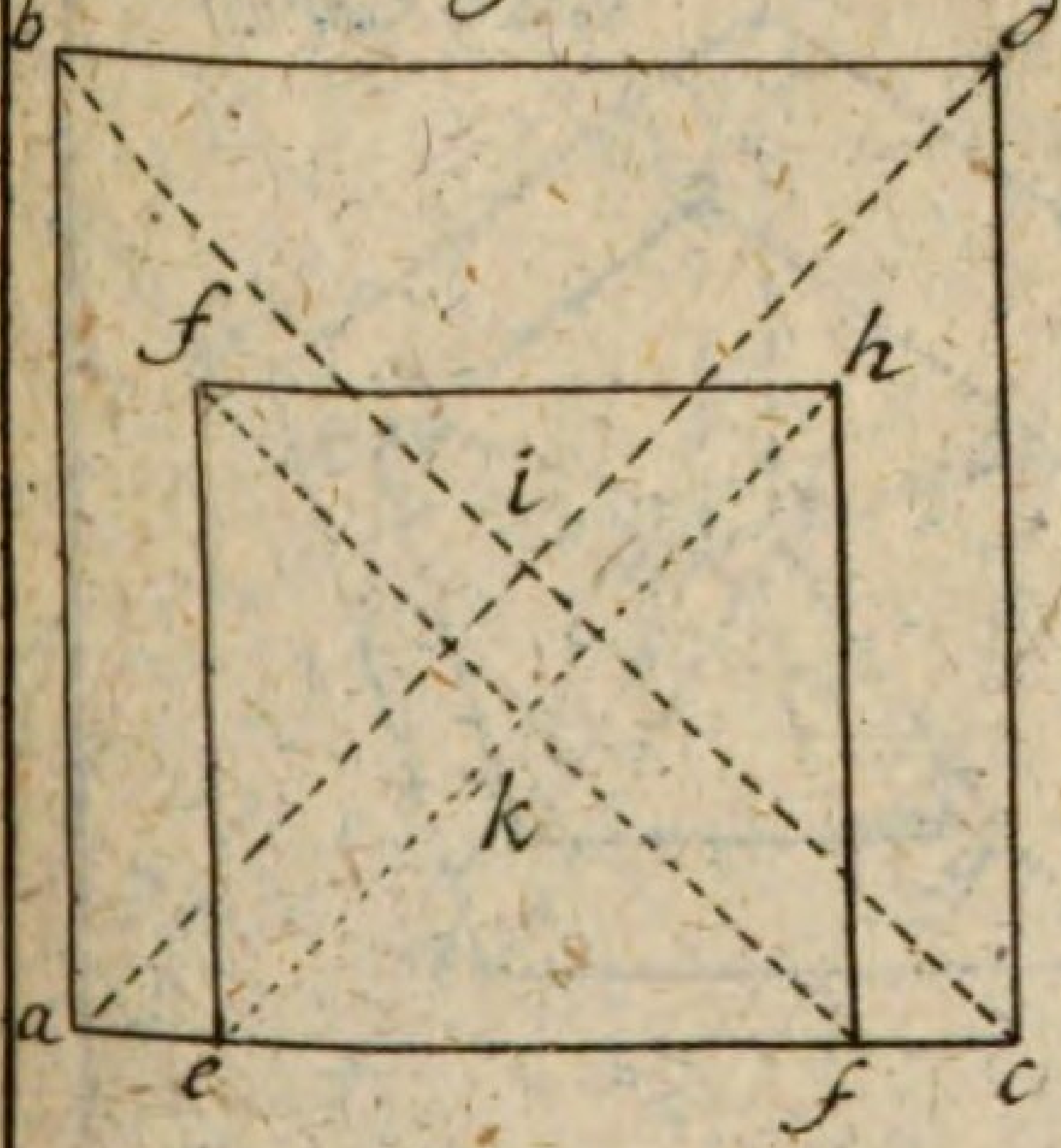
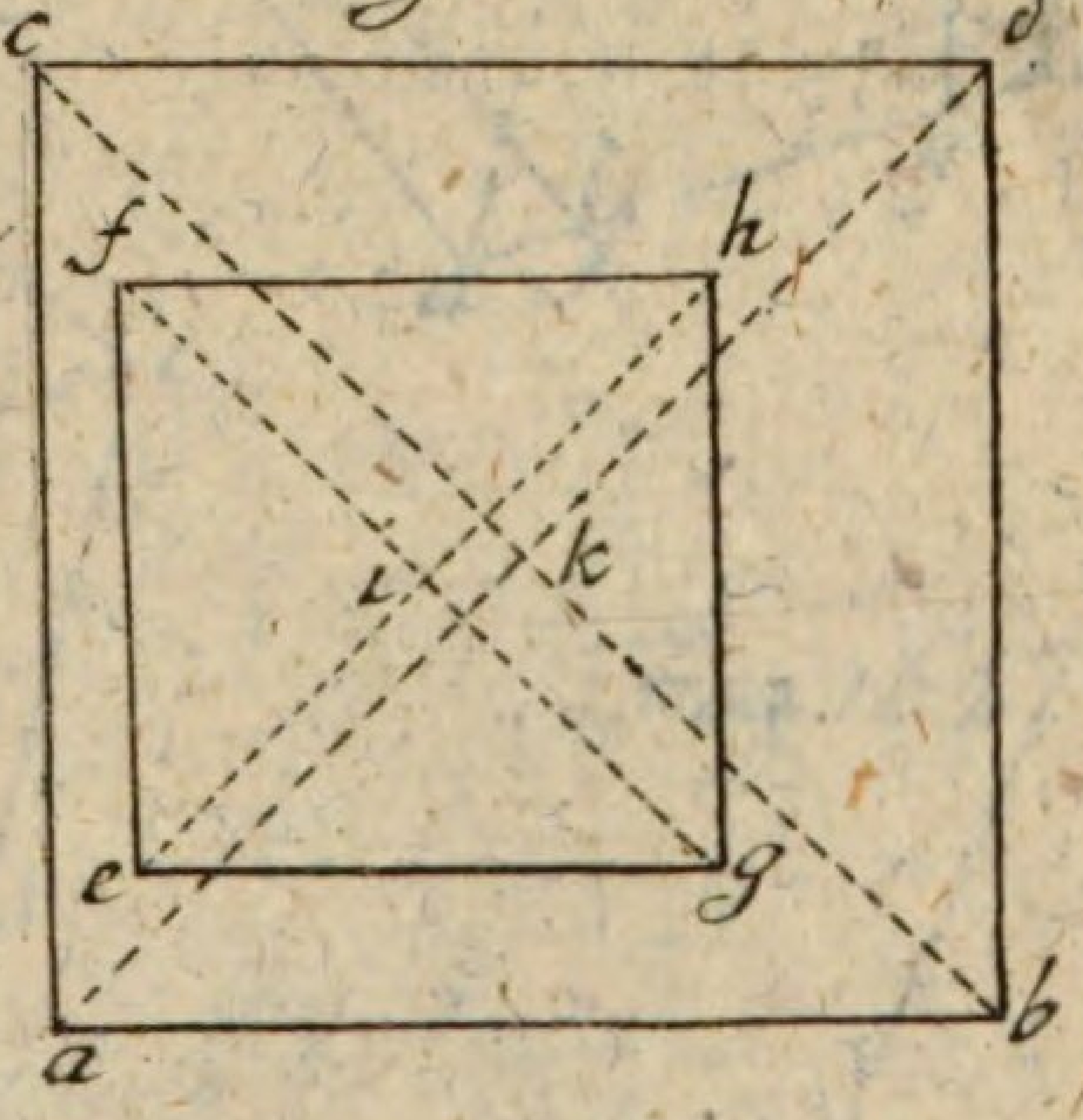


Fig: 157



Tab: XXII

Fig. 158

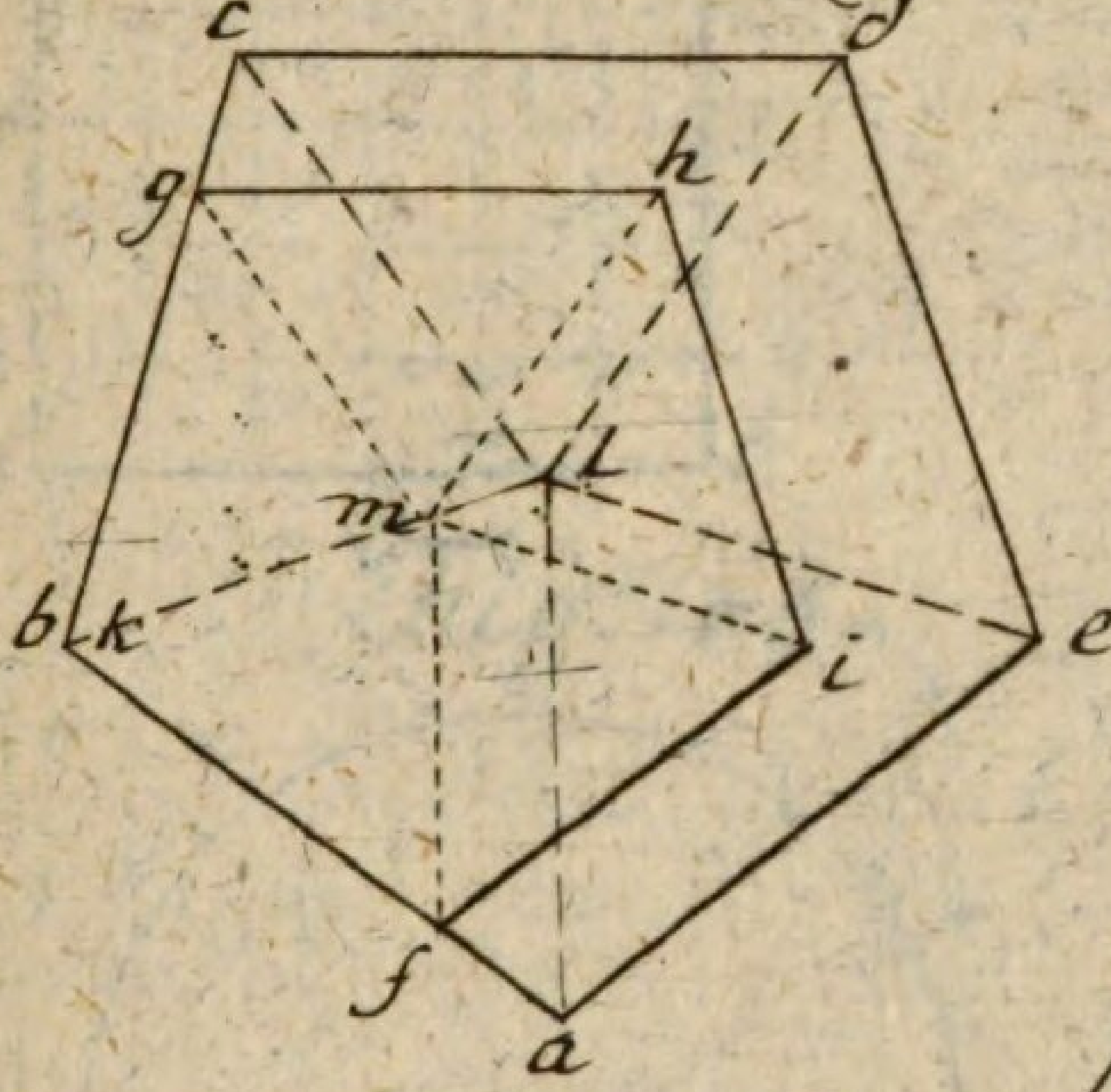


Fig. 159.

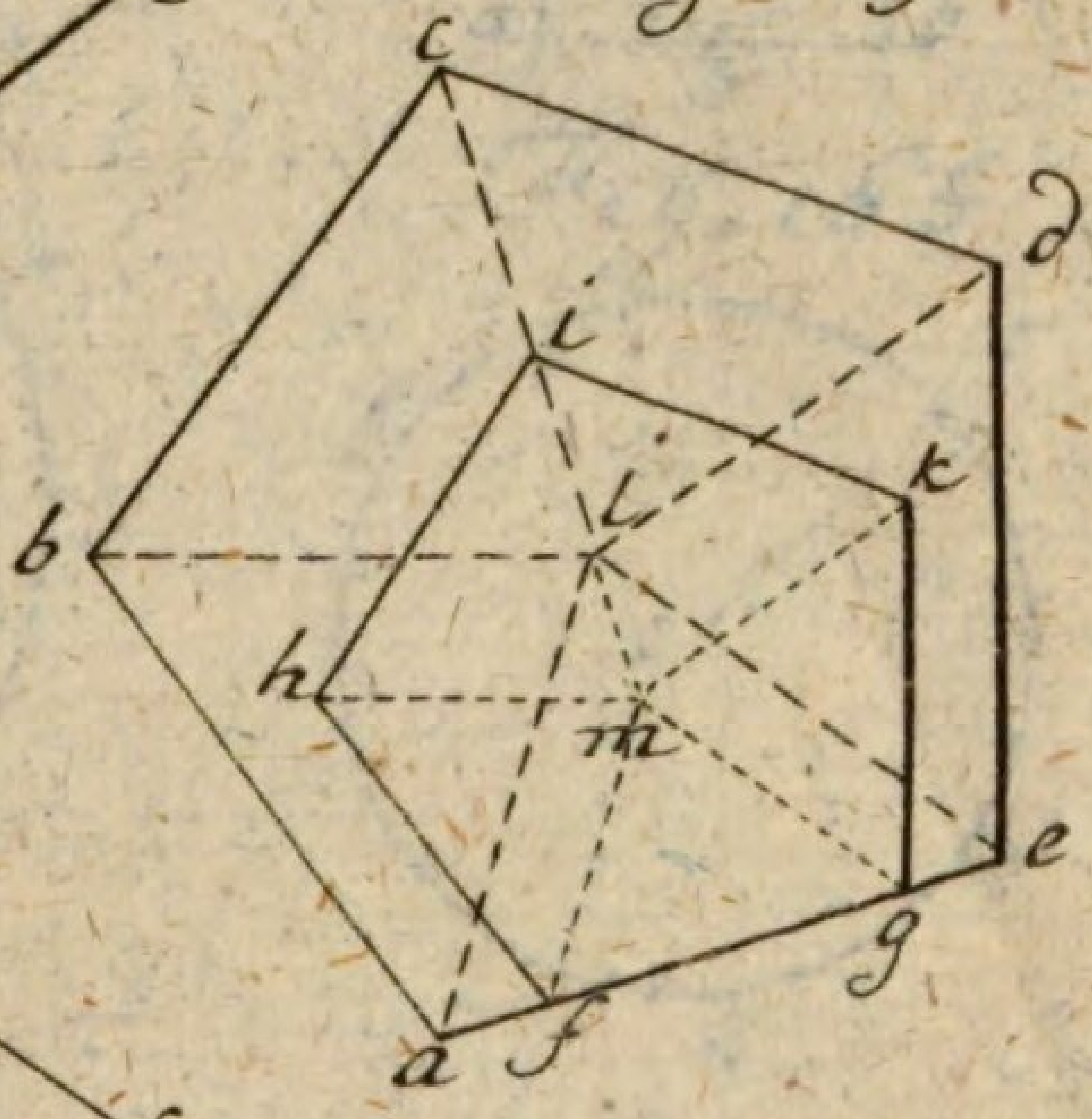


Fig. 160

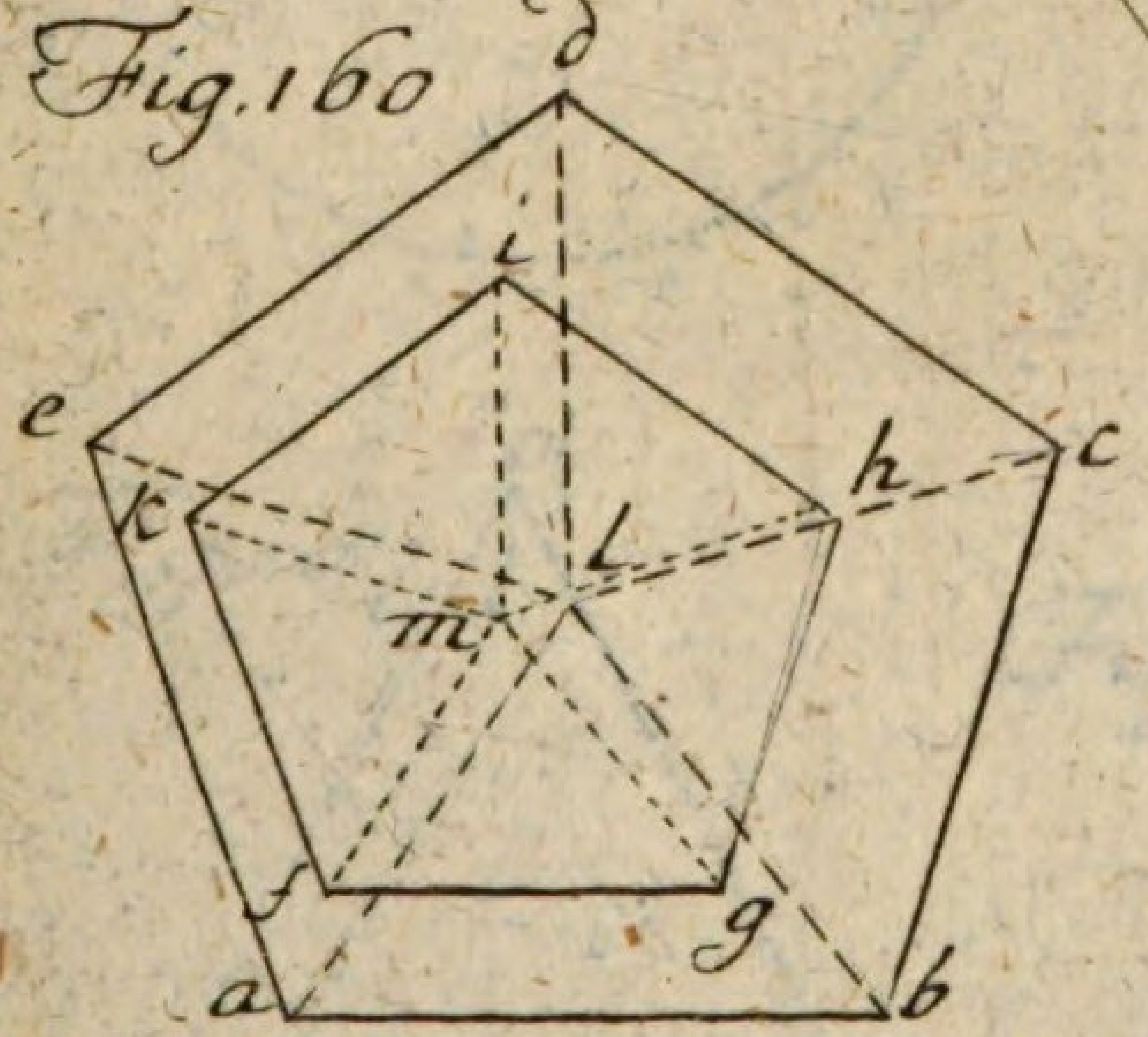


Fig. 162

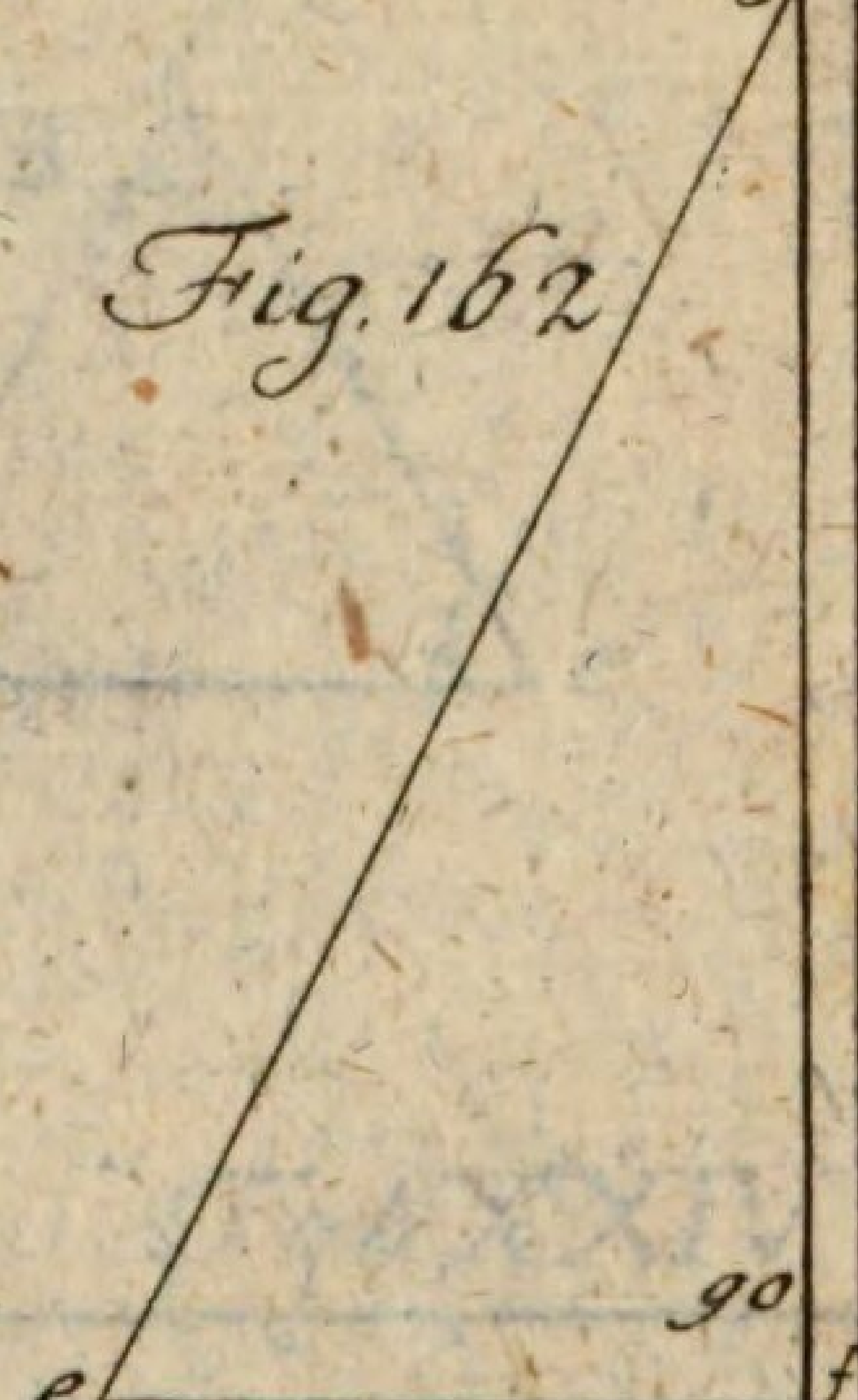
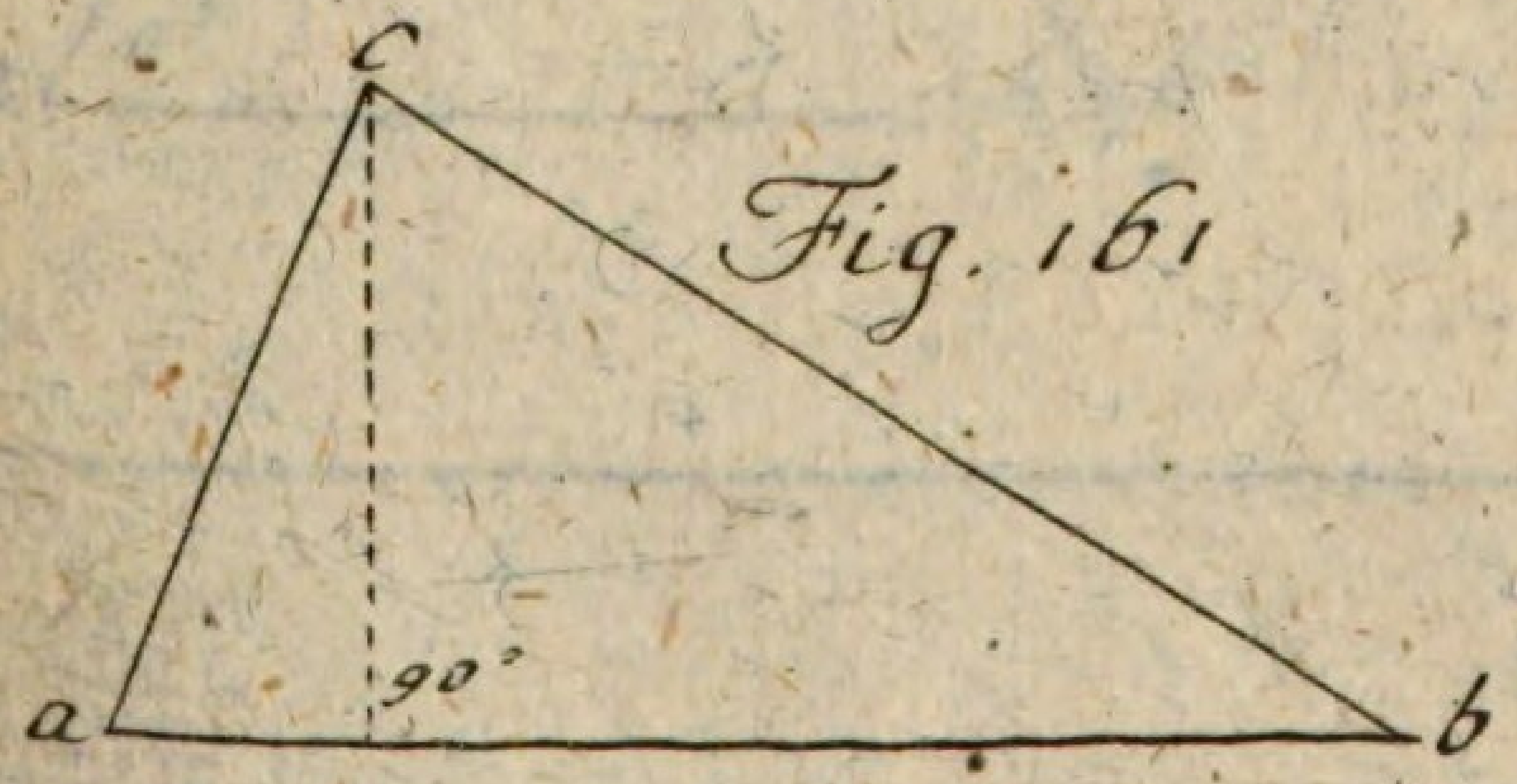


Fig. 161



de M. del:

Tab: XXIII.

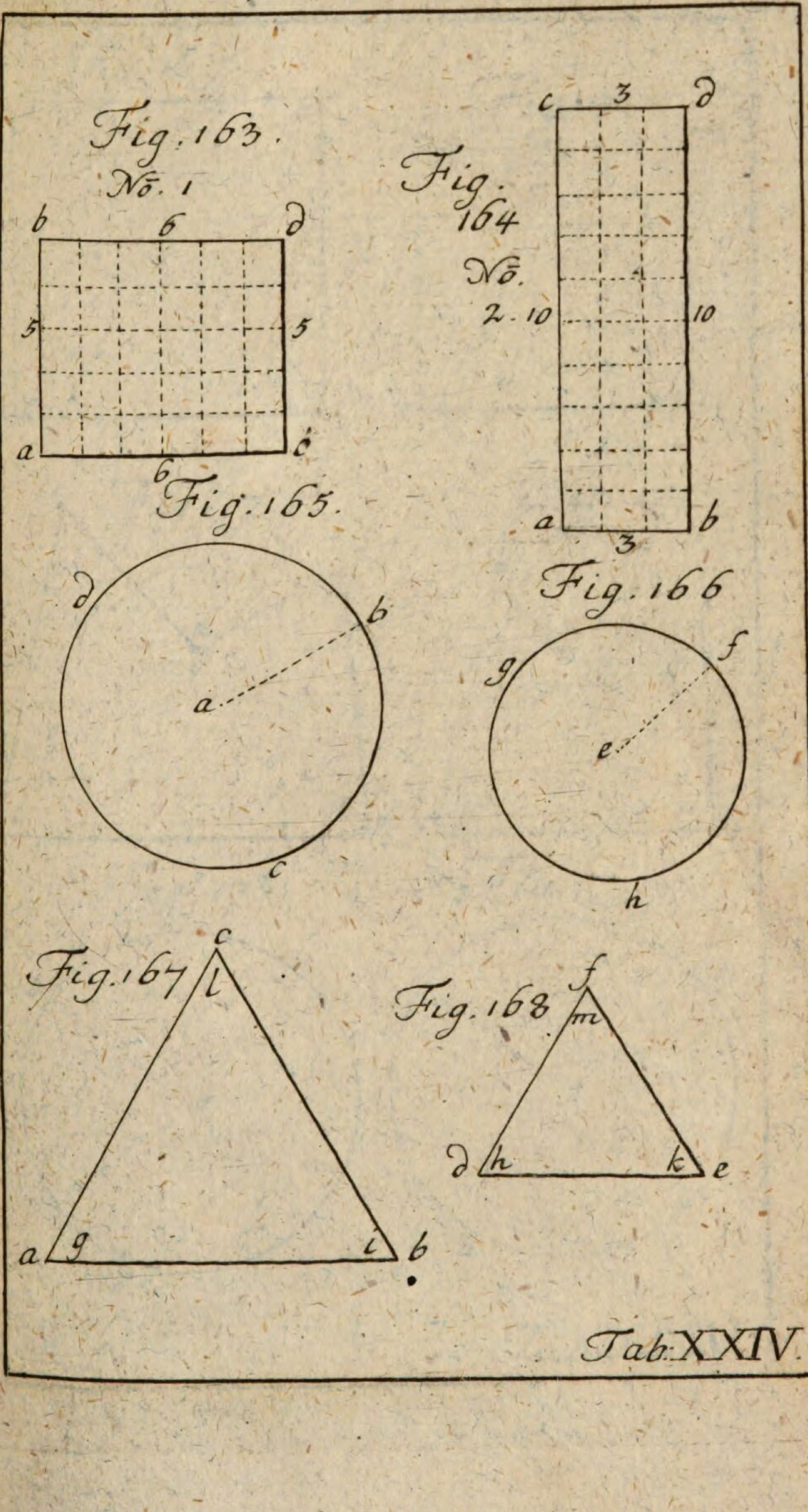


Fig. 163.
No. 1
b 6 d
5 5
a 6 c
Fig. 164
No. 2. 10
c 3 d
10
a 3 b
Fig. 165.
d b a c
Fig. 166
g f e h
Fig. 167
c l a g i b
Fig. 168
f m d h k e
Tab: XXIV.

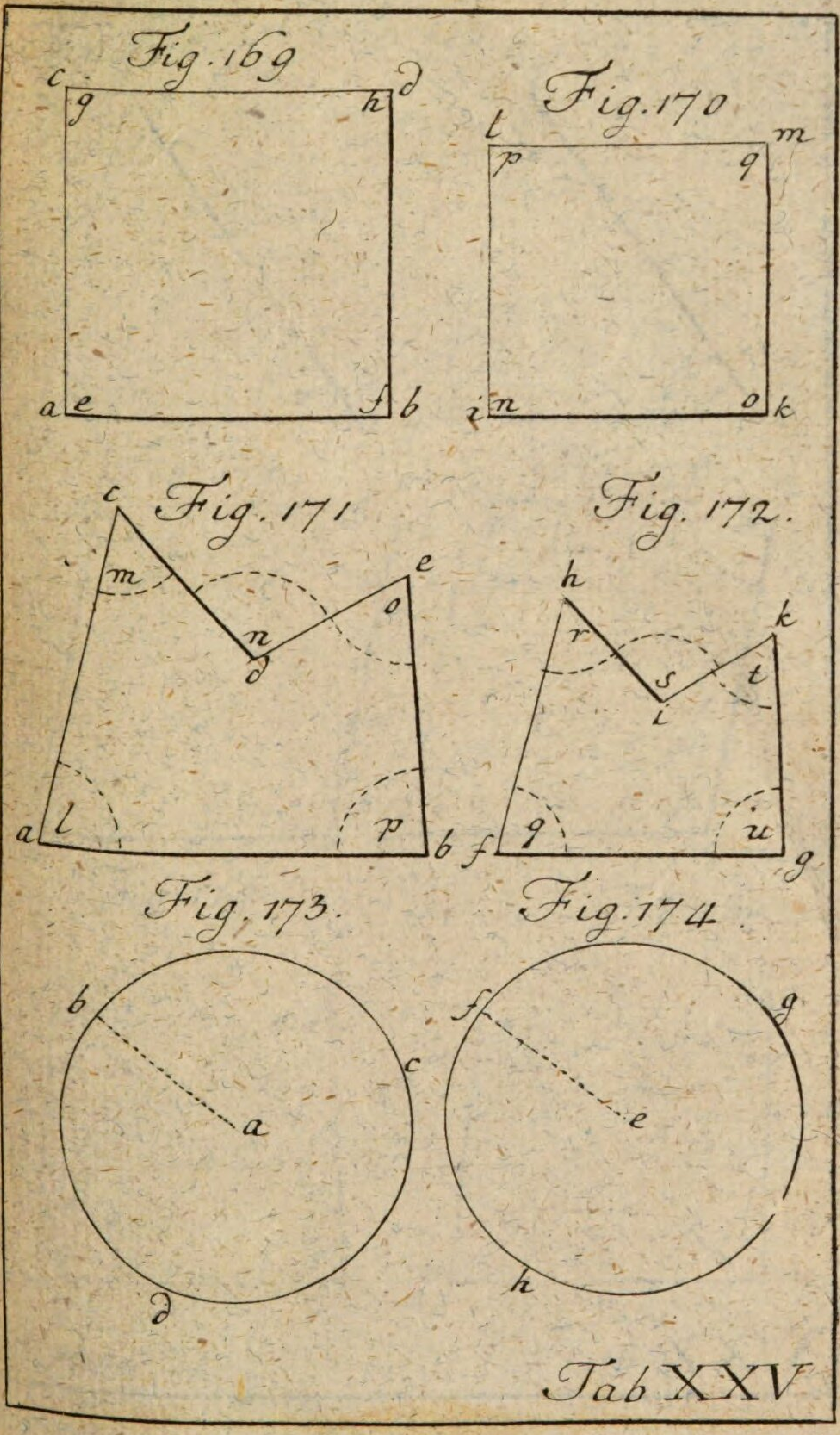


Fig. 169
c g h d
a e f b
Fig. 170
l p q m
i n o k
Fig. 171
c m e o n d
a l p b
Fig. 172.
h r k s t i
f q u g
Fig. 173.
b c a d
Fig. 174.
f g e h
Tab XXV

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Moller, Ludwig David von

Neu abgefaßte Methode die Geometrie von sich selbst zu erlernen durch vielen Fleiß und Mühe aus denen besten Autoribus zusammengetragen und mit verschiednen neu erfundnen Aufgaben vermehrt, nebst einer vollständigen nirgend anders wo zu findenden Anweisung vom Gebrauch des so nützlichen als nöthigen Proportionalzirkels versehen und mit sehr vielen hierzu nö
Bd.: 1

Breslau (1780)

Math.p. 348-1/2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10137785-8
VD18 9003435